



Variations temporelles de la gravité en relation avec la dynamique interne de la Terre - Apport des gravimètres supraconducteurs

Séverine Rosat

► To cite this version:

Séverine Rosat. Variations temporelles de la gravité en relation avec la dynamique interne de la Terre - Apport des gravimètres supraconducteurs. Géophysique [physics.geo-ph]. Université Louis Pasteur - Strasbourg I, 2004. Français. NNT : . tel-00144439

HAL Id: tel-00144439

<https://theses.hal.science/tel-00144439>

Submitted on 3 May 2007

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



Université Louis Pasteur – Strasbourg I
Ecole Doctorale des Sciences de la Terre, de l'Univers et de l'Environnement
Institut de Physique du Globe, UMR 7516 ULP-CNRS

THÈSE DE DOCTORAT DE L'UNIVERSITÉ STRASBOURG I
EN GRAVIMETRIE ET SISMOLOGIE LONGUE PERIODE

**Variations temporelles de la gravité
en relation avec la dynamique interne
de la Terre**

-

Apport des gravimètres supraconducteurs

présentée par

Séverine ROSAT

Soutenue le 16 mars 2004, devant le jury composé de :

Jean-Jacques Lévêque	<i>Président</i>
Nicolas Florsch	<i>Rapporteur externe</i>
Rudolf Widmer-Schmidrig	<i>Rapporteur externe</i>
Jacques Hinderer	<i>Directeur de thèse</i>
Geneviève Roult	<i>Examinatrice</i>
Luis Rivera	<i>Invité</i>

Résumé

La dynamique et la structure interne de la Terre sont mal contraintes en profondeur, car les signaux induits en surface, de faible amplitude et basse fréquence, atteignent le seuil de détection des sismomètres. La gravimétrie devient un outil privilégié d'investigation de la Terre profonde aux longues périodes. Les variations temporelles de la gravité sont enregistrées en permanence par des gravimètres relatifs cryogéniques. Nous étudions les niveaux de bruit de ces stations sur un large spectre de fréquences allant des modes propres sismiques longue période jusqu'aux marées. Nous montrons que les gravimètres supraconducteurs apportent une contribution unique à l'étude des modes de vibration les plus graves qui échantillonnent la Terre de la surface jusqu'au noyau. Nous mettons en avant (1) l'éclatement dû à la rotation et à l'ellipticité du mode propre ${}_0S_2$ en cinq singlets, (2) la première observation du mode sismique ${}_2S_1$, après le séisme du Pérou du 23 juin 2001 de magnitude 8.4.

Nous nous consacrons à la recherche du mode propre de translation de la graine ${}_1S_1$ qui n'a jamais été observé sans ambiguïté. Sa détection est primordiale car elle permettrait de contraindre le saut de densité à l'interface graine - noyau liquide, ainsi que la viscosité à cette interface et la stratification du noyau fluide. Pour cela nous développons des méthodes de sommation, de détection automatique des signaux et une famille d'ondelettes.

Mots clés : modes propres, gravimètres supraconducteurs, triplet de Slichter

Time varying gravity in relation with the Earth's intern dynamics: Contribution of superconducting gravimeters

Abstract

The Earth's dynamics and interior structure are badly constrained, particularly in the deep interior, because the surface induced signals are of weak amplitude and low frequency and reach the detection level of seismometers. Gravimetry is then a privileged tool to investigate the Earth's interior at these long periods. Time varying gravity is permanently recorded at the surface by a worldwide network of cryogenic relative gravimeters. We study the noise levels of all these gravimetric stations over a wide frequency range, from the long period seismic normal modes to the tides. We show that superconducting gravimeters can uniquely contribute to the study of the low frequency Earth's vibrations, which sample the Earth from the surface to the core. We highlight (1) the splitting due to rotation and ellipticity of the ${}_0S_2$ normal mode into five singlets, (2) the first observation of the ${}_2S_1$ seismic mode, after the 2001, June 23rd Peru earthquake with a magnitude 8.4.

We search for the normal mode of translation of the inner core, which has never been clearly observed. Its detection is essential as it would constrain the density jump at the inner core boundary, probably also the viscosity and the outer core stratification. For that purpose, we develop some stacking, automatic detection of signals methods and a wavelet representation.

Keywords: normal modes, superconducting gravimeters, Slichter triplet

Remerciements

De nombreuses personnes ont contribué à l'élaboration de ce travail de thèse, que ce soit du point de vue administratif, scientifique ou personnel. Qu'ils soient tous remercier ici même, car je risquerais d'oublier quelques noms.

Mes premiers remerciements s'adressent tout d'abord à Jacques Hinderer, mon directeur de thèse, sans qui je n'aurais pu réaliser ce travail et entrer dans le milieu de la recherche scientifique. Je le remercie pour la confiance et la disponibilité qu'il a su m'accorder. Je tiens ensuite à témoigner ma profonde gratitude à toute l'équipe de Dynamique Globale pour son accueil enthousiaste et chaleureux. Merci particulièrement à Bernard Luck pour m'avoir, dès le début de la thèse, plongée dans l'univers concret de la station gravimétrique J9. Sans lui, nous ne disposerions pas des excellentes données des gravimètres cryogénique et absolu. Je n'oublie pas non plus Hilaire Legros, Pascal Gégout et Jean-Paul Boy sur qui j'ai pu compter et dont les conseils m'ont été d'un grand secours. Continuons avec le troisième étage de l'institut, en citant Pascal Sailhac, dont la collaboration a été fructueuse. La vie scientifique (congrès, missions,...) ne pourrait se faire sans l'aide précieuse de Caroline, Binta et Monique. Merci également à Gilbert de m'avoir supportée dans le même bureau pendant deux ans.

Je remercie aussi toutes les personnes qui se sont intéressées à mon travail de thèse, en particulier Luis Rivera et David Crossley avec qui j'ai eu le plaisir de collaborer, Michel Van Camp, Walter Zürn,... et bien sûr les membres du jury : Geneviève Roult, Ruedi Widmer-Schmidrig, Nicolas Florsch et Jean-Jacques Lévêque, qui m'ont fait l'honneur de juger et d'apprécier ce travail de thèse, et avec qui j'espère poursuivre des collaborations. Je souhaite également remercier Bernard Valette qui m'a permis de mettre un premier pas dans le domaine de la recherche lors de mon stage DEA et qui a continué à s'intéresser à mon travail de thèse.

J'adresse également mes remerciements à Janine et Monique pour leur travail indispensable à l'IPGS.

Enfin, parmi les personnes que je souhaite ardemment remercier, se trouvent tous mes amis qui, par leur présence et leur soutien, m'ont encouragée durant mes trois années de thèse : je citerais mes coéquipières de tennis de table : Nathalie, Hélène, Vanessa, Pascale et Laurence ; je remercie tout particulièrement Serge, Marianne, Sandrine et Céline qui m'ont soutenue non seulement durant ma thèse mais également pendant mes trois années à l'IPGS.

Table des matières

RESUME-ABSTRACT	3
AVANT PROPOS - INTRODUCTION	13
I. THEORIE DES MODES PROPRES ET MODES DE TRANSLATION DE LA GRAINE	21
Théorie des modes propres	23
I.1. Les oscillations libres	23
I.1.1 Introduction.....	23
I.1.2 Equations pour un modèle de Terre de type SNREI.....	25
I.1.3 Solutions du problème aux valeurs propres.....	26
I.1.4 Découplage et dégénérescence	27
I.2. Eclatement ('splitting') et couplage des modes	29
I.2.1 Couplage des modes	29
I.2.2 Splitting des modes.....	29
I.2.3 Résolution numérique des équations	30
I.2.4 Intérêt de l'étude du splitting et du couplage des modes.....	31
I.3. Modes sub-sismiques	32
I.4. Conclusion	32
Le triplet de Slichter.....	33
II.1. Théorie de la translation de la graine	33
II.1.1 Introduction.....	33
II.1.2 Influence de la structure du noyau liquide.....	34
II.1.3 Influence de l'élasticité.....	36
II.1.4 Influence de la viscosité.....	36
II.2. Intérêt de l'étude du mode de Slichter.....	37
II.3. Quelles fréquences pour les modes de translation de la graine?	37
II.3.1 Valeurs observées du saut de densité à l'ICB.....	37
II.3.2 Quelles périodes théoriques pour les modes de Slichter ?.....	38
II.4. Excitation du mode de Slichter.....	40
II.5. Les recherches précédentes du triplet de Slichter	43
II.6. Conclusion	45

II. ETUDE DES NIVEAUX DE BRUIT AUX STATIONS GRAVIMETRIQUES DU RESEAU GGP	47
Analyses en densités spectrales de puissance	49
I.1 La densité spectrale de puissance	50
I.2 Les modèles de bruit de référence	50
I.3 Les études de bruit antérieures.....	51
I.4 Dans la bande sismique	53
I.4.1 La procédure d'évaluation des niveaux de bruit	53
I.4.2 Les densités spectrales de puissance aux stations GGP.....	55
I.4.3 Les magnitudes de bruit sismique.....	60
I.5 Dans la bande sub-sismique	61
I.5.1 La procédure d'évaluation des niveaux de bruit	61
I.5.2 La densité spectrale de puissance à Strasbourg	62
I.5.3 Les densités spectrales de puissance aux stations GGP.....	63
I.5.4 Les magnitudes de bruit dans la bande sub-sismique 1 h – 6 h	64
I.6 Dans la bande des marées.....	66
I.6.1 La méthode.....	66
I.6.2 Les niveaux de bruit calculés avec ETERNA.....	66
I.6.3 Les densités spectrales de puissance après analyse ETERNA.....	69
I.6.4 Les magnitudes de bruit dans la bande diurne - semi diurne	70
I.7 Résumé des niveaux de bruit aux stations GGP	72
I.8 Conclusion	74
Papier BIM, vol. 135	75
 Le « hum »	 87
II.1. Le doux murmure de la Terre	87
II.2. Le hum aux stations GGP	89
II.3. Conclusion	92

III. METHODES DE SOMMATION ET D'ANALYSE DE SIGNAUX : TESTS SUR DES SYNTHETIQUES	93
Méthodes de sommation des données	95
I.1 Signaux synthétiques	95
I.2 Méthode de sommation en harmoniques sphériques de surface	97
I.2.1 Principe	97
I.2.2 Test sur des signaux synthétiques	97
I.3 L'expérience globale multi - station	100
I.3.1 Introduction.....	100
I.3.2 Principe de la méthode.....	100
I.3.3 Test sur des signaux synthétiques	103
I.4 Conclusion	105
Méthodes de détection d'un multiplet	107
II.1 Multiplet qui obéit à une loi de splitting quadratique	107
II.1.1 Principe	107
II.1.2 Test sur un signal connu	108
II.2 Cas d'une loi de splitting plus générale appliquée au degré un.....	110
II.2.1 Principe	110
II.2.2 Test sur un triplet synthétique.....	111
II.3 Conclusion	114
Analyses en ondelettes	115
III.1 Notions essentielles sur les ondelettes.....	116
III.1.1 Introduction aux ondelettes.....	116
III.1.2 Propriétés et restrictions.....	119
III.2 Scalogramme et exemples.....	120
III.2.1 Cas de l'ondelette de Morlet.....	120
III.2.2 Scalogramme : tests sur des synthétiques	121
III.3 Création d'une ondelette « sinus amorti » admissible.....	134
III.3.1 Son expression	134
III.3.2 Orthogonalité et admissibilité.....	135
III.3.3 Influence du paramètre K : Cas d'une sinusoïde amortie	137
III.3.4 Applications à des synthétiques et comparaison avec l'ondelette de Morlet.....	139
III.3.5 Triplet de Slichter synthétique.....	149
III.4 Conclusion	150

IV. APPORT DES GRAVIMETRES SUPRACONDUCTEURS A L'ETUDE DES MODES SISMIQUES ET SUB-SISMIQUES..... 153

Apport des gravimètres supraconducteurs à l'étude des modes sismiques longue période..... 155

I.1. Intérêt des modes sismiques les plus graves	155
I.2. Analyses spectrales après le séisme du Pérou.....	157
I.2.1 Effet de la réduction de pression atmosphérique	157
I.2.2 Comparaison sismomètres et gravimètres supraconducteurs	158
I.3. Etude du splitting du mode sphéroïdal $_0S_2$	160
I.3.1 Etude des fréquences propres.....	160
I.3.2 Etude de l'atténuation de $_0S_2$	166
I.3.3 Interprétations	172
I.4. Analyses en ondelettes du mode $_0S_2$.....	172
I.5. Détection du mode sismique $_2S_1$.....	174
I.5.1 Analyse multi - station	175
I.5.2 Détection de triplet dans le spectre produit.....	179
I.5.3 Analyses en ondelettes	180
I.6. Conclusion	183

A la recherche des modes de translation de la graine 185

II.1. Préparation des données.....	186
II.2. Analyse multi - station	189
II.3. Détection de triplets	191
II.4. Analyses en ondelettes	193
II.4.1 Application sur les données gravimétriques de chaque station	193
II.4.2 Application sur les résultats de l'analyse multi – station.....	198
II.5. Conclusion	202

LE « NOUVEAU CHAPITRE DE LA THESE »

Valorisation des compétences	203
Cadre général et enjeux de la thèse	204
Déroulement du projet de thèse.....	205
Financement du projet	207
Les compétences	207
Résultats, impact de la thèse	209
Conclusion	210
 CONCLUSIONS ET PERSPECTIVES	 211
 ANNEXES.....	 215
Annexe 1 : Comparaison des données des gravimètres cryogénique et absolu de Strasbourg	217
Annexe 2 : Tableau des stations et leurs instruments.....	219
Annexe 3 : Nouveau modèle de bruit sismologique.....	221
Annexe 4 : Fenêtres d'apodisation et de lissage.....	223
Annexe 5 : Densités spectrales de puissance moyennes et magnitudes de bruit dans quatre bandes de fréquences	225
 Papier paru en 2003 dans Physics of the Earth and Planetary Interiors	 227
Papier paru en 2003 dans Geophysical Research Letters.....	247
 TABLE DES FIGURES	 251
LISTE DES TABLEAUX	263
BIBLIOGRAPHIE.....	265

Avant propos

Les modèles de la dynamique et de la structure interne de la Terre sont encore relativement mal contraints, en particulier en profondeur, car les signaux induits en surface, les seuls mesurables, sont caractérisés par des amplitudes faibles et des fréquences basses (périodes entre 1000 sec et quelques heures) : ils atteignent le seuil de détection des sismomètres. La gravimétrie, parce qu'elle permet de détecter des signaux plus longues périodes, devient alors un outil privilégié d'investigation de la Terre profonde.

Ce travail de thèse intitulé « Variations temporelles de la gravité terrestre en liaison avec la dynamique et la structure interne de la Terre » se situe ainsi dans le contexte d'une connaissance plus approfondie de l'intérieur de notre planète Terre.

La déformation élasto-gravitationnelle de la Terre et les variations de gravité associées, mesurées à la surface de la Terre, sont dues à de nombreux phénomènes géophysiques, entre autres : les oscillations libres sismiques, les modes gravito-inertiels du noyau, les modes de translation de la graine (triplet de Slichter), les marées luni-solaires, les variations de la rotation terrestre, les surcharges atmosphérique et océanique, et l'hydrologie. Le spectre des variations de gravité s'étend des courtes périodes (bruit micro-sismique autour de 1-20 sec) aux périodes supérieures à l'année (contribution chandlérienne du mouvement du pôle de rotation terrestre). L'ensemble de ce spectre, résumé sur la **figure 1**, est observable avec des gravimètres supraconducteurs (pour le triplet de Slichter, les modes du noyau et la nutation libre de la graine (FICN), l'observation n'est peut être pas possible en surface) grâce à leur très grande sensibilité (proche du nanogal ; $1 \text{ ngal} = 10^{-11} \text{ m/s}^2 \approx 10^{-12} \text{ g}$, où g est la gravité moyenne à la surface de la Terre) et à leur très faible dérive instrumentale (de quelques dizaines de nm/s^2 par an). Par exemple, à Strasbourg (France), la dérive de l'instrument relatif GWR C026 est de l'ordre de 30 nm/s^2 par an, grandeur estimée grâce à une comparaison des données du gravimètre cryogénique avec celles du gravimètre absolu FG5 (voir annexe 1).

Les gravimètres supraconducteurs

L'introduction de gravimètres relatifs supraconducteurs (**Figure 2**) à partir des années 1980 a amélioré de façon considérable les études des variations temporelles de gravité sur un large domaine de fréquences, allant de quelques minutes à plusieurs années, par rapport aux gravimètres classiques à ressort (Crossley et al., 1999). Un ensemble des contributions possibles et déjà réalisées à l'aide de ces instruments est détaillé par Hinderer et Crossley (2000).

Les caractéristiques de la construction et du fonctionnement des gravimètres cryogéniques ont été détaillées par Goodkind (1999), ainsi que les applications géophysiques possibles.

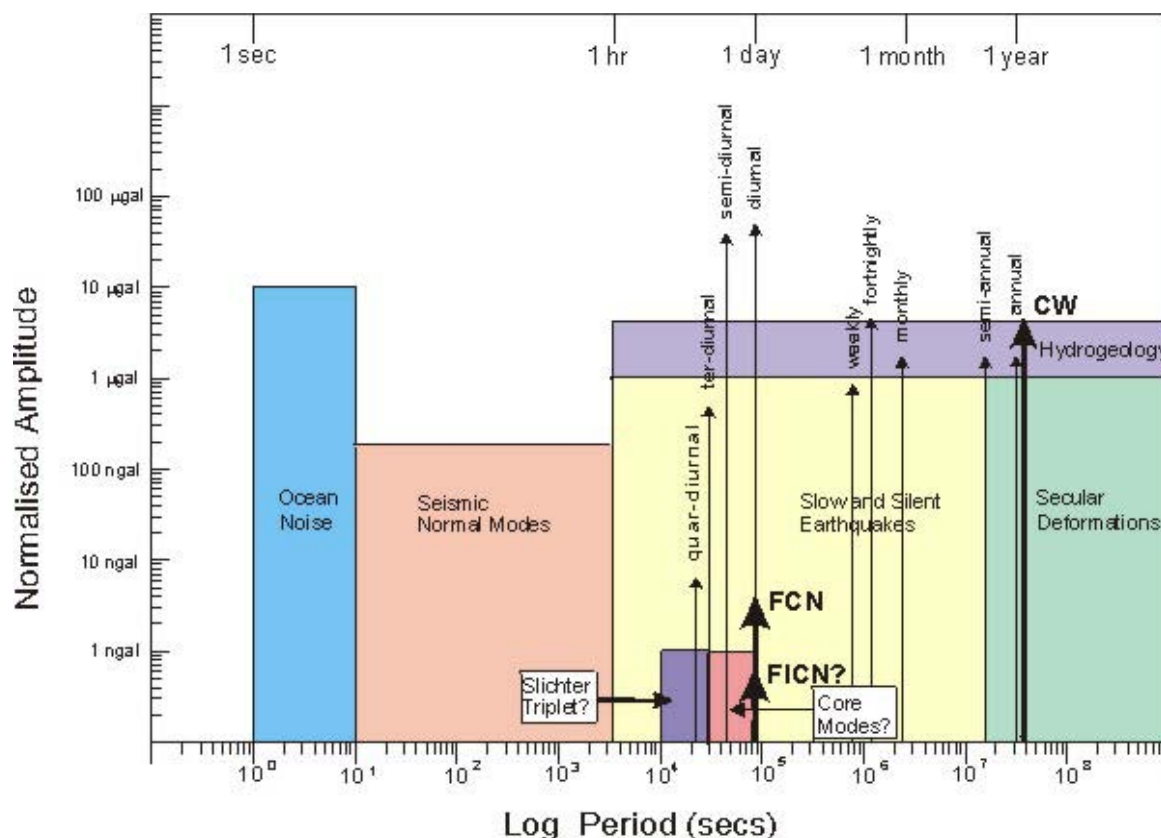


Figure 1 Spectre des effets en gravité observables à la surface de la Terre (sauf peut être les modes du noyau, le triplet de Slichter et la FCN) avec des gravimètres supraconducteurs (Crossley et Hinderer, 1995). CW (Chandler Wobble) désigne l'oscillation libre de Chandler ; FCN (Free Core Nutation) correspond à la nutation libre du noyau ; et FICN (Free Inner Core Nutation) correspond à la nutation libre de la graine.

Le principe de ces instruments repose sur la lévitation d'une sphère supraconductrice dans un champ magnétique créé par deux bobines à induction, elles-mêmes supraconductrices. Les infimes mouvements verticaux de la sphère, induits par des variations de la force de pesanteur, sont détectés par des mesures capacitatives et sont compensés par injection d'un courant dans une bobine d'asservissement (**Figure 3**). Ce courant, proportionnel aux variations de la pesanteur, est transformé en valeurs de gravité par différentes méthodes d'étalonnage (Hinderer et al., 1991 ; Francis et al., 1998).

L'état de supraconduction (pas de perte par effet Joule) est atteint pour le matériau constituant la sphère et les bobines à induction (Niobium) pour une température de 4.5 Kelvins. Pour pouvoir maintenir cet état de supraconduction, il est nécessaire de plonger l'ensemble dans un bain d'hélium liquide (température de 4.2 Kelvins).

En comparaison aux instruments mécaniques à ressort, ces gravimètres se caractérisent par une plus grande précision (de l'ordre de 10^{-2} nm/s²) et une très faible dérive instrumentale (de l'ordre de quelques dizaines de nm/s² par an). Ils permettent ainsi justement d'étudier les variations de gravité liées à des phénomènes géophysiques sur une très large bande de périodes, allant de quelques minutes à plusieurs années. Cela inclut les modes propres sismiques, les marées terrestres, les oscillations du noyau et de la graine, aussi bien que le mouvement du pôle de rotation terrestre (Crossley et al., 1999).



Figure 2 Gravimètre supraconducteur C026 en opération à Strasbourg depuis juillet 1996. Cet instrument remplace l'ancien modèle T005 qui a fonctionné en continu de 1987 à 1996.

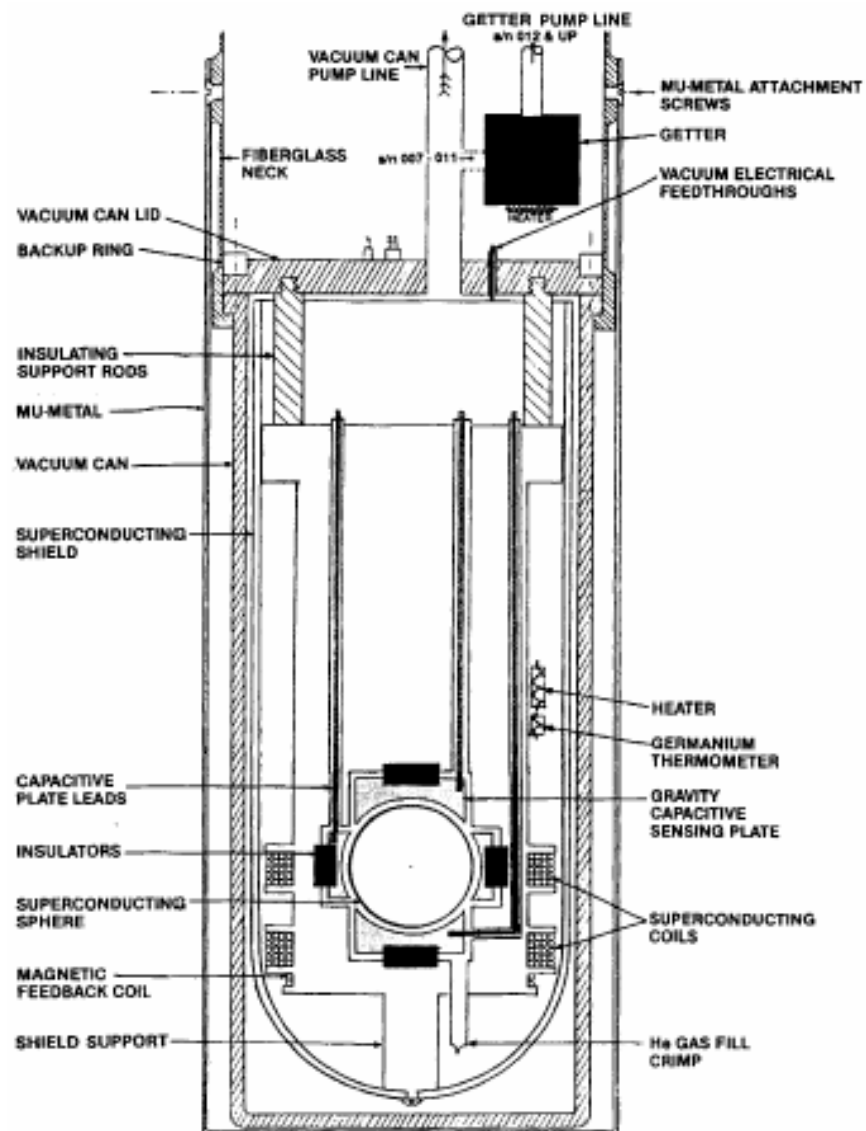


Figure 3 Coupe verticale de la partie capteur du gravimètre supraconducteur.

Le projet mondial GGP (Global Geodynamics Project)

L'ensemble des données acquises par les gravimètres supraconducteurs cryogéniques est collecté dans le cadre du projet mondial GGP (Global Geodynamics Project). Ce projet a pour objectif l'échange des données de gravité, de pression atmosphérique et éventuellement de paramètres environnementaux (hauteur de la nappe phréatique, humidité du sol, etc.) afin de faciliter les études à l'échelle globale. La première phase de ce projet a débuté en juillet 1997 et s'est achevée en juillet 2003. Une seconde phase est maintenant lancée pour une durée de 4 ans avec l'ajout de nouveaux instruments, par exemple à Concepcion (Chili), à Walferdange (Luxembourg) et à Bad Homburg (Allemagne). Dans le cadre des travaux présentés dans ce document, seules les données des 20 instruments présents dans la première phase du projet (liste en annexe 2) ont été prises en compte. Nous disposons donc, en 2003, d'au moins 6 ans de données de gravité et de pression atmosphérique locale pour plusieurs stations. Bien que la distribution spatiale de ces instruments ne soit pas parfaite (**Figure 4**), cette première phase devrait permettre de déterminer avec précision des phénomènes géophysiques globaux, tels que les modes propres, en s'affranchissant des effets locaux (à l'aide de méthodes de sommation des signaux par exemple).

On peut trouver des informations complètes concernant ce projet mondial sur le site :
<http://www.eas.slu.edu/GGP/ggphome.html>

L'ensemble des données des gravimètres supraconducteurs est supervisé et contrôlé par le centre ICET (International Centre for Earth Tides) localisé à Bruxelles. L'observatoire royal de Belgique (ROB) est l'institution hôte en charge de la maintenance technique de la base de données GGP. La base a été créée par le ISDC (Information System and Data Center) du centre GFZ (GeoForschungZentrum) de Potsdam qui s'occupe de la maintenance du système et des mises à jour de la base de données GGP.

Les données sont accessibles sur le site :
<http://etggp.oma.be/>

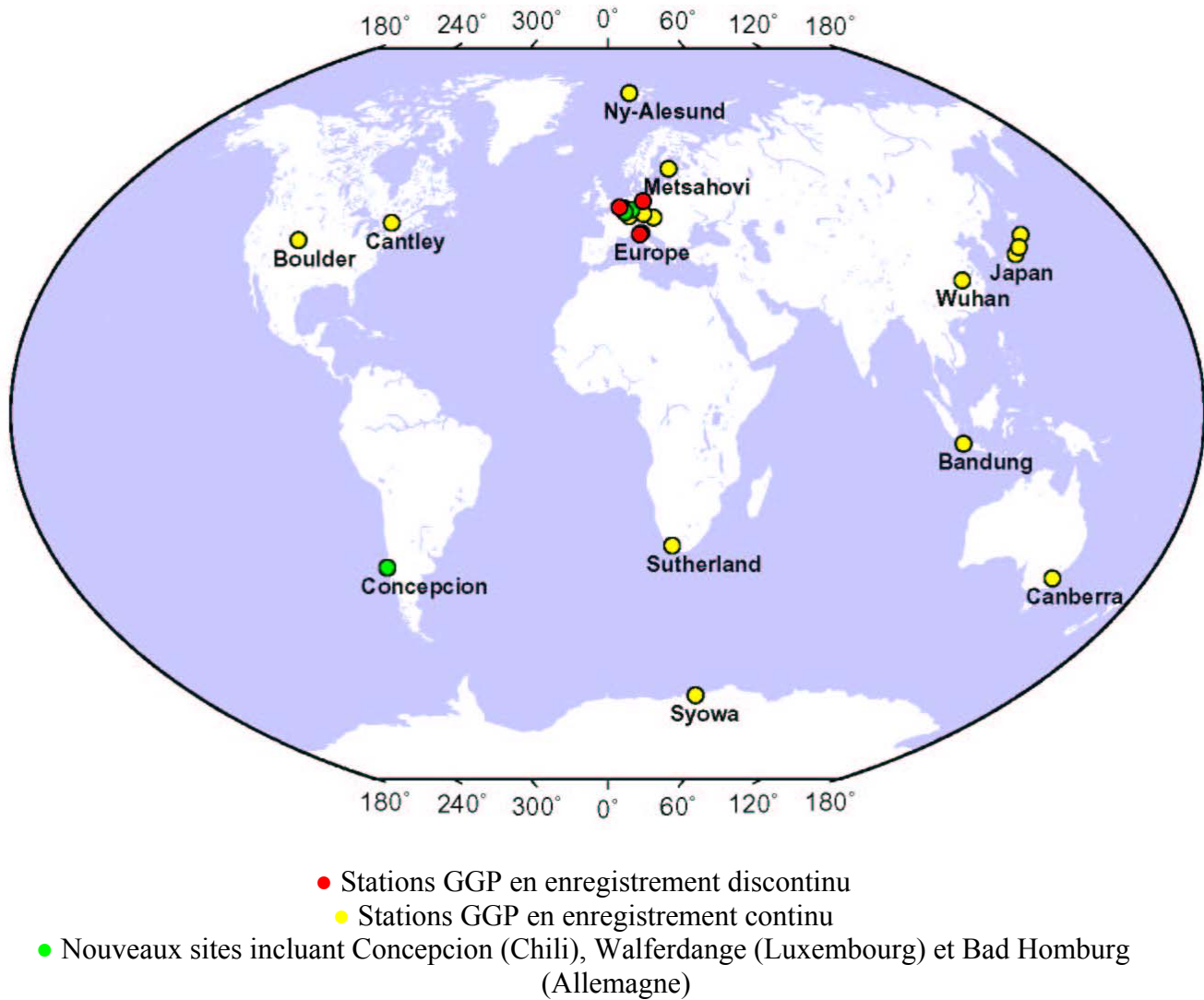


Figure 4 Carte géographique du réseau mondial de gravimètres supraconducteurs regroupés au sein du projet GGP pour la période 1997-2003, incluant les nouveaux sites. Les stations de la première phase sont Bandung (BA), Bruxelles (BE), Boulder (BO), Brasimone (BR), Cantley (CA), Canberra (CB), Esashi (ES), Kyoto (KY), Matsushiro (MA), Medicina (MC), Membach (MB), Metsahovi (ME), Moxa (MO), Potsdam (PO), Strasbourg (ST), Sutherland (SU), Syowa (SY), Vienne (VI), Wettzell (WE) et Wuhan (WU).

Introduction

La grande stabilité des gravimètres cryogéniques a contribué aux premières détections des variations de gravité à long terme telles la signature directe du mouvement du pôle (par exemple Richter et al., 1995 ; Sato et al., 1997 ; Loyer et al., 1999). La grande précision des gravimètres supraconducteurs, dans la bande des marées, permet la validation des modèles de marées solide et océaniques dans les bandes de fréquences diurne et semi-diurne (par exemple Baker et Bos, 2003 ; Boy et al., 2003a) et aussi à plus longues périodes (Sato et al., 1997 ; Bos et al., 2000). Elle a également permis la détection de la surcharge induite par les ondes de marées océaniques non-linéaires (Florsch et al., 1995) d'amplitude de quelques 10^{-2} nm/s², même à des stations comme Strasbourg (France) et Cantley (Canada) (Merriam, 1995) situées à quelques centaines de kilomètres des côtes. Une étude récente par Boy et al. (2003b) a montré que la grande précision des mesures de gravimètres supraconducteurs permet la détection des effets de surcharge induits par les composantes de marées principales sur la marge continentale Nord-ouest européenne, dans les bandes de fréquences quart-diurne et six-diurne, même pour des stations comme Vienne (Autriche), située à 800 km des côtes de la Mer du Nord. Ils ont aussi montré que les observations des gravimètres cryogéniques sont cohérentes avec les estimations de surcharge de différents modèles de marge continentale, et que les différences entre ces modèles sont plus grandes que les erreurs formelles de la plupart des gravimètres supraconducteurs. Les mesures de gravité peuvent, par conséquent, être utilisées comme un outil indépendant de validation des modèles de marées océaniques non-linéaires, de façon complémentaire aux enregistrements de marégraphes et de pression en fond de mer.

L'apport des gravimètres supraconducteurs dans les bandes des marées n'est plus à prouver. Ici, nous montrons que les gravimètres supraconducteurs apportent également des contributions à des fréquences supérieures à celles des marées. En particulier, nous démontrons l'apport unique des gravimètres cryogéniques à l'étude des modes propres sismiques les plus graves et aux modes sub-sismiques, tels que les variations de gravité associées à la translation de la graine dans le noyau fluide, appelé triplet de Slichter (Slichter, 1961).

Pour étudier la structure interne de la Terre en profondeur, nous nous intéressons aux variations de la gravité induites par des phénomènes sismiques et sub-sismiques, tels que les séismes et le mouvement de translation de la graine. Les modes propres sismiques et sub-sismiques échantillonnent la Terre du noyau jusqu'au manteau. L'intérêt des modes propres, par rapport à l'étude des temps d'arrivée des ondes, réside, entre autre, dans le fait que leurs fréquences sont les seules données qui peuvent détailler la structure en densité de la Terre.

Les gravimètres, comme les sismomètres, enregistrent l'accélération du sol, qui se décompose en trois parties : la perturbation de la gravité à l'air libre due au déplacement radial (champ statique), l'accélération inertielle et la perturbation de l'attraction gravitationnelle due à la redistribution des masses. Les gravimètres supraconducteurs ont déjà prouvé leur capacité à observer des modes sismiques, de façon comparable aux sismomètres longue période. Nous verrons que ces instruments contribuent indéniablement à la sismologie très basse fréquence (en dessous de 1 mHz).

Une première partie de ce travail de thèse est consacrée à la théorie des modes propres et du triplet de Slichter. L'importance de l'étude des modes sismiques les plus graves et du mode sub-sismique de Slichter est soulignée : ils apportent une information précieuse sur l'intérieur profond de la Terre. Nous insistons plus particulièrement sur les controverses, tant du point de vue de la théorie que de l'observation, générées par le triplet de Slichter qui n'a jamais été observé sans ambiguïté. L'observation de ce mode de translation de la graine est primordiale car elle contraindrait le saut de densité à la frontière graine – noyau externe, et elle apporterait aussi de l'information sur la stratification du noyau liquide.

Nous étudions, dans la deuxième partie de ce travail de thèse, les niveaux de bruit de l'ensemble des stations gravimétriques GGP sur un large spectre de fréquences, allant des modes propres sismiques longue période (200s-600s) jusqu'aux marées (12h-24h), en passant par les modes propres sub-sismiques (1h-6h). La connaissance du niveau de bruit (bruit instrumental + site) de chacune des stations est en effet nécessaire puisque nous voulons combiner les données entre elles. L'analyse du niveau de bruit, pour une station donnée, peut être réalisée à l'aide de densités spectrales de puissance, qui présentent l'avantage d'être indépendantes de la longueur du signal. De plus, l'intégration de ce spectre dans une bande de fréquences donne la puissance moyenne de cette bande. Nous montrons, à partir de cette étude du bruit, que les gravimètres supraconducteurs contribuent, de façon complémentaire aux sismomètres longue période, à l'étude des modes de vibration de la Terre basses fréquences (inférieures à 1 mHz), c'est-à-dire des modes qui échantillonnent la Terre de la surface jusqu'au noyau. En particulier, nous montrons qu'entre les périodes de 16 min et 4.6 h, les niveaux de bruit des gravimètres cryogéniques du réseau GGP descendent en - dessous des niveaux de bruit de la sismologie. Afin de confirmer que, même dans la bande sismique, les gravimètres supraconducteurs sont de qualité comparable aux sismomètres longue période, nous complétons l'étude du bruit par l'observation des oscillations libres incessantes (appelées « hum ») dans la bande sismique 2 – 7 mHz avec des gravimètres cryogéniques de faible niveau de bruit.

Après avoir montré que les gravimètres supraconducteurs sont particulièrement bien adaptés à l'étude des modes sismiques longue période, la troisième partie est consacrée à la mise au point de méthodes de traitement du signal. Nous testons en particulier des méthodes de sommation, de recherche de résonances dans les spectres et d'analyses en ondelettes sur des signaux synthétiques, avant de les appliquer dans la dernière partie sur les données des stations les moins bruitées. Nous avons programmé entièrement ces outils de traitement, de sommation et d'analyse. Dans le cadre de la recherche de signaux harmoniques amortis, nous développons une méthode d'analyse en ondelettes en prenant pour fonction génératrice une fonction harmonique amortie, que nous rendons admissible au sens de l'analyse et de la reconstruction du signal.

Dans la dernière partie, nous mettons en avant l'apport indéniable des gravimètres cryogéniques à l'étude des modes propres sismiques les plus graves, c'est-à-dire ceux de fréquence inférieure à 1 mHz. En particulier, nous soulignons : (1) l'étude de l'éclatement (splitting = éclatement d'un mode de degré l en $2l+1$ singlets, sous l'effet de la rotation et de l'ellipticité) du mode propre fondamental de degré deux ${}_0S_2$, appelé « football mode », en cinq singlets et de période centrale proche de 54 min, (2) la première observation du mode

sismique de degré un ${}_2S_1$, de période centrale proche de 42 min, après le séisme du Pérou du 23 juin 2001 de magnitude $M_s = 8.4$. L'analyse du splitting de ces modes en fréquences et l'étude de l'amortissement de chaque singlet apportent des contraintes importantes sur la structure en densité du manteau et du noyau. Plus particulièrement, cette première détection du mode sismique ${}_2S_1$ (2 correspond au nombre radial ou harmonique, et 1 correspond au degré d'harmonique sphérique), qui n'a jamais été réalisée avec des sismomètres, n'aurait certainement pas pu être possible sans les gravimètres cryogéniques.

Enfin, nous consacrons notre projet à la recherche de la signature directe du mode propre sub-sismique de translation de la graine, noté ${}_1S_1$ en sismologie, qui a fait l'objet de nombreuses études qui n'ont pas abouti à sa détection. L'effet en gravité de ce mouvement de quelques millimètres atteint à la surface terrestre, une amplitude maximale qui se situe à la limite de détection des instruments utilisés (les gravimètres supraconducteurs cryogéniques), qui sont pourtant les mieux adaptés à cette recherche par leur faible niveau de bruit dans la bande sub-sismique. La source d'excitation de ce mouvement de la graine solide dans le noyau liquide est encore inconnue. L'observation de ce mode donnerait des informations primordiales pour affiner la structure en densité des modèles de Terre au niveau de la graine et du noyau, et en corollaire contraindre le processus de géodynamo. Nous formons l'hypothèse fondamentale que ce mode de degré un est observable en surface et qu'il peut être modélisé par la somme de trois sinusoïdes amorties. Les différents outils testés en troisième partie sur des signaux-tests sont alors appliqués à des données réelles.

Dans le cadre de ces travaux, nous nous proposons donc d'apporter des éléments nouveaux à la connaissance de la Terre profonde et des mécanismes qui la régissent.

Première partie

Théorie des modes propres et modes de translation de la graine

CHAPITRE I

Théorie des modes propres

En sismologie et en géodynamique, aux courtes échelles de temps, la Terre est considérée comme un milieu continu élastique (avec une possible légère anélasticité) autogravitant. Les principes essentiels de la gravito - élasticité sont donc utilisés pour étudier les oscillations libres de la Terre. L'analyse théorique des modes propres de la Terre a été initiée il y a plus d'un siècle et demi par le mathématicien français Poisson (1829), mais les équations d'équilibre et de vibration étaient incomplètes. La première estimation numérique d'une fréquence propre de vibration de la Terre a été réalisée par Lord Kelvin en 1863. Cependant, le premier traitement complet des oscillations libres d'une sphère non - gravitante est l'analyse de Lamb (1882). Il distingua clairement les oscillations sphéroïdales des oscillations toroïdales. Lamb conduit son analyse en termes de coordonnées cartésiennes à trois dimensions ; cependant Chree (1889) montra qu'utiliser des coordonnées sphériques donne les mêmes résultats. Depuis, la représentation en harmoniques sphériques de la déformation élasto - gravitationnelle de la Terre est employée dans la majorité des analyses théoriques. La première intégration numérique des équations différentielles radiales qui décrivent la déformation élasto - gravitationnelle d'un modèle de Terre sphérique à symétrie sphérique a été effectuée par Takeuchi (1950) sans l'aide d'ordinateur. Depuis, Gilbert et ses collaborateurs ont dominé la recherche des modes propres et son programme d'intégration numérique est à la base des codes de calcul sur ordinateur (tels que MINOS et OBANI) largement utilisés aujourd'hui pour calculer les fréquences et fonctions propres de la Terre.

Dans ce premier chapitre du travail de thèse, nous rappelons l'essentiel de la théorie des modes propres entièrement exposée dans le livre de Dahlen et Tromp (1998) intitulé 'Theoretical Global Seismology'. Relativement à un état de référence en équilibre hydrostatique, on introduit une perturbation dans la densité et le champ de contraintes. Par rapport à cet état perturbé, la théorie des modes propres est une théorie linéaire, c'est-à-dire la réponse de la Terre est supposée linéaire par rapport à l'excitation initiale : les équations du mouvement sont linéarisées.

I.1. Les oscillations libres

I.1.1 Introduction

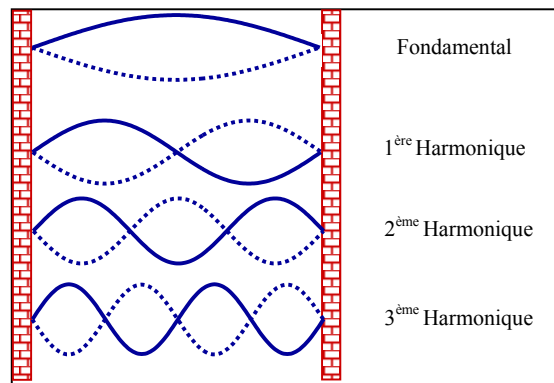
Tout corps élastique fini peut vibrer librement à des fréquences déterminées par sa forme et sa constitution. Le spectre de ces oscillations contient un nombre infini de fréquences discrètes. Ces oscillations sont appelées les modes propres du corps ou oscillations libres. Le terme « libre » est

important car il signifie bien que ces oscillations ont lieu après que la source d'excitation a cessé d'agir.

Dans le cas d'une corde attachée à ses deux extrémités, on peut observer des ondes stationnaires sous l'effet d'une impulsion initiale qui génère des oscillations (Fig. I. 1 a). Seules certaines longueurs d'onde et fréquences sont permises, fixées par les conditions aux limites. Il en va de même pour une sphère (Fig. I. 1 b).

Dans le cas de la Terre, après un séisme de magnitude suffisamment élevée (en général une magnitude supérieure à 6.5), on observe des vibrations : les paquets d'ondes progressives font plusieurs fois le tour de la Terre, dans des directions opposées et finissent par se rejoindre et interférer entre elles pour produire des ondes stationnaires. Ces ondes stationnaires oscillent à différentes fréquences. La Terre étant limitée par une surface libre, le séisme génère ces modes d'oscillation de nature élasto – gravitationnelle. Chaque mode possède une fréquence et une atténuation caractéristiques qui dépendent de la structure de la Terre. Ces modes d'oscillations libres sont appelés modes propres sismiques et perdurent jusqu'à un mois après le séisme.

(a)



(b)

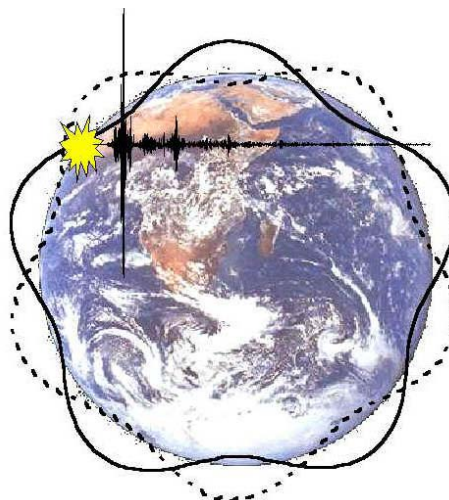


Fig. I. 1 (a) Schéma d'un mode propre fondamental de vibration et de ses trois premières harmoniques : exemple d'une corde. (b) Exemple d'oscillations libres de la Terre générées par un séisme.

I.1.2 Equations pour un modèle de Terre de type SNREI

Un modèle de Terre de type SNREI est un modèle à symétrie sphérique, sans rotation, parfaitement élastique et isotrope. Le modèle de référence PREM isotrope (Preliminary Reference Earth model ; Dziewonski et Anderson, 1981) est de type SNREI. Les équations linéarisées et les conditions aux limites qui gouvernent les oscillations libres d'un modèle de Terre de type SNREI sont les suivantes :

Equation linéarisée de conservation du moment cinétique dans le domaine fréquentiel :

Les forces en jeu sont les forces inertielles, les forces élastiques causées par la déformation du corps et les forces gravitationnelles dues à la variation du potentiel gravitationnel.

$$\underbrace{-\omega^2 \rho \mathbf{s}}_{\text{inertie}} - \underbrace{\left(\kappa + \frac{1}{3} \mu \right) \nabla (\nabla \cdot \mathbf{s}) - \mu \nabla^2 \mathbf{s} - \left(\dot{\kappa} - \frac{2}{3} \dot{\mu} \right) (\nabla \cdot \mathbf{s}) \hat{r} - 2 \dot{\mu} \left[\partial_r \mathbf{s} + \frac{1}{2} \hat{r} \times (\nabla \times \mathbf{s}) \right]}_{\text{élasticité}} + \underbrace{(4\pi G \rho^2 s_r) \hat{r} + \rho \nabla \phi + \rho g [\nabla s_r - (\nabla \cdot \mathbf{s} + 2r^{-1} s_r) \hat{r}]}_{\text{gravitation}} = 0, \quad (\text{I. 1})$$

avec :

- \mathbf{s} Le champ de déplacement, s_r la composante radiale de ce champ,
- ρ La densité non perturbée,
- ϕ La perturbation eulérienne du potentiel gravitationnel,
- κ Le coefficient d'incompressibilité isentropique,
- μ La rigidité,
- g le champ de gravité non perturbé,
- G la constante de gravitation universelle $G = 6.67 \cdot 10^{-11} \text{ N.m}^2.\text{kg}^{-2}$,
- r la norme du rayon vecteur \hat{r} en coordonnées sphériques,
- ω la pulsation,
- et ∇ l'opérateur gradient.

Le point et ∂_r dénotent la dérivation par rapport au rayon r .

Equation de Poisson :

$$\nabla^2 \phi = -4\pi G (\rho \nabla \cdot \mathbf{s} + \dot{\rho} s_r)$$

Conditions aux limites :

Les solutions de ces deux équations doivent satisfaire les conditions aux limites sur le champ de déplacement, sur le champ de contraintes et sur le potentiel perturbé, c'est à dire :

- la continuité des trois composantes du déplacement, sauf aux interfaces liquide - solide où le glissement est permis,
- la continuité des trois composantes de la contrainte aux interfaces,
- l'annulation des trois composantes de la contrainte à la surface libre,
- l'absence de cisaillement aux interfaces solide – solide,
- la continuité de la perturbation du potentiel et de la gravité aux interfaces déformées.

Il s'agit d'un problème aux valeurs propres dont les solutions sont les fonctions propres associées chacune à une fréquence propre. Afin de calculer les fréquences propres et les fonctions propres d'un modèle de Terre de type SNREI, il faut convertir les équations du mouvement linéarisées et les conditions aux limites associées en un système équivalent d'équations scalaires couplées. Cette importante tâche peut être réalisée à l'aide de trois méthodes :

- utilisation des harmoniques sphériques vectorielles,
- représentation en harmoniques sphériques généralisées,
- ou utilisation du principe de Rayleigh.

Les résultats évoqués par la suite sont basés sur la première méthode utilisant le développement en harmoniques sphériques vectorielles.

I.1.3 Solutions du problème aux valeurs propres

Décomposition en harmoniques sphériques vectorielles :

Dans le système de coordonnées sphériques r , θ et ϕ , on cherche des solutions propres de la forme :

$$\mathbf{s} = U \mathbf{P}_{lm} + V \mathbf{B}_{lm} + W \mathbf{C}_{lm} \quad \text{et} \quad \phi = P Y_{lm},$$

où les fonctions propres radiales $U(r)$, $V(r)$, $W(r)$ et $P(r)$ sont fonctions du rayon uniquement. Les harmoniques sphériques vectorielles \mathbf{P}_{lm} , \mathbf{B}_{lm} et \mathbf{C}_{lm} s'expriment en fonction du scalaire Y_{lm} , harmonique sphérique de surface réelle, où l est le degré et m l'ordre de l'harmonique sphérique, selon :

$$P_{lm}(\theta, \phi) = \vec{r} Y_{lm}(\theta, \phi), \quad B_{lm}(\theta, \phi) = \frac{1}{\sqrt{l(l+1)}} \nabla_t Y_{lm}(\theta, \phi) \quad \text{et} \quad C_{lm}(\theta, \phi) = -\frac{1}{\sqrt{l(l+1)}} (\vec{r} \wedge \nabla_t) Y_{lm}(\theta, \phi)$$

L'opérateur ∇_t désigne le gradient tangentiel de surface.

I.1 Les oscillations libres

En remplaçant \mathbf{s} par son développement en harmoniques sphériques vectorielles dans l'équation du mouvement linéarisée (I. 1), on obtient trois équations différentielles ordinaires du second ordre en U , V et W .

De manière analogue au champ de déplacement, le tenseur de contraintes \mathbf{T} se développe sous la forme $\hat{\mathbf{r}} \cdot \mathbf{T} = RP_{lm} + SB_{lm} + TC_{lm}$. Comme le tenseur \mathbf{T} peut s'écrire en fonction du déplacement \mathbf{s} , on obtient les relations entre R , S , T et U , V , W :

$$\begin{aligned} R &= (\kappa + \frac{4}{3}\mu)\dot{U} + (\kappa - \frac{2}{3}\mu)r^{-1}(2U - \sqrt{l(l+1)}V), \\ S &= \mu(\dot{V} - r^{-1}V + \sqrt{l(l+1)}r^{-1}U), \\ T &= \mu(\dot{W} - r^{-1}W). \end{aligned}$$

L'équation de Poisson, quant à elle, est équivalente à une équation différentielle du second ordre en P :

$$\ddot{P} + 2r^{-1}\dot{P} - l(l+1)r^{-2}P = -4\pi G\rho\dot{U} - 4\pi G\rho[\dot{U} + r^{-1}(2U - \sqrt{l(l+1)}V)].$$

I.1.4 Découplage et dégénérescence

Les équations scalaires et les conditions aux limites qui déterminent les fonctions propres radiales U , V et P sont complètement découplées de celles qui déterminent W . Par conséquent, un modèle de Terre SNREI possède deux types de modes normaux bien distincts – les modes sphéroïdaux dont les déplacements sont de la forme $U P_{lm} + V B_{lm}$ et les modes toroïdaux dont les déplacements sont de la forme $W C_{lm}$. Le cas le plus simple de mode sphéroïdal est celui où le déplacement est purement radial : on parle alors de modes radiaux ($V = 0$ et $S = 0$). ${}_0S_0$ est un mode fondamental radial (Fig. I. 2).

Les oscillations sphéroïdales altèrent la forme externe et la densité interne de la Terre ; elles s'accompagnent donc de perturbations $P Y_{lm}$ du potentiel gravitationnel. Au contraire, les oscillations toroïdales possèdent des déplacements purement tangentiels et une divergence nulle ; ils laissent donc la forme et la distribution en densité radiale ρ de la Terre intactes.

Aucune des relations scalaires gouvernant les fonctions propres radiales U , V , P ou W ne montre de dépendance avec l'ordre azimutal m . A cause de cela, toutes les fréquences propres ω sphéroïdales ou toroïdales sont dégénérées avec un espace propre associé de dimension $(2l+1)$ défini par les harmoniques sphériques de surface $Y_{l,-l}, \dots, Y_{l0}, \dots, Y_{ll}$. Cette dégénérescence en $2l+1$ est propre à un modèle de type SNREI.

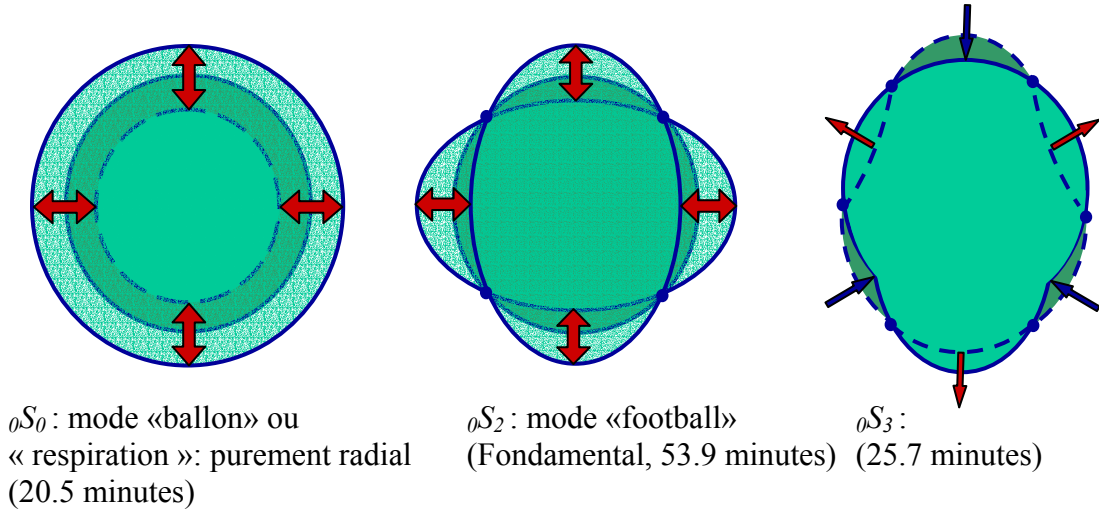


Fig. I. 2 Exemples de modes sismiques sphéroïdaux pour l'ordre $m = 0$. Les amplitudes ne sont pas respectées.

Lorsqu'il est nécessaire de distinguer entre les fréquences et les fonctions propres d'une Terre réelle et de type SNREI, une notation indicielle de type ${}_n\omega_l^S$, ${}_n\omega_l^T$, et ${}_nU_l$, ${}_nV_l$, ${}_nW_l$ doit être utilisée. Le préfixe $n = 0, 1, 2, \dots$, nombre d'harmonique, a été introduit en prévision du fait que pour une valeur donnée du degré harmonique l le nombre de modes sphéroïdaux et toroïdaux de fréquences propres ${}_n\omega_l^S$ et ${}_n\omega_l^T$ tend vers l'infini lorsque $n \rightarrow \infty$. L'ensemble des $2l+1$ oscillations associées à la fréquence propre ${}_n\omega_l^S$ ou ${}_n\omega_l^T$ est appelé un **multiplet**, désigné par ${}_nS_l$ pour les modes sphéroïdaux et par ${}_nT_l$ pour les modes toroïdaux du manteau. Chaque fonction propre sphéroïdale (pour un m donné) $\sigma_{lm} = {}_nU_l P_{lm} + {}_nV_l B_{lm}$ d'un multiplet ${}_nS_l$, et chaque fonction propre toroïdale $\tau_{lm} = {}_nW_l C_{lm}$ d'un multiplet ${}_nT_l$, est appelée un **singlet**. Un multiplet est donc constitué de $2l+1$ singlets. Des exemples de modes sphéroïdaux fondamentaux et toroïdaux, d'ordre zéro, sont respectivement dessinés sur les figures (I. 2) et (I. 3). Lorsque l'ordre m est différent de zéro, la forme de la déformation associée est plus compliquée.

L'indice radial n correspond pour les modes toroïdaux, au nombre de sphères nodales. C'est moins simple dans le cas des modes sphéroïdaux car le déplacement a deux composantes, une composante radiale (${}_nU_l$) et une composante tangentielle (${}_nV_l$).

- Pour la composante radiale ${}_nU_l$: à n donné, il existe une valeur de l critique au dessus de laquelle le nombre de sphères nodales est n , et en dessous de laquelle il n'existe pas de relation entre ces deux grandeurs.
- Pour la composante tangentielle ${}_nV_l$: il existe une autre valeur critique de l supérieure à la précédente, au dessus de laquelle le nombre de sphères nodales est $n+1$, et en dessous de laquelle il n'existe aucune relation entre ces deux grandeurs.

I.2 Eclatement ('splitting') et couplage des modes

A n fixé, le déplacement est préférentiellement dans la partie superficielle de la Terre quand l augmente.

A l fixé, le nombre de sphères nodales augmente généralement avec n ; de même la profondeur à laquelle le déplacement devient négligeable augmente.

Tout écart d'un modèle de Terre au modèle SNREI enlève la dégénérescence et entraîne la séparation (splitting) et le couplage des modes.

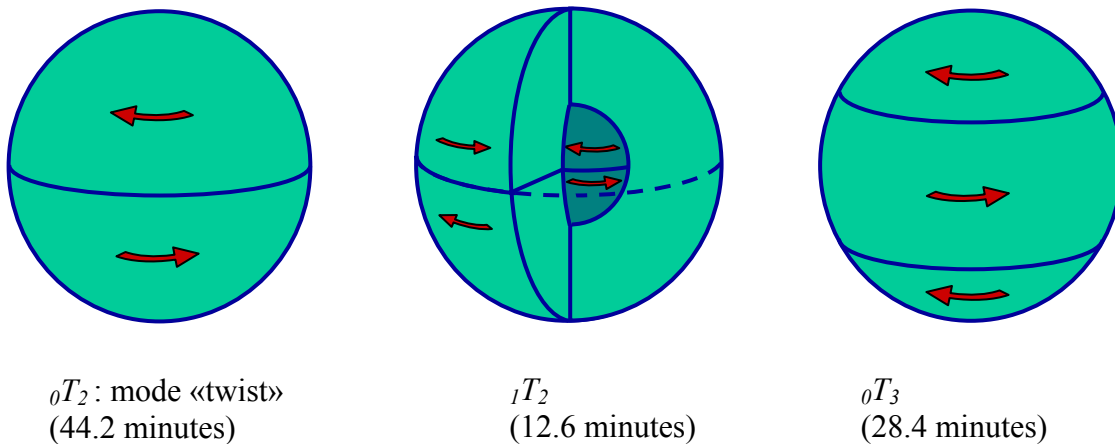


Fig. I. 3 Exemples de modes sismiques toroïdaux pour l'ordre $m = 0$.

I.2. Eclatement ('splitting') et couplage des modes

I.2.1 Couplage des modes

Dans le cas d'une Terre de type SNREI, les modes toroïdaux ne sont pas observables par un gravimètre ou sur la composante verticale des sismomètres puisqu'ils n'ont pas de composante radiale. Lorsque l'on considère une Terre réelle (c'est-à-dire ellipsoïdale en rotation), un phénomène de couplage des modes de fréquences voisines se produit. Cela n'est possible que si certaines relations lient les nombres l , m et n des deux modes couplés (Dahlen, 1969) ; il peut lier un mode toroïdal à un mode sphéroïdal. Ainsi il est possible d'observer des modes toroïdaux sur des instruments verticaux (par exemple Zürn et al., 2000).

I.2.2 Splitting des modes

Le splitting (voir le schéma pour $l = 1$ sur la figure (I. 4)) des oscillations libres de la Terre a été observé pour la première fois après le grand séisme du Chili de 1960 ; le caractère de doublet apparent des multiplets ${}_0S_2$ et ${}_0S_3$ a été immédiatement attribué à la rotation de la Terre. Seulement deux parmi les cinq pour ${}_0S_2$ (resp. sept pour ${}_0S_3$) singlets étaient en effet visibles.

La rotation et l'ellipticité hydrostatique associée contribuent de façon significative au splitting et au couplage des oscillations libres les plus graves. Cependant, l'éclatement dû aux autres perturbations (hétérogénéités latérales) est souvent beaucoup plus important. Les observations de ce splitting non hydrostatique peuvent aider à contraindre l'hétérogénéité latérale élastique et l'anisotropie – et donc la dynamique interne – de la Terre.

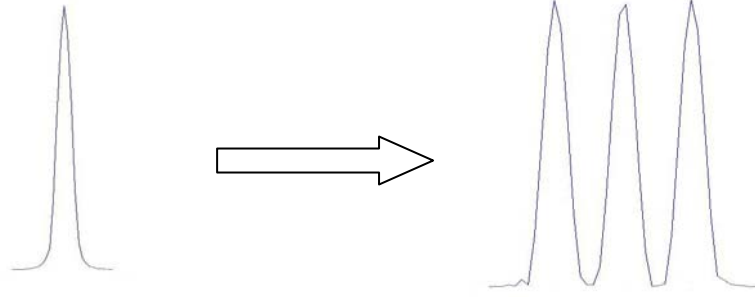


Fig. I. 4 Schéma du splitting en amplitude spectrale d'un mode de degré un en $2l+1=3$ pics

Dahlen (1968) a proposé une loi de splitting quadratique en l'ordre m entre la fréquence propre ω_m du $m^{\text{ème}}$ singlet et la fréquence dégénérée ω_d en l'absence de rotation et d'ellipticité de la Terre, qui tient compte de la rotation et de l'ellipticité :

$$\omega_m = \omega_d (1 + a + bm + cm^2),$$

où le terme b provient de l'effet au premier ordre de la force de Coriolis, les termes a et c de l'ellipticité et des effets au second ordre de la rotation. Dans cette loi quadratique, les hétérogénéités latérales ne sont pas prises en compte. Le paramètre de perturbation c se décompose en $c = c_e + c_n + c_2$ avec c_e qui vient de l'ellipticité, c_n de la partie non radiale du potentiel de rotation et c_2 de l'effet au second ordre de la force de Coriolis. Le paramètre de perturbation a s'écrit de la même façon avec un terme supplémentaire a_r qui provient de la partie radiale du potentiel de rotation. La moyenne des $2l+1$ fréquences propres du multiplet de degré l s'exprime alors sous la forme $\omega_{\text{moyen}} = \omega_d (1 + a_2 + a_r + l(l+1)/3 c_2) = \omega_d (1+p)$. A partir des observations de ω_m , on peut calculer ω_{moyen} mais pour obtenir ω_d , il faut estimer p , qui est fonction de la structure de la Terre. Les valeurs de p changent très peu d'un modèle de Terre acceptable à un autre (Buland et al., 1979).

I.2.3 Résolution numérique des équations

Le calcul des modes propres d'un modèle de Terre de type SNREI réaliste avec une graine solide, un noyau externe fluide, un manteau solide, une croûte et un océan fluide, nécessite une intégration numérique.

Il est possible d'utiliser un code appelé MINOS (Woodhouse, 1988), présent sur le site de Widmer-Schmidrig (<http://www-gpi.physik.uni-karlsruhe.de/pub/widmer/Modes/modes.html>) et du REM (The Reference Earth Model Website : <http://mahi.ucsd.edu/Gabi/rem.html>), pour

1.2 Eclatement ('splitting') et couplage des modes

calculer les fonctions et les fréquences propres d'un mode sphéroïdal, toroïdal ou radial, pour un modèle de Terre à une dimension (PREM, 1066A, 1066B ou CORE11).

Le calcul analytique ou numérique des déformations globales et périodiques de modèles de Terre en rotation et de forme ellipsoïdale est beaucoup plus compliqué que celui de modèles terrestres dépourvus de rotation et sphériques. L'influence de la rotation et de l'ellipticité sur les modes sismiques est habituellement quantifiée au moyen de méthodes de perturbation (par exemple Dahlen, 1968 ; Dahlen, 1969 ; Dahlen et Sailor, 1979). Dans ces cas, il n'est pas nécessaire de résoudre les équations de mouvement d'un modèle ellipsoïdal. Il suffit de perturber les fréquences et fonctions propres, calculées par MINOS par exemple, pour une Terre sphérique non rotative.

Cependant, si l'on considère des modes de période supérieure à une heure, tels que les modes de translation de la graine, ou les modes gravito – inertiels du noyau liquide, la rotation et l'ellipticité ne peuvent plus être traitées comme de petites perturbations. Smith (1974) développa les équations scalaires qui régissent les mouvements infinitésimaux d'un corps élastique en rotation lente.

Le déplacement total \mathbf{s} enregistré à la surface de la Terre est la somme infinie de tous les modes propres sphéroïdaux et toroïdaux :

$$\mathbf{s} = \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=-l}^l (\sigma_{lm} + \tau_{lm}),$$

où σ_{lm} et τ_{lm} sont respectivement les champs vectoriels sphéroïdal et toroïdal du déplacement dans la base fonctionnelle des harmoniques sphériques.

La force de Coriolis et l'ellipticité créent un couplage entre les déplacements de degrés harmoniques différents de telle sorte que le déplacement total \mathbf{s} peut se développer sous la forme :

$$\mathbf{s} = \sum_{l=|m|, |m|+2, \dots}^{\infty} \sigma_l^m + \tau_{l+1}^m \quad \text{Ou} \quad \mathbf{s} = \sum_{l=|m|, |m|+2, \dots}^{\infty} \tau_l^m + \sigma_{l+1}^m \quad (\text{Smith, 1974}).$$

La résolution numérique de ces équations scalaires exige une troncature à un certain niveau. Les solutions de ces équations sont des solutions obtenues par intégration des équations, et non des solutions perturbées à partir des solutions pour un modèle de Terre de type SNREI.

1.2.4 Intérêt de l'étude du splitting et du couplage des modes

L'observation du splitting de Zeeman (splitting dû à la rotation en Ω^2 , avec Ω la vitesse de rotation de la Terre) de multiplets individuels et du couplage de Coriolis entre des multiplets sphéroïdaux et toroïdaux apportent des améliorations dans les modèles de densité à une dimension (Widmer-Schmidrig, 2003). Le splitting de Zeeman et le couplage de Coriolis sont des faibles signaux qui contraignent le profil de densité 1D bien plus que la masse de la Terre et le moment d'inertie. Le splitting dû à la rotation est plus grand pour les multiplets basse fréquence à cause de leur proximité de la fréquence de rotation de la Terre. Zürn et al. (2000) ont souligné que le couplage de Coriolis donne des contraintes linéaires sur le profil de densité, très

semblables au splitting de Zeeman. Accessoirement, les SG ont contribué à quelques unes des meilleures détections du mode toroïdal fondamental ${}_0T_2$ (Zürn et al., 2000). En outre, le splitting des modes pour des fréquences inférieures à 1 mHz possède une grande sensibilité à la structure de densité 3D dans le manteau et le noyau de la Terre. L'étude des modes propres sismiques les plus graves est donc précieuse pour affiner les modèles de Terre.

I.3. Modes sub-sismiques

Pour générer un mouvement ondulatoire lorsqu'une particule est perturbée par rapport à sa position d'équilibre, une force de rappel est nécessaire. Dans le cas des modes sismiques la force de rappel est élastique. Mais, dans le noyau, d'autres forces entrent en jeu, puisque le noyau est un fluide stratifié, en rotation, et soumis à un champ magnétique et à un champ gravitationnel. Ces forces de rappel possibles sont donc respectivement :

- la force d'Archimède → ondes de gravité
- la force de Coriolis → ondes inertielles
- la force de Lorentz → ondes hydromagnétiques ou d'Alfvén

A courtes périodes (dans la bande sismique) l'effet de ces forces est négligeable par rapport à la force de rappel élastique, mais leur influence augmente avec la période. Les oscillations libres dues à ces forces de rappel sont les modes sub-sismiques dont les périodes sont supérieures à 54 minutes. Le déplacement est alors concentré dans le noyau. L'observation de ces modes du noyau fournirait des informations sur la stratification du noyau qui est assez mal contrainte par la sismologie. La stratification du noyau liquide est paramétrée par la fréquence de Brunt – Väisälä qui décrit le rôle de la force d'Archimède dans un fluide stratifié. Cette fréquence est explicitée plus en détail dans le chapitre suivant.

I.4. Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté la théorie des modes propres sismiques dont les périodes sont inférieures à une heure et qui sont observés après des tremblements de terre de magnitude supérieure à 6.5. Nous avons montré que l'étude de ces oscillations libres apportait de précieuses informations sur la structure interne de la Terre.

La présence du noyau liquide implique la présence de modes, dits sub-sismiques, de périodes supérieures à une heure, dont les amplitudes prédites ne dépassent pas 10^{-2} nm/s². Leur observation serait primordiale afin de contraindre notre connaissance du noyau.

En particulier, l'étude du mode sub-sismique de translation de la graine, qui est une oscillation libre de degré un, appelée triplet de Slichter, apporterait des informations sur le saut de densité à l'interface graine – noyau externe et sur la stratification du noyau liquide. Ce mode propre est présenté dans le chapitre suivant.

CHAPITRE II

Le triplet de Slichter

Le triplet de Slichter est un mode propre de translation de la graine solide autour du centre de masse de la Terre. La théorie de la gravito - élasticité résumée au chapitre précédent peut s'appliquer dans le cas de ce mode sub-sismique, bien qu'il ne s'agisse pas d'un mode sphéroïdal ordinaire acoustique ou de gravité (Denis, 1974). Dans la suite, la notation sismologique ${}_1S_1$ sera tout de même employée pour désigner le triplet de Slichter. Ce mode a généré de nombreuses controverses, tant du point de vue de la théorie que de l'observation, car il est encore très mal connu.

La réponse d'un gravimètre à la surface de la Terre est la somme de trois contributions : le déplacement (champ statique), l'accélération inertielle du sol et la perturbation de l'attraction gravitationnelle due à la redistribution des masses. La perturbation de la gravité à l'air libre due à un déplacement radial et l'accélération inertielle du sol dominent la réponse du mode propre de Slichter et contribuent de façon significative à la réponse des modes sismiques sphéroïdaux fondamentaux de bas degré tels que le mode propre ${}_0S_2$. En principe, une translation de la graine devrait donc être observable par un gravimètre à la surface de la Terre ; cependant, jusqu'à maintenant, elle n'a jamais été détectée sans ambiguïté.

II.1. Théorie de la translation de la graine

II.1.1 Introduction

Le mode de Slichter est un mode de degré harmonique un, dont l'existence a été soulignée en premier par Slichter (1961), et qui consiste en une translation rigide de la graine solide par rapport au noyau liquide et au manteau ; les déplacements ${}_1U_1$ (radial), ${}_1V_1$ (transverse) et les tractions associées ${}_1R_1$ (radial), ${}_1S_1$ (transverse) sont représentés figure (II. 1). Les déplacements radial et tangentiel sont approximativement constants dans la graine (${}_1V_1 \approx \sqrt{2} {}_1U_1$) ; le mouvement dans le noyau externe représente le déplacement de la graine qui entraîne un flux de retour du fluide. Les singlets $m = -1$, $m = 0$ et $m = 1$ correspondent à des translations le long des axes x , y et z respectivement, du repère géocentrique.

Dans le cas d'un modèle sphérique sans rotation, la période idéale du mouvement de translation d'une graine sphérique uniforme rigide de densité ρ_i dans un noyau externe liquide,

uniforme, incompressible et de densité ρ_c , sous le rappel de la force de gravité (Slichter, 1961), est donnée par :

$$T_{Slichter} = \sqrt{\frac{3\pi\rho_i}{G(\rho_i - \rho_c)\rho_c}}. \quad (\text{I. 1})$$

Si l'on considère des valeurs de densité égales aux valeurs moyennes du modèle PREM dans la graine et dans le noyau externe, $\rho_i = 12949 \text{ kg/m}^3$ et $\rho_c = 11171 \text{ kg/m}^3$, la période idéale du mode de Slichter serait de 2.7 h, ce qui, on le verra par la suite, est une valeur très faible par rapport aux estimations pour des modèles de Terre plus élaborés.

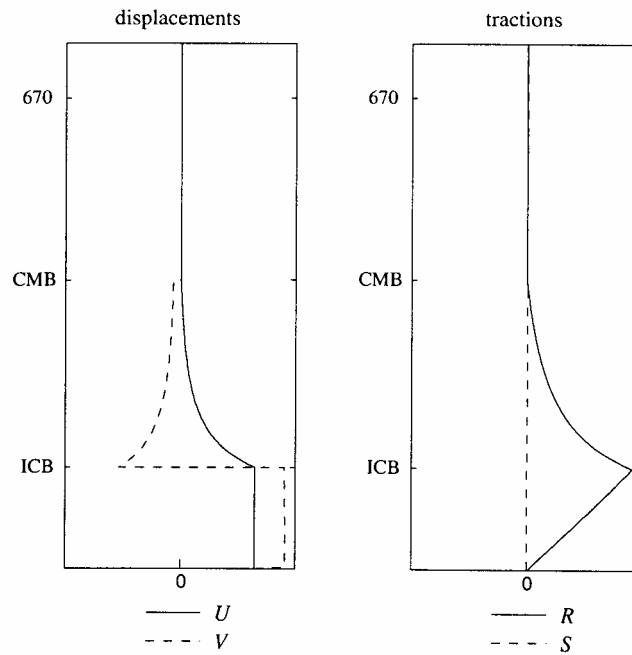


Fig. II. 1 Variations radiales des fonctions propres en déplacement ${}_1U_1$ (radial), ${}_1V_1$ (transverse) (à gauche) et des tractions associées ${}_1R_1$ (radiale), ${}_1S_1$ (transverse) (à droite) du mode de Slichter. L'axe vertical s'étend de la surface jusqu'au centre de la Terre ; la discontinuité à 670 km, la limite noyau - manteau (CMB) et la frontière graine - noyau externe (ICB) sont indiquées.

II.1.2 Influence de la structure du noyau liquide

La fréquence propre ${}_{10}\omega_1$ du mode de Slichter est fortement dépendante du saut de densité à l'interface graine - noyau liquide (différence entre la densité moyenne de la graine et la densité du fluide à la frontière graine - noyau externe) et de la stratification du noyau liquide, dans la mesure où la force de rappel principale est la poussée d'Archimède (Smith, 1976). Il existe une fréquence N appelée fréquence de Brunt - Väisälä qui décrit le rôle de la force d'Archimède dans un fluide stratifié. Elle est définie à l'aide de son carré N^2 par la relation :

$$N^2(r) = -g(r) \left[\frac{\dot{\rho}(r)}{\rho(r)} + \frac{\rho(r)g(r)}{\kappa(r)} \right],$$

II.1 Théorie de la translation de la graine

où $g(r)$ est l'accélération gravitationnelle locale positive, $\rho(r)$ la densité locale, $\dot{\rho}(r)$ le gradient de densité et $\kappa(r)$ l'incompressibilité locale (premier paramètre de Lamé) dans le noyau externe fluide. $N(r)$ est la fréquence angulaire à laquelle, une particule de fluide légèrement déplacée de sa position d'équilibre, va osciller de façon adiabatique (Eckart, 1960) :

- $N^2 > 0$ correspond à un fluide dont la stratification est stable : si une particule est déplacée de sa position d'équilibre, elle revient à sa position initiale en oscillant autour. L'onde qui se propage est une onde de gravité.
- Si $N^2 < 0$, la stratification est instable : si une particule est déplacée de sa position d'équilibre, elle continue à s'en éloigner ; la convection est possible mais il n'y a pas de solution oscillatoire.
- Si $N^2 = 0$, la stratification est neutre ou adiabatique : si une particule est déplacée de sa position d'équilibre, elle reste à sa nouvelle position*. On considère $N^2 = 0$ pour les modes sismiques et inertiels.

Un modèle de Terre est défini de manière unique en spécifiant (1) $N^2(r)$ dans le noyau fluide et (2) le saut de densité à la frontière graine - noyau externe.

Une stratification stable ($N^2 > 0$) augmente les valeurs des fréquences propres de la translation de la graine par rapport à une stratification neutre ($N^2 = 0$). Les raisons de cette propriété sont claires. N^2 est une mesure de la force de rappel exercée par le fluide résultant d'un déplacement radial à partir de la configuration d'équilibre. Les forces de poussée d'Archimède agissent sur la graine déplacée afin de la ramener à sa position d'équilibre. Plus N^2 est grande, plus la force de rappel totale est grande et donc plus l'oscillation est rapide.

La période propre dégénérée (en heures) du mode de Slichter pour des modèles de Terre sphériques simplifiés constitués de trois couches homogènes et incompressibles, a été représentée en fonction du saut de densité à l'interface graine - noyau externe par Rogister (2003) et sur la figure (II. 2). La densité et la vitesse des ondes P dans le manteau sont la densité moyenne et la vitesse moyenne du modèle PREM. La masse du noyau est celle du modèle PREM. Les périodes du mode ${}_1S_1$ pour les modèles PREM (5.42 h) et 1066A (4.599 h) sont indiquées.

Dans le noyau liquide inférieur des modèles de Terre PREM et 1066A, la fréquence de Brunt – Väisälä est au moins trois fois plus petite que la fréquence angulaire au carré du mode de Slichter. Ainsi, à la fréquence de Slichter, la structure du noyau liquide de PREM et 1066A peut être considérée comme quasi-adiabatique, ce qui explique l'adéquation de ces périodes avec la courbe pour les modèles de Terre simplifiés (Rogister, 2003).

* Dans ce cas, l'équation d'Adams - Williamson est satisfaite : en ne considérant que les variations de densité avec la profondeur z et à partir de la loi hydrostatique ($d\rho/dz = -\rho g$), cette équation s'écrit : $\frac{d\rho}{dz} = -\frac{\rho(z)g(z)}{\phi(z)}$, où ϕ est le paramètre sismique défini par $\phi = V_p^2 - 4/3 V_s^2$, avec V_p la vitesse des ondes P et V_s celle des ondes S, ρ la densité et g la gravité.

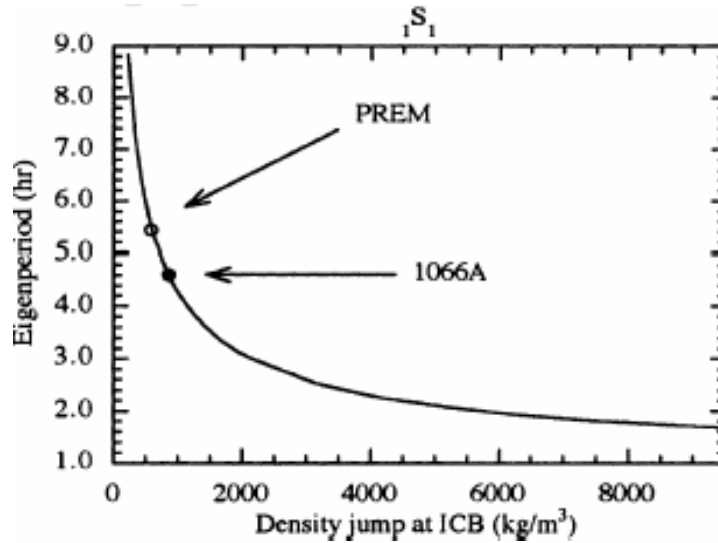


Fig. II. 2 Période propre dégénérée (en heures) du mode de Slichter pour des modèles de Terre sphériques simplifiés constitués de trois couches homogènes et incompressibles, en fonction du saut de densité à l'interface graine- noyau externe. Les périodes du mode $1S_1$ pour les modèles PREM (5.420 h) et 1066A (4.599 h) sont indiquées. (Rogister, 2003).

II.1.3 Influence de l'élasticité

Smith (1976) a montré que les propriétés élastiques de la graine jouaient un rôle significatif dans la détermination des fréquences propres du mode de translation de la graine, et donc, les observations de ce mode allaient nécessairement contenir l'information sur les propriétés élastiques de la graine. Au contraire, Rogister (2003) a montré que la période de Slichter est plus sensible à la compressibilité du noyau externe qu'à celle de la graine (et est sensible à la fréquence N^2 dans la partie inférieure du noyau externe). Ce désaccord viendrait principalement de conditions aux limites à l'interface graine – noyau liquide (ICB) inadéquates utilisées par Smith (1974) (Denis et al. 1997).

II.1.4 Influence de la viscosité

L'influence de la viscosité dans le noyau externe sur le triplet de Slichter a été examinée par Smylie et McGillan (1998, 2000) et Rieutord (2002) qui sont arrivés à des conclusions divergentes. Smylie (1999) et Smylie et McMillan (2000) ont montré, à partir des observations, que la viscosité réduit l'effet de la rotation sur les périodes des trois modes de Slichter ; notamment, cela réduit le fort splitting dû à la rotation sur les deux modes équatoriaux. Ils expliquent ainsi la différence entre leurs valeurs observées (Courtier et al., 2000) et celles prédites (Smylie, 1999). Rieutord (2002) a montré que l'introduction de la viscosité dans les modèles de Terre a pour effet principal d'augmenter les périodes du triplet de Slichter mais ne peut en aucun cas expliquer le splitting des trois fréquences détectées par Courtier et al. (2000).

II.2. Intérêt de l'étude du mode de Slichter

Les méthodes sismiques ont été les principales sources d'information sur l'intérieur profond de la Terre. Cependant, elles ne sont sensibles qu'aux constantes élastiques (paramètres de Lamé) et à la densité, et sont limitées par l'énergie du signal qui est très faible en profondeur. L'observation gravitationnelle des périodes de quelques heures des modes de translation équatoriaux ($m = -1$ prograde et $m = 1$ rétrograde) devraient donner une mesure précise de la viscosité et du saut de densité près de l'ICB (Smylie et McMillan, 2000).

Puisque l'interface graine – noyau externe joue un rôle significatif dans la dynamique du noyau (sa croissance par cristallisation est supposée être le moteur de la géodynamo), la mesure d'une quantité physique, telle que la viscosité ou le saut de densité à l'interface graine – noyau, est une valeur précieuse dans l'élaboration des modèles de Terre. En particulier, la connaissance du saut de densité à l'ICB (plus correctement, le pourcentage du saut de densité associé au saut compositionnel à l'ICB) s'avère cruciale pour évaluer le taux de convection chimique ou compositionnelle dans le noyau liquide associé à la croissance de la graine, et qui est un moyen efficace pour maintenir la dynamo terrestre (Loper, 1978 ; Gubbins et al., 1979). Un saut de densité élevé signifie que la dynamo peut être maintenue avec des taux de croissance de la graine plus lents qu'il ne serait nécessaire autrement.

Pour la viscosité, le problème se complique. L'interprétation de la valeur qui serait observée est difficile car elle serait associée à une viscosité turbulente, c'est-à-dire dépendante de l'écoulement turbulent présent dans le noyau (Philippe Cardin, *Communication personnelle*). Pour connaître le sens de la viscosité déduite de l'observation des modes de Slichter, il faudrait faire des modélisations dynamiques.

II.3. Quelles fréquences pour les modes de translation de la graine?

II.3.1 Valeurs observées du saut de densité à l'ICB

Le saut de densité à la frontière graine – noyau liquide peut être contrainte en utilisant deux techniques. La première repose sur des estimations de contraste d'impédances à l'ICB basées sur l'amplitude des phases réfléchies sur la graine PKiKP. Les ondes PKiKP sont rarement observées. Des travaux précédents utilisant cette technique (Bolt et Qamar, 1970 ; Souriau et Souriau, 1989) ont suggéré que le saut de densité à l'ICB pouvait être aussi grand que 1600 kg/m^3 , ce qui est une valeur environ trois fois plus élevée que la valeur couramment acceptée (de l'ordre de 600 kg/m^3 pour le modèle de Terre PREM). De nouvelles observations de rais sismiques réfléchis sur la graine ont été utilisées récemment par Koper et Pyle (2003) pour estimer des rapports d'amplitude courte période entre ces phases PKiKP et les réflexions PcP sur l'interface noyau – manteau (CMB) correspondantes. Ces rapports d'amplitude PKiKP/PcP contraignent directement le changement de la vitesse des ondes S et de la densité à travers la

frontière graine – noyau externe. Le modèle optimal déduit de ces observations propose un saut de densité à l'ICB de 300 kg/m^3 . Considérant les incertitudes sur les données et sur la modélisation, ils ont estimé une limite supérieure du saut de densité à l'ICB de 450 kg/m^3 . La période de Slichter idéale correspondant à ce saut de densité maximal serait de l'ordre de 7 h pour un modèle de Terre simplifié (équation I. 1).

La seconde technique utilise le fait que les fréquences des oscillations libres sont sensibles à la densité dans la Terre. Masters et Gubbins (2003) ont effectué une nouvelle analyse de résolution de la densité dans la Terre à partir de fréquences dégénérées d'oscillations libres qui ont été complètement ré-estimées pour tenir compte des effets biaisés du splitting et du couplage dus à la structure 3D. La base de données de ces fréquences dégénérées extrêmement précises est composée de 850 modes propres, dont 50 échantillonnent la graine (voir le site Web du modèle de Terre de référence REM : <http://mahi.ucsd.edu/Gabi/rem.html>). Parmi ces 50 modes propres, les modes radiaux offrent la plus grande sensibilité à la structure en densité de la Terre profonde (Dahlen et Tromp, 1998). Masters et Gubbins (2003) ont ainsi estimé une nouvelle valeur du saut de densité à l'interface graine – noyau externe de l'ordre de $820 \pm 180 \text{ kg/m}^3$, ce qui est significativement plus grand que la valeur utilisée dans des calculs précédents de l'histoire thermique du noyau terrestre. Une telle valeur du saut de densité donnerait une période idéale de Slichter (équation I. 1) de l'ordre de 4.6 h. La valeur du saut de densité à l'ICB prédite pour le modèle PREM est plus faible, de l'ordre de 600 kg/m^3 .

La différence notoire entre ces deux techniques peut être réconciliée en reconnaissant que les données des modes propres ont des sensibilités largement dépendantes de la profondeur, tandis que les données PKiKP sont directement liées à la structure de l'ICB. La valeur proposée par Masters et Gubbins (2003) est cependant à prendre avec précaution car les mouvements radiaux sont en général très faibles et couplés avec les autres modes. De plus, ils estiment le saut de densité à l'ICB en moyennant la partie supérieure de la graine sur 250 km et la partie inférieure du noyau liquide sur 250 km. La résolution est donc faible. L'estimation de Koper et Pyle est également délicate car ils travaillent avec des signaux à faibles rapports signal sur bruit.

Il semble donc plus réaliste de considérer un saut de densité de l'ordre de 600 kg/m^3 , valeur du modèle PREM obtenue à l'aide des modes propres.

II.3.2 Quelles périodes théoriques pour les modes de Slichter ?

Slichter (1961) suggéra que le pic, qui apparaissait à une période de 86 minutes dans le spectre d'observations gravimétriques qui ont suivi le séisme du Chili de 1960, était la signature directe du mode de translation de la graine. Mais, en considérant un modèle de Terre sans rotation, constitué d'une graine rigide sphérique, contenue dans un noyau homogène incompressible, il trouva que la densité de la graine eut dû être beaucoup trop grande par rapport aux valeurs acceptables pour obtenir une période de 86 minutes. Depuis, les calculs théoriques des fréquences des modes de Slichter se sont succédés et les différentes périodes prédites sont résumées dans le tableau (II. 1).

II.3 Quelles fréquences pour les modes de translation de la graine?

Smith (1976) a étudié numériquement les oscillations en translation de la graine en tenant compte de la rotation, de l'élasticité, de la stratification et de la forme ellipsoïdale de la Terre. Smith (1974) a montré que toute fonction propre du déplacement d'un mode propre d'une Terre légèrement elliptique en rotation, doit s'écrire sous la forme :

$$s = \sum_{l=|m|, |m|+2, \dots}^{\infty} \sigma_l^m + \tau_{l+1}^m \quad \text{ou} \quad s = \sum_{l=|m|, |m|+2, \dots}^{\infty} \tau_l^m + \sigma_{l+1}^m.$$

Les modes de translation de la graine impliquent une forte composante σ_1^m . Puisque les termes τ_0^m s'annulent pour tout m , les modes de Slichter doivent avoir la forme :

$$s^m = \sigma_1^m + \tau_2^m + \sigma_3^m + \dots \text{ avec } m = -1, 0 \text{ ou } +1.$$

Pour résoudre le système des équations différentielles, Smith (1976) n'a retenu que deux termes dans la série. Le vecteur déplacement s'écrit alors : $s^m = \sigma_1^m + \tau_2^m$. Ce développement mène ainsi à un système de huit équations différentielles ordinaires scalaires du premier ordre dans les couches solides de la Terre et quatre dans le noyau fluide. Les solutions de ce système sont des solutions directes des équations complètes du mouvement et non des extensions des solutions d'une Terre SNREI[†] perturbées. Smith a calculé les fréquences du triplet de Slichter pour un modèle de Terre appelé DG579 (Dziewonski et Gilbert, *communication personnelle*, 1973) construit pour satisfaire les données sismologiques (principalement des oscillations libres). Ce modèle a une graine solide de rayon 1228.9 km et un noyau liquide de rayon 3483.6 km. La rigidité de la graine est d'environ $1.6 \cdot 10^{11} \text{ N.m}^{-2}$ et sa densité d'environ 1070 kg/m^3 . Dans ce modèle, les 840 km les plus profonds et les 614 km les plus près de la surface sont instables du point de vue de la stratification (la fréquence de Brunt-Väisälä $N^2(r)$ est négative) tandis que le reste est stable. Les périodes prédites pour ce modèle DG579 sont alors de 4.916 h, 4.441 h et 4.055 h.

Crossley (1992) a calculé, à l'aide d'une intégration directe des équations, analogue à Smith (1974), après troncature au cinquième terme mais en négligeant la force centrifuge et l'ellipticité, dans le cas des modèles PREM (Dziewonski et Anderson, 1981), 1066A (Gilbert et Dziewonski, 1975) et CORE11 (Widmer et al., 1988) en rotation, les périodes du triplet de Slichter récapitulées dans le tableau (II. 1).

Rogister (2003) a repris la théorie de Smith en considérant une chaîne couplée de cinq termes de σ_1^m à σ_5^m . Ses valeurs diffèrent de 0.3% avec celles de Crossley (1992) pour les modèles PREM et 1066A. Cette différence provient du fait que ce dernier a négligé l'ellipticité et la force centrifuge.

Smylie (1992) a utilisé une approximation sub-sismique[‡] pour calculer des périodes théoriques de la translation de la graine pour les modèles 1066A et CORE11. Ses valeurs sont plus faibles que toutes les autres (cf. tableau II. 1) et ont été critiquées par Crossley et al. (1992)

[†] On rappelle qu'une Terre de type SNREI (Spherically symmetric, Non-Rotating, perfectly Elastic and Isotropic) est une Terre à symétrie sphérique, sans rotation, parfaitement élastique et isotrope.

[‡] L'approximation sub-sismique néglige l'effet des fluctuations de la pression du fluide dans le noyau externe sur la densité pour des fréquences faibles comparées aux fréquences sismiques.

sur la base d'un usage inapproprié des nombres de Love statiques pour décrire le mouvement de la graine et par Denis et al. (1997) sur l'usage de conditions aux limites inadéquates. Crossley et al. (1992) ont alors proposé des périodes calculées à partir des nombres de Love dynamiques pour le modèle de Terre 1066A (Tableau II. 1).

Dans toutes ces prédictions des périodes de Slichter, le noyau fluide est supposé non visqueux.

Plus récemment, Rieutord (2002) a présenté une nouvelle estimation des fréquences propres des modes de Slichter en utilisant un modèle de Terre simple, constitué d'une graine solide sphérique oscillant dans un noyau liquide en rotation. Le fluide est supposé avoir une stratification neutre (mais avec une densité qui varie radialement) et être visqueux. La viscosité est introduite sans utiliser de méthode de perturbation. Contrairement aux études théoriques précédentes, il ne tient pas compte de l'élasticité des frontières ni de la stratification stable dans le noyau liquide car ces effets sont faibles. Il utilise l'approximation sub-sismique pour simplifier les équations dans la partie fluide et résout les équations en utilisant une méthode spectrale de collocation (Rieutord et Valdettaro, 1997). Afin de comparer ses résultats avec les valeurs de Crossley et al. (1992) pour le modèle 1066A, il néglige la viscosité. Ses périodes sont 4% plus faibles que celles de Crossley et al. (1992). Le choix de la densité en surface de la graine au lieu de sa densité moyenne explique les périodes plus longues trouvées par ces derniers.

Les derniers développements théoriques sont donc en faveur de périodes de Slichter comprises entre environ 4 h (Rieutord, 2002) et 6 h (Rogister, 2003). Les périodes détectées par Smylie (1992) et Courtier et al. (2000), qu'ils ont attribuées au triplet de Slichter, sont également indiquées en bas du tableau (II. 1) et sont de l'ordre de 3.6 h, 3.8 h et 4 h, respectivement pour $m = 1$, $m = 0$ et $m = -1$.

Des désaccords subsistent donc, quant aux valeurs des fréquences propres du triplet de Slichter, entre les prédictions théoriques récentes et les observations.

II.4. Excitation du mode de Slichter

Les sources d'excitation de la translation de la graine sont inconnues. Won et Kuo (1973) ont déduit de leur modèle qu'un séisme de magnitude 8.5 pouvait induire des mouvements de translation de la graine de l'ordre de 50 cm, et que de tels mouvements pouvaient alimenter la géodynamo. Mais leur étude s'est avérée être erronée (Smith, 1976). Smith a utilisé une approche différente utilisant la théorie de l'excitation des modes propres. Le tableau (II. 2) expose les résultats des calculs d'excitation des modes propres de translation de la graine par le séisme du Chili en 1960 et celui d'Alaska en 1964. Le séisme du Chili est considéré en deux événements distincts : le premier, Chili (1), correspond à la solution du séisme principal, et le second, Chili (2), à une tentative de solution du précurseur. Les calculs d'excitation ont été réalisés pour deux modèles de Terre, différents par leur valeur de fréquence de Brunt – Väisälä N et par leur valeur de saut de densité ρ à l'interface graine – noyau externe. On définit le saut de densité fractionnel à l'ICB par $\rho = \frac{\rho_i}{\rho_c} - 1$ avec ρ_i la densité de la graine et ρ_c celle du noyau externe.

II.4 Excitation du mode de Slichter

Modèles et auteurs	Périodes en heure			Méthode
DG579	m = 1	m = 0	m = -1	
Smith (1976)	4.055	4.441	4.916	Troncature après 2 termes et intégration
CORE11				
Dahlen & Sailor (1979)	5.1663	5.8044	6.598	perturbation des équations
Smylie (1992)	3.3432	3.5056	3.7195	approximation sub-sismique et nombres de Love statiques
Crossley (1992)	5.1603	5.7993	6.6029	Troncature après 5 termes et intégration ; ellipticité et force centrifuge négligées
1066A				
Dahlen & Sailor (1979)	4.1284	4.5338	5.014	perturbation des équations
Smylie (1992)	2.6035	2.7023	2.8247	approximation sub-sismique et nombres de Love statiques
Crossley (1992)	4.127	4.533	5.016	Troncature après 5 termes et intégration des équations ; ellipticité et force centrifuge négligées
Crossley et al. (1992)	3.95	4.438	4.896	approximation sub-sismique et nombres de Love dynamiques
Rieutord (2002)	3.894	4.255	4.687	Résolution des équations par une méthode spectrale
Rogister (2003)	4.129	4.529	5.024	Troncature après 5 termes et intégration des équations
PREM				
Crossley (1992)	4.7667	5.3104	5.9792	Troncature après 5 termes et intégration ; ellipticité et force centrifuge négligées
Dahlen & Sailor (1979)	4.7704	5.3129	5.975	perturbation des équations
Rogister (2003)	4.770	5.309	5.991	Troncature après 5 termes et intégration
Busse (1974)				
Rieutord (2002)	3.83361	4.18965	4.61423	Résolution des équations par une méthode spectrale (avec viscosité)
Observations				
Smylie (1992) ; Smylie et al. (1993)	3.5822	3.7656	4.0150	Spectre produit de 4 enregistrements de gravimètres supraconducteurs
Courtier et al. (2000)	3.5855	3.768	4.0125	Expérience multi - station

Tableau II. 1 Périodes en heure du triplet de Slichter prédites par différents auteurs pour cinq modèles de Terre et périodes observées par Smylie (1992) et Courtier et al. (2000) à l'aide de données de gravimètres supraconducteurs.

La comparaison des calculs d'excitation, effectués pour ces deux modèles de Terre, prouve que le signal gravimétrique enregistré à la surface, est intimement lié à la stabilité ou instabilité de la stratification du noyau fluide (par le biais de N^2).

	$N^2 = 3.38 \cdot 10^{-7}, \rho = 0.04588$			$N^2 = 0, \rho = 0.03281$		
	m = -1	m = 0	m = +1	m = -1	m = 0	m = +1
Chili 1960 (1)						
Mouvement de la graine (cm)	0.09770	0.07910	0.05592	0.06087	0.03839	0.11659
Gravité en surface (nm/s ²)	$9.4 \cdot 10^{-3}$	$7.5 \cdot 10^{-3}$	$5.2 \cdot 10^{-3}$	$8.6 \cdot 10^{-4}$	$5.3 \cdot 10^{-4}$	$1.6 \cdot 10^{-3}$
Chili 1960 (2)						
Mouvement de la graine (cm)	0.12969	0.10403	0.07424	0.08085	0.05050	0.15477
Gravité en surface (nm/s ²)	$1.2 \cdot 10^{-2}$	$9.9 \cdot 10^{-3}$	$6.9 \cdot 10^{-3}$	$1.1 \cdot 10^{-3}$	$7.0 \cdot 10^{-4}$	$2.1 \cdot 10^{-3}$
Alaska 1964						
Mouvement de la graine (cm)	0.03314	0.06033	0.01882	0.02065	0.02929	0.02412
Gravité en surface (nm/s ²)	$3.2 \cdot 10^{-3}$	$5.8 \cdot 10^{-3}$	$1.8 \cdot 10^{-3}$	$2.9 \cdot 10^{-4}$	$4.1 \cdot 10^{-4}$	$3.3 \cdot 10^{-4}$

Tableau II. 2 *Amplitude d'excitation prédite pour chaque singlet pour trois sources sismiques et pour deux modèles de Terre (Smith, 1976).*

Crossley (1992) a calculé l'amplitude totale de la gravité en surface liée au mouvement de la graine excité par trois séismes : Bolivie (1994), Chili (1960) et Alaska (1964) (Tableau II. 3). Il a obtenu des résultats du même ordre de grandeur que Smith (1976).

L'excitation par un séisme de magnitude supérieure à 8 du mouvement de translation de la graine est donc de l'ordre de quelques millimètres et l'effet en gravité à la surface terrestre est inférieur à 10^{-2} nm/s² ($\approx 10^{-12}$ g), valeur qui se situe à la limite de détection des gravimètres supraconducteurs. L'excitation sismique est donc insuffisante pour permettre l'observation de ces modes en surface.

Cependant il y a un problème dans ces calculs d'excitation du mode de Slichter par un séisme. En effet, les modèles sismologiques de source sismique sont extraits de données à bande relativement étroite. Les sources chiliennes utilisées ici, par exemple, sont chacune basées sur 10-50 min d'enregistrement d'instruments qui sont insensibles aux périodes supérieures à ~ 10 min. Par conséquent, il n'est pas possible de supposer sans risque qu'un tel modèle de source soit correct aux périodes d'une heure ou plus.

PREM	Bolivia, 1994 $M = 2.6 \cdot 10^{21}$ N m	Chile, 1960 $M = 2.7 \cdot 10^{23}$ N m + $3.5 \cdot 10^{23}$ N m	Alaska, 1964 $M = 7.5 \cdot 10^{22}$ N m
Amplitude (nm/s ²)	$2 \cdot 10^{-4}$	$8.35 \cdot 10^{-3}$	$3.36 \cdot 10^{-3}$

Tableau II. 3 *Amplitude de l'excitation par un séisme du triplet de Slichter prédite pour trois sources sismiques et pour le modèle de Terre PREM (Crossley, 1992).*

II.5 Les recherches précédentes du triplet de Slichter

D'autres sources d'excitation du triplet de Slichter sont à considérer, en particulier il serait intéressant d'estimer l'effet de l'atmosphère et des océans sur le degré un. Il semblerait que le degré un ait un poids important dans le calcul du forçage par les surcharges atmosphériques (Gégout, P., *Communication personnelle*). Dans la plupart des décompositions en harmoniques sphériques des variations de pression atmosphériques ou au fond des océans, le degré un est non négligeable. Mais il faut que l'excitation soit dans la bonne gamme de fréquences pour exciter le triplet de Slichter. L'atmosphère a de l'énergie dans toutes les fréquences, elle est donc un bon candidat pour exciter le mouvement de translation de la graine.

II.5. Les recherches précédentes du triplet de Slichter

A partir de données de quatre gravimètres supraconducteurs, Smylie (1992) proposa une identification du triplet de Slichter aux périodes 4.0166, 3.7687 et 3.5813 h (Tableau II. 1) pour les modes prograde ($m = -1$), axial ($m = 0$) et rétrograde ($m = 1$) respectivement, à l'aide du spectre produit de quatre enregistrements corrigés des marées et de l'effet atmosphérique local via un facteur de proportionnalité (admittance). Cependant, il effectua son analyse sur des données horaires sans préciser si la décimation à une heure a été précédée par l'application d'un filtre anti – aliasing. Dans ce cas, la fréquence de Nyquist correspond à 2 h et un filtre de décimation commence à atténuer autour de 3 h, ce qui est proche des valeurs détectées. Enfin, près de la fréquence de Nyquist (2 h), l'effet de bord a dû être atténué par l'utilisation d'une fenêtre d'apodisation. Ainsi, entre environ 3 h et 2 h, les spectres ne sont pas fiables. Smylie et al. (1993) ont effectivement remarqué, dans le cadre des données de Strasbourg décimées à 1 h par un filtre passe-bas, qu'une période de coupure de 3 h était trop sévère.

Smylie (1992) a également donné une estimation du facteur de qualité Q pour les trois modes du triplet de Slichter en se basant sur un ajustement d'une fonction de résonance, produite par un oscillateur harmonique amorti, sur les pics spectraux détectés. Il estime ainsi un facteur de qualité moyen de l'ordre de 120. En considérant une fréquence moyenne de $7 \cdot 10^{-5}$ Hz, cette valeur de Q correspond à un temps caractéristique d'amortissement de 6 jours environ.

Smylie et al. (1993) ont analysé les données de gravimètres supraconducteurs et de pression barométrique de quatre stations européennes de façon similaire à Smylie (1992). Ils ont à nouveau utilisé des données décimées à 1 h. Dans le cas de Strasbourg, la décimation a été effectuée correctement en appliquant un filtre passe-bas qui commence à atténuer à la période de 2.5 h. Cependant, à la station de Bruxelles et à celle de Bad Homburg, la décimation de 1 min vers 1 h a été respectivement effectuée par une interpolation en spline et par ajustement polynomial. De plus, l'acquisition brute à Bruxelles est échantillonnée à 1 s. Or le passage de 1 s vers 1 min a été réalisé en prenant une moyenne linéaire centrée de 59 échantillons ! Ces méthodes de décimation ne sont pas rigoureuses et surtout elles n'éliminent pas le problème de l'aliasing des signaux plus hautes fréquences. Leur analyse dans cette bande de fréquences n'est donc pas rigoureuse d'un point de vue traitement du signal.

D'autres tentatives, pour confirmer les résultats de Smylie, ont été menées par Jensen et al. (1995) sur les mêmes données de gravimètres supraconducteurs, mais elles n'ont pas abouti à

l'observation du triplet de Slichter. En outre, ces auteurs ont examiné deux ans de données des gravimètres cryogéniques installés à Cantley (Québec) et Strasbourg (France) qui ont un niveau de bruit dans la bande sub-sismique de presque un ordre de magnitude plus faible que les quatre jeux de données initialement utilisés par Smylie et al. Là aussi, aucune preuve de la présence du triplet de Slichter n'a été trouvée. Hinderer et al. (1995) ont de nouveau analysé ces quatre jeux de données de gravimètres supraconducteurs à l'aide d'un spectre produit et d'un spectre croisé. Le spectre produit met en évidence trois pics de faibles amplitudes coïncidant avec le triplet détecté par Smylie, mais ces pics disparaissent dans le spectre croisé, qui tient compte de la phase. De plus, des tests synthétiques (harmoniques purs dans un bruit blanc aléatoire ; harmoniques amortis régulièrement excités dans un bruit brownien) ont mené à la conclusion qu'un triplet de Slichter, modélisé avec des caractéristiques similaires à celles observées par Smylie, serait facilement détectable dans les deux jeux de données bien moins bruités, enregistrés à Cantley et Strasbourg. Or, aucun triplet n'a été détecté dans ces données, même dans le spectre croisé.

Plus récemment, Courtier et al. (2000) ont développé une méthode d'analyse, dite multi – station, inspirée de la méthode de stacking en harmoniques sphériques de surface de Cummins et al. (1991), présentée dans la suite, dans la troisième partie. Ils ont effectué l'analyse de 300 000 h d'observations de cinq gravimètres supraconducteurs ; à partir de ces données horaires, ils ont identifié trois pics comme étant les périodes des modes de Slichter mais légèrement différentes de celles prédites par Smylie (1992) pour le modèle CORE11. Smylie (1999) et Smylie et McMillan (2000) ont utilisé cet écart pour évaluer la viscosité du noyau externe fluide à proximité de la frontière graine - noyau externe (ICB) à $1.22 \cdot 10^{11}$ Pa.s. Les périodes observées des modes de Slichter ont été redéfinies à 4.0150 ± 0.0010 h, 3.7656 ± 0.0015 h et 3.5822 ± 0.0012 h.

Cependant, Rieutord (2002) a démontré que cette observation n'était pas compatible avec des valeurs de viscosité réalistes. Il a en outre montré que son modèle de Terre ne pouvait reproduire les fréquences identifiées par Courtier et al. (2000), et que les modèles précédents qui le pouvaient, n'étaient pas consistants avec les facteurs de qualité des résonances observées. Ce désaccord entre les prédictions théoriques et les observations de Courtier et al. (2000) peut s'expliquer soit par une identification incorrecte du triplet de Slichter dans les données, soit par un effet physique important non modélisé. La première possibilité semble être la plus probable, d'autant plus que les autres tentatives de détection du triplet présentées plus haut ont été infructueuses. Rosat et al. (2003) ont également présenté une analyse multi - station sur quatre ans de données horaires de cinq gravimètres cryogéniques de niveau de bruit plus faible, sans observation d'un éventuel triplet aux périodes proposées par Courtier et al. (2000).

Il est important, et même indispensable de noter que toutes les recherches du mode de Slichter entre 1992 et 2003, par différents auteurs, dans les données de gravimètres supraconducteurs, ont été menées sur des données horaires. Il serait plus judicieux d'effectuer cette recherche sur des données échantillonnées plus rapidement afin de centrer correctement l'analyse spectrale sur la fenêtre 3 h - 8 h, si l'on accepte la possibilité d'une oscillation de la graine proche de 3.5 h et celle d'un saut de densité à l'ICB de 450 kg/m^3 , donnant une période idéale de Slichter d'environ 7 h. Une recherche de triplet sera donc menée, au deuxième chapitre de la dernière partie, sur des données échantillonnées à une minute.

II.6. Conclusion

Les uniques détections de Smylie (1992) et de Courtier et al. (2000) n'ont pas pu être confirmées à l'aide des nouvelles données de gravimètres cryogéniques, de qualité pourtant supérieure à celles que ces auteurs ont analysées. Leurs observations mènent à des contradictions vis-à-vis des derniers développements théoriques, en particulier en ce qui concerne la viscosité (Rieutord, 2002).

La détection des modes de Slichter est certainement un problème fondamental et des progrès concernant les modèles théoriques seraient utiles. L'élasticité des frontières du noyau fluide et une région supposée de stratification stable ne sont pas des hypothèses qui modifient les fréquences propres de manière considérable (Rieutord, 2002). Cependant, les propriétés rhéologiques du fluide près de l'interface graine – noyau liquide peuvent être importantes. Par exemple, le fluide peut pénétrer dans la graine et ainsi osciller dans un milieu poreux, ou il peut contenir une phase solide qui flotte et donc être un fluide à deux phases. Ces effets peuvent affecter à la fois les fréquences et les taux d'amortissement du triplet de Slichter. Il est clair qu'un fort taux d'amortissement va rendre les modes de Slichter indétectables. De tels problèmes doivent être clarifiés.

L'observation de la translation de la graine s'avèrerait très utile en sismologie pour l'amélioration des modèles de Terre en profondeur, mais également en géodynamo, afin de décrire le moteur de la dynamo terrestre.

Nous verrons dans la section suivante, que les données des gravimètres supraconducteurs atteignent des niveaux de bruit inégalés dans la bande sub-sismique (périodes > 1 h), et donc qu'ils sont les instruments les plus appropriés à la recherche des effets en gravité en surface du mouvement de translation de la graine.

Deuxième partie

Etude des niveaux de bruit aux stations
gravimétriques du réseau GGP

I.1 La densité spectrale de puissance

Seul ce qui est imprévisible est porteur d'un message...

Dans cette partie, nous mettons en évidence la qualité des gravimètres supraconducteurs, d'un point de vue niveau de bruit, afin de montrer qu'ils sont des instruments appropriés à l'étude des modes sismiques basse fréquence et des modes sub-sismiques. Une comparaison des niveaux de bruit de ces instruments entre eux est également réalisée sur l'ensemble du spectre des fréquences, allant des modes sismiques aux marées diurnes.

CHAPITRE I.

Analyses en densités spectrales de puissance

Un signal est la représentation physique de l'information, qu'il convoie de sa source à un récepteur. On appelle *bruit* tout phénomène perturbateur gênant la perception ou l'interprétation d'un signal. La dichotomie entre signal et bruit est artificielle et dépend des critères propres de l'utilisateur. Ainsi, dans la suite, nous qualifierons de *bruit*, les données corrigées des signaux de plus forte amplitude (marées et effet de la pression atmosphérique locale). L'objectif de la dernière partie de la thèse sera alors de chercher, dans ce *bruit*, des signaux de faible amplitude.

L'analyse du niveau de bruit d'un signal enregistré à une station peut être réalisée à l'aide de densités spectrales de puissance (PSD). Les PSD d'un signal non harmonique présentent l'avantage d'être indépendantes de la longueur du signal et de l'échantillonnage. De plus, l'intégration dans une bande de fréquences donne la puissance moyenne de cette bande. Cette grandeur est donc toujours représentative d'un phénomène physique, qu'il soit périodique ou transitoire.

L'intérêt du réseau GGP, comme tout réseau, est de pouvoir combiner un ensemble de données spatialement distribuées. Pour la sélection des enregistrements, il est important de connaître le niveau de bruit attendu à une station pour faciliter le choix. Dans la suite, l'évaluation du niveau de bruit est réalisée pour l'ensemble des stations du réseau GGP dans la bande sismique longue période mais aussi dans les plus basses fréquences. Nous effectuons une étude complète des niveaux de bruit, atteints par les différentes stations équipées d'un gravimètre cryogénique au sein du réseau GGP, dans trois bandes de fréquences : dans la bande sismique de périodes comprises entre 200 s et 600 s, dans la bande sub-sismique 1 h – 6 h, et dans la bande des marées diurne - semi-diurne. A partir des densités spectrales de puissance moyennes, une approche systématique du niveau de bruit peut être menée grâce à la notion de magnitude de bruit définie par Banka et Crossley (1999).

Dans les bandes sismique et sub-sismique, nous comparons nos niveaux de bruit à des modèles de référence couramment utilisés en sismologie : les modèles de bruit de Peterson (1993).

I.1 La densité spectrale de puissance

La définition de la PSD donnée par Wiener (1930) et Khintchine (1934) s'appuie sur un signal complexe x de fonction de corrélation $r(t)$. La PSD est définie par une simple transformée de Fourier qui, dans un cadre discret, de période d'échantillonnage T_e , s'exprime sous la forme :

$$S_x(f) = T_e \sum_{k=-\infty}^{+\infty} r_k \exp(-j2\pi f k T_e) \quad (\text{I. 1})$$

$S(f)$ est bien une puissance par unité de fréquence. La puissance du signal n'est autre que le premier coefficient de corrélation $r_0 = \int S(f) df$.

Schuster (1898) formula un estimateur, appelé *périodogramme* et noté $S_{PER}(f)$, défini par :

$$S_{PER}(f) = \frac{1}{NT_e} \left| T_e \sum_{k=0}^{N-1} x_k \exp(-j2\pi f k T_e) \right|^2 = \frac{1}{NT_e} |X(f)|^2 \quad (\text{I. 2})$$

Le périodogramme consiste à calculer la transformée de Fourier du signal, soit $X(f)$, à en prendre le module au carré, puis à le rendre homogène à une densité de puissance, c'est-à-dire à le diviser par NT_e .

Il existe donc deux façons de voir la définition de la PSD, soit directement à partir des échantillons du signal (I. 2), soit à partir des coefficients d'auto – corrélation (I. 1). Les estimateurs spectraux fondés sur l'approche directe sont appelés *périodogrammes*, ceux fondés sur l'utilisation des coefficients de corrélation sont nommés *corrélogrammes*. Il existe une équivalence entre ces deux définitions.

Dans la suite, pour estimer les niveaux de bruit, nous utiliserons le périodogramme (I. 2) comme estimateur de la PSD. Pour plus de clarté, les PSD seront lissées dans le domaine spectral par une fenêtre de Parzen, ce qui n'influe pas sur le niveau moyen de la densité spectrale.

I.2 Les modèles de bruit de référence

Les modèles de bruit de Peterson (1993) représentent les limites supérieure et inférieure de la superposition des densités spectrales en puissance d'environ 2000 enregistrements à partir de 75 stations sismologiques réparties dans le monde. Ces stations ont été choisies de façon à être représentatives des différents types de stations et de localisation des sites. Les enregistrements ont été sélectionnés de sorte à échantillonner les périodes calmes et bruitées, en évitant les périodes de trop grande activité sismique. A propos de sa sélection, Peterson (1993) a écrit : "The quest has not been to find the quietest data record at the quietest site or noisiest data record at the noisiest site, but to select representative values of noise during quiet and noisy periods at network stations." Il faut noter que Peterson n'a retiré, ni le signal de marées, ni les contributions de la pression atmosphérique de ses données ; il les considère donc comme du bruit. Le modèle de bruit bas ('New Low Noise Model', NLNM) et le modèle de bruit haut ('New High Noise

I.3 Les études de bruit antérieures

Model', NHNM) sont représentés en fonction de la fréquence figure (I. 1). Les différentes bandes de fréquences correspondant aux phénomènes de marées, des modes propres et de la micro-séismicité naturelle sont également indiquées.

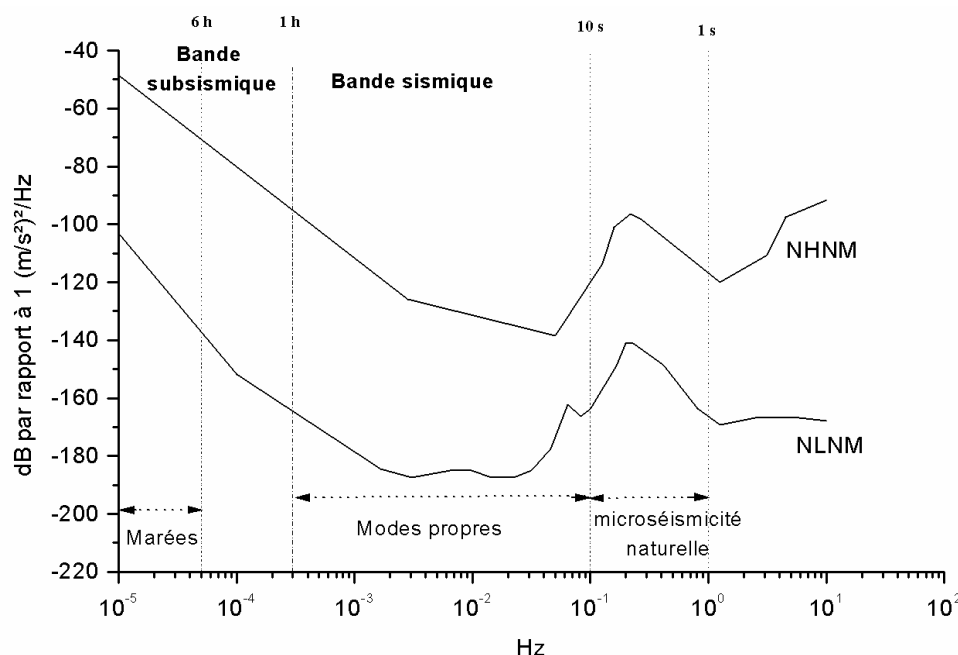


Fig. I. 1 Les modèles de bruit haut (NHNM) et de bruit bas (NLNM) de Peterson constituent les limites supérieures et inférieures des niveaux de bruit des stations sismologiques.

Depuis la publication de ce modèle, les observations du bruit aux stations sismologiques se sont multipliées et d'autres modèles ont été publiés. Un exemple de modèle récent est donné en annexe 3, ainsi que des estimations de niveau de bruit à des stations large bande. Parmi les modèles de bruit autres que celui de Peterson, nous pouvons citer Frantii et al. (1962), Fix (1972), Agnew et Berger (1978), Astiz et Creager (1995), Ekström et al. (2001) et Berger et al. (2003). Les modèles les plus récents ont un niveau plus bas que celui de Peterson, surtout aux longues périodes. Cependant, le modèle récent de Berger et al. (2003) est basé sur le premier pourcent des estimations en densités spectrales, ce qui n'est pas représentatif du bruit. En effet, sur la figure (8 (b)) du papier BIM (p. 81), la PSD moyenne des 5 jours calmes descend au niveau des 25% (voir chapitre suivant pour la signification de ces statistiques) et pas en dessous. Le niveau à 25% des PSD correspond donc à un niveau minimal, et le niveau à 5% (et donc à 1%) est purement statistique et non représentatif du bruit à une station.

I.3 Les études de bruit antérieures

Zürn et al. (1991) ont montré que les gravimètres relatifs à ressort Lacoste-Romberg, avec une force de rappel électrostatique, ont des niveaux de bruit comparables à ceux des instruments supraconducteurs de l'époque dans une large bande de périodes. Aux périodes supérieures à un

mois ce n'est certainement plus le cas, mais à courtes périodes, les gravimètres supraconducteurs ne donnent pas des données forcément meilleures.

Richter et al. (1995) ont confirmé la qualité supérieure des données des gravimètres à ressort dans la bande de 15 min à 1 jour par rapport à un gravimètre cryogénique, petit prototype SG 102 installé temporairement à l'observatoire de la Forêt Noire (BFO), à Schiltach en Allemagne. La comparaison a été effectuée avec un gravimètre LCR-ET-19 à l'observatoire BFO. L'analyse des oscillations libres de la Terre après différents gros séismes a également montré que le gravimètre à ressort et les sismomètres longue période sont de même qualité dans cette bande de fréquences.

Freybourger et al. (1997) ont réalisé une étude comparative du gravimètre supraconducteur (modèle C026) installé à Strasbourg (France) et du sismomètre longue période STS-1/Z (composante verticale) installé à Echery, dans les Vosges, à moins de 70 km de Strasbourg, dans les bandes de fréquences sismiques et sub-sismiques (périodes supérieures à une heure). Ils ont abouti à la conclusion que le sismomètre longue - période est plus sensible que le gravimètre supraconducteur dans la bande sismique car il a un niveau de bruit plus faible. Mais les deux instruments ont des niveaux de densités spectrales semblables pour des fréquences comprises entre 0.3 mHz et 1 mHz, tandis que dans la bande sub-sismique, le niveau de bruit du STS-1 est largement supérieur à celui du gravimètre cryogénique. Le niveau de bruit élevé du STS-1 dans les basses fréquences est dû à sa forte dépendance avec les variations de température, et aux fréquences inférieures à 0.4 mHz, il est aussi dû à la pression atmosphérique. Ils ont montré également que la réduction de l'effet de pression atmosphérique, via une admittance locale, diminue le niveau de bruit du gravimètre supraconducteur pour des fréquences inférieures à 0.4 mHz.

Banka et Crossley (1999) ont généralisé l'étude de bruit des gravimètres supraconducteurs dans la bande des modes propres (périodes entre 1 min et 54 min) en réalisant une étude statistique sur l'ensemble des données disponibles. Ils ont considéré les cinq jours les plus calmes à une station donnée et ont sommé les cinq spectres correspondants, pour différentes stations. Les différentes densités spectrales de puissance ainsi obtenues ont été comparées au modèle de bruit bas (NLNM) de Peterson (1993). La comparaison des PSD a démontré que le prototype SG 102 est plus bruité que le gravimètre supraconducteur T012 de grande taille installé à la station Cantley. Ils ont confirmé l'étude de Zürn et al. (1991) et montré qu'un sismomètre ou un gravimètre à ressort bien situé et bien maintenu est de meilleure qualité que les gravimètres supraconducteurs examinés dans la bande des modes propres sismiques longue période.

Van Camp (1999) a analysé les modes propres sismiques longue période après les séismes d'Irian Jaya ($M_w = 7.9$, 17 février 1996) et des îles Baleny ($M_w = 8.1$, 25 mars 1998) à l'aide du gravimètre supraconducteur C021 installé à Membach (Belgique). Il a montré que le rapport signal sur bruit du gravimètre cryogénique peut être largement amélioré pour des fréquences inférieures à 2 mHz en appliquant une correction de pression atmosphérique locale (voir aussi Zürn et Widmer, 1995). Une comparaison d'un sismomètre STS-1 (composante verticale) et du gravimètre supraconducteur compact C021, installés côte à côte, confirme le faible niveau de bruit atteint par le gravimètre supraconducteur et démontre sa capacité à mesurer des modes propres sismiques. Les gravimètres cryogéniques actuellement en fonctionnement sont de qualité supérieure au prototype SG 102. Zürn et al. (2000) ont effectivement montré que, depuis 1994, la qualité des gravimètres supraconducteurs s'est améliorée, et que désormais, pour des fréquences inférieures à 1 mHz, où la correction barométrique est efficace pour les gravimètres relatifs, les

I.4 Dans la bande sismique

meilleurs gravimètres cryogéniques sont moins bruités que les sismomètres STS-1, et deviennent même moins bruités que le gravimètre relatif à ressort ET-19.

Dans la suite, nous confirmons que les nouvelles générations de gravimètres supraconducteurs sont de qualité supérieure aux sismomètres longue période en dessous de cette fréquence. Pour cela, nous menons une étude exhaustive des niveaux de bruit aux stations GGP, d'abord dans la bande sismique 200 s – 600 s, puis dans la bande sub-sismique 1 h – 6 h, et, afin d'obtenir une classification des stations sur une grande partie du spectre d'étude des SG, dans la bande des marées diurne – semi-diurne.

I.4 Dans la bande sismique

L'analyse des niveaux de bruit dans la bande sismique aux stations GGP a fait l'objet d'une publication dans le bulletin d'information des marées terrestres (BIM), N°135 paru en 2002 et inséré à la fin de ce chapitre. Ainsi, pour plus de détails concernant cette section, nous invitons le lecteur à se référer à cet article.

I.4.1 La procédure d'évaluation des niveaux de bruit

La méthode utilisée est entièrement décrite et évaluée dans la thèse de Banka (1997) ; les principales étapes sont les suivantes :

- étalonnage en amplitude des données à l'aide d'un facteur d'étalonnage obtenu classiquement par comparaison avec des gravimètres absolus ou une mesure absolue équivalente indirecte; l'amplitude du signal de gravité brute est d'environ 200 μgal (= 2000 nm/s^2) (Fig. I. 2) ;
- pour chaque instrument, soustraction d'une marée synthétique calculée pour un modèle de Terre de référence élastique ;

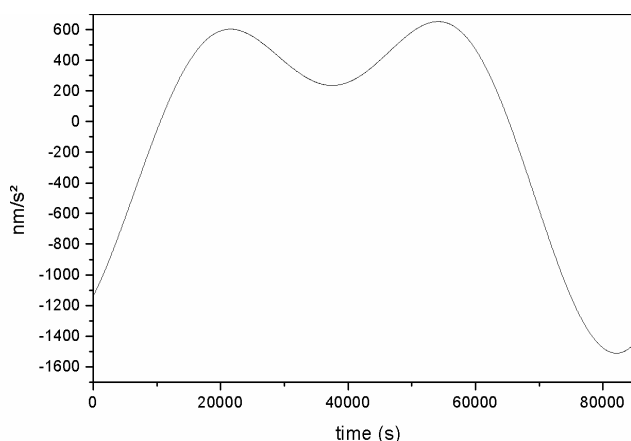


Fig. I. 2 Exemple d'enregistrement de la gravité brute à Strasbourg, station J9, pour un jour calme sismiquement (26/01/1998), en fonction du temps en secondes.

- réduction de l'effet de la pression atmosphérique locale via un facteur d'admittance nominal constant de $-3 \text{ nm/s}^2/\text{hPa}$ (Fig. I. 3);
- soustraction d'un polynôme de degré neuf ajusté aux résidus afin d'ôter une dérive et de réduire le signal de marées résiduel (Fig. I. 4); ce polynôme peut enlever jusqu'à 4 oscillations sur une série de données, ce qui représente des périodes de 6 h pour un enregistrement de 24 h.
- application d'une fenêtre d'apodisation ('10% cosine bell', annexe 4), et « zéros padding* » à deux fois la puissance de 2 supérieure au nombre de points du signal, avant d'effectuer la transformée de Fourier rapide (FFT). Une correction est faite pour compenser la perte en puissance dans le domaine temporel due à la fenêtre d'apodisation en multipliant les valeurs par un facteur (1.06667 pour une fenêtre de type '10% cosine bell') calculé en considérant un spectre de bruit blanc. Les densités spectrales de puissance sont multipliées par deux afin d'inclure les fréquences négatives de la FFT complexe ;
- le spectre en amplitude est ensuite lissé en le multipliant par une fenêtre de Parzen (annexe 4) longue de 11 points et la PSD est calculée suivant l'équation (I. 2); cette opération de lissage ne change pas les niveaux des densités spectrales de puissance.

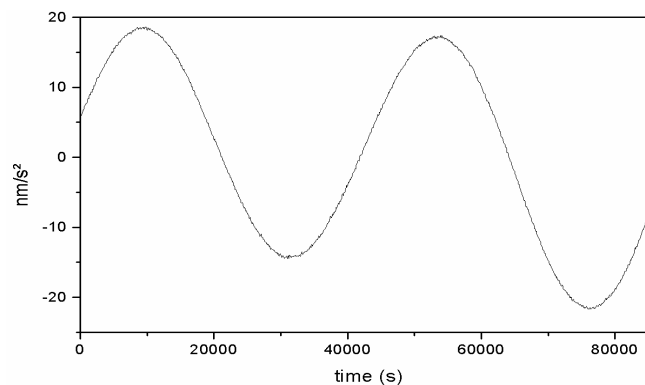


Fig. I. 3 *Résidus temporels de gravité après soustraction d'une marée synthétique et de l'effet de la pression atmosphérique via une admittance de $-3 \text{ nm/s}^2/\text{hPa}$.*

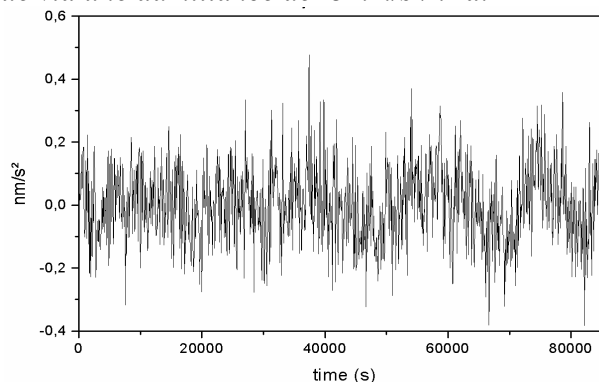


Fig. I. 4 *Résidus temporels de gravité après soustraction d'un polynôme de degré 9 ajusté aux résidus de la figure (I. 3).*

* Cette opération consiste à ajouter des zéros à la fin du signal temporel. Dans la suite nous parlerons de padding sans préciser qu'il s'agit de zéros padding.

I.4 Dans la bande sismique

Ces étapes permettent une comparaison objective des différents instruments. Afin d'être dans des conditions comparables en terme de padding, d'échantillonnage en fréquence, etc., la durée des enregistrements traités a été fixée à une journée.

Les cinq jours les plus calmes, en terme d'écart –type, ont été retenus pour chaque instrument sur une année, puis la moyenne des cinq spectres de Fourier a été utilisée pour le calcul des densités spectrales de puissance lissées.

Le calcul de la densité spectrale de puissance (PSD) moyenne dans la bande de périodes entre 200 s et 600 s (le *mode de résonance de la sphère*[†] est ainsi exclu du calcul pour tous les gravimètres supraconducteurs connus actuellement), là où les PSD sont relativement plates, permet d'obtenir la valeur de la magnitude de bruit sismique (SNM) via la relation:

$$\text{SNM} = \log_{10}(\text{PSD moyenne}) + 2.5, \text{ où la PSD est donnée en } \mu\text{gal}^2/\text{Hz}. \quad (\text{I. 3})$$

(1 μgal = 10 nm/s²)

La SNM est normalisée de sorte à valoir zéro pour le modèle NLNM. La magnitude de bruit sismique contient bien sûr moins d'information que la PSD mais elle permet de comparer rapidement la performance des différents instruments aux hautes fréquences. Elle joue le rôle de facteur de qualité du bruit environnemental et instrumental. Cette magnitude de bruit aurait pu être calculée jusqu'à 3600 s afin de couvrir toute la bande sismique basse fréquence, mais le niveau de bruit serait équivalent.

Les enregistrements disponibles dans la base GGP sont des données décimées à une minute et, à défaut d'avoir eu accès aux données brutes 1, 2, 5 ou 10 secondes de toutes les stations du réseau, la comparaison des niveaux de bruit est effectuée sur les données minute.

I.4.2 Les densités spectrales de puissance aux stations GGP

Les enregistrements considérés dans cette étude sont ceux des stations GGP Bandung, Bruxelles, Boulder, Cantley, Canberra, Esashi, Kyoto, Matsushiro, Membach, Metsahovi, Strasbourg, Syowa, Vienne, Wettzell (T103), Wuhan, pour l'année 1998, Brasimone, et Potsdam, pour l'année 1996 car, pour 1998, ils sont incomplets, Moxa, Sutherland et Wettzell (nouvel instrument : CD029) sur l'année 2000, car elles ont démarré leur acquisition en 2000. L'ensemble des 20 PSD (19 stations mais 2 instruments différents pour Wettzell) obtenues sur une année est représenté sur la figure (I. 5).

La station Brasimone est la plus bruitée des 19 stations, ce qui était déjà visible sur les enregistrements bruts, pour des raisons liées à des conditions de site difficiles. Le mode libre de la sphère en lévitation du gravimètre cryogénique de Syowa est très fort et se situe à la fréquence

[†] Mode parasite du gravimètre qui est une oscillation, dans un plan oblique, de la masse en lévitation couplée à la force verticale et au système de contre-réaction.

de 5.5 mHz. C'est le seul instrument qui possède un mode de résonance aussi élevé et qui n'est pas atténué par le filtre de décimation à une minute.

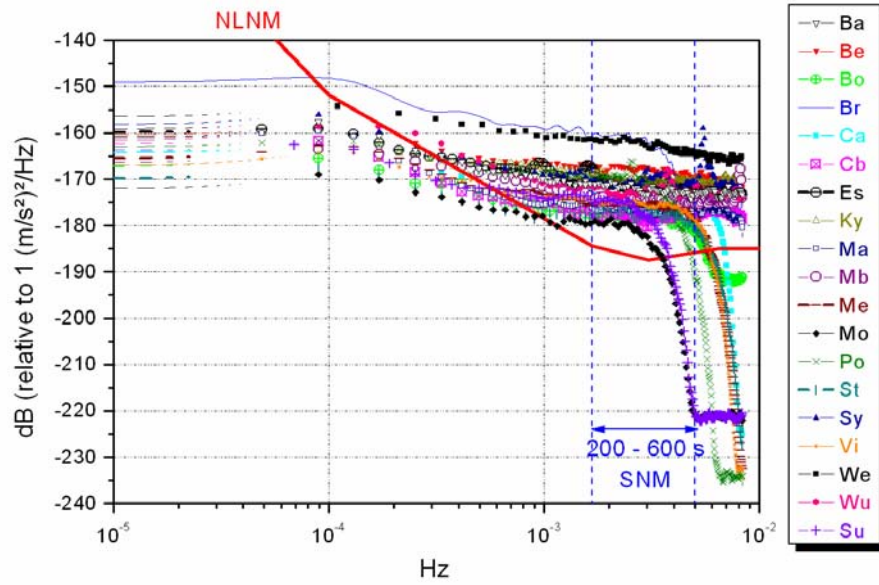


Fig. I. 5 Densités spectrales de puissance des 19 stations GGP pour les 5 jours les plus calmes sur une année. L'unité utilisée est 1 dB par rapport à $1 (m/s^2)^2/Hz$.

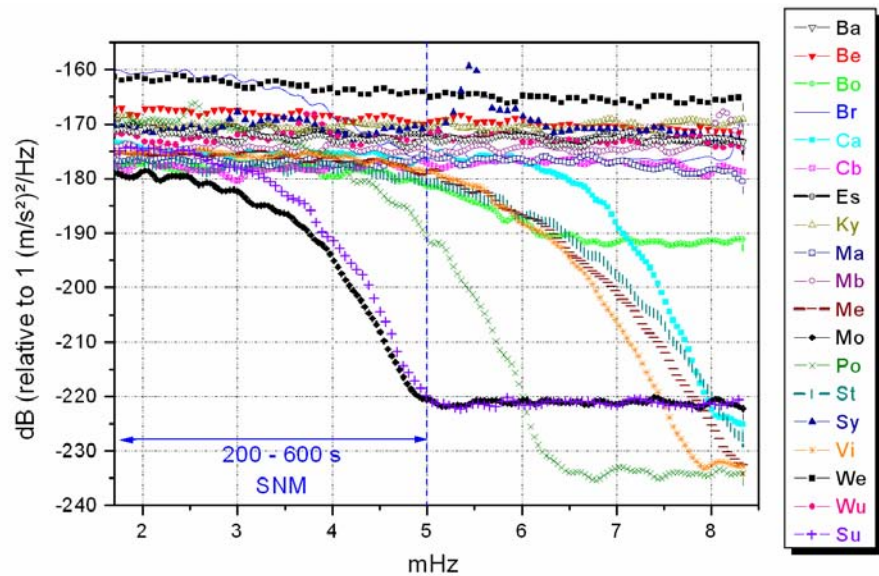


Fig. I. 6 Densités spectrales de puissance dans la bande sismique des 19 stations GGP pour les 5 jours les plus calmes sur une année : agrandissement dans la bande des modes propres sismiques 120 s – 600 s. L'unité utilisée est 1 dB par rapport à $1 (m/s^2)^2/Hz$.

I.4 Dans la bande sismique

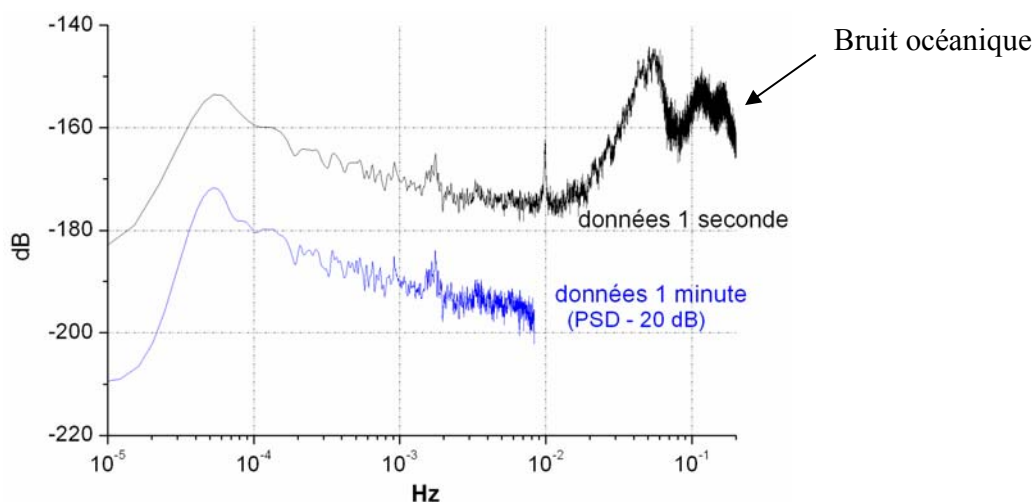


Fig. I. 7 Densités spectrales de puissance pour les 5 jours les plus calmes de l'année 1998 à Esashi sur les enregistrements 1s et 1 min. La PSD pour les données 1 min a été translatée de -20 dB.

Il est important de remarquer que la décimation à une minute n'a pas été réalisée de manière équivalente à toutes les stations. En effet, seules les stations Cantley, Metsahovi, Moxa, Potsdam, Strasbourg, Sutherland et Vienne présentent une forte atténuation de leur PSD à la fréquence de Nyquist (Fig. I. 6). Une comparaison des PSD avant et après décimation est présentée pour la station d'Esashi (Fig. I. 7). Le pic de résonance de la sphère à 100 s (10^{-2} Hz) ne semble pas être aliasé. Un filtre passe-bas aurait cependant dû être appliqué avant de décimer à une minute pour correctement atténuer les signaux aliasés. Ce problème majeur doit rapidement être éclairci auprès des responsables des stations concernées.

Dans le cas de Boulder, une légère atténuation a lieu avant un plateau au-dessus de 6.5 mHz (Fig. I. 6). La comparaison des PSD sur les données décimées à une minute avant et après correction de pression (Fig. I. 8) met en évidence un problème dans la pression atmosphérique. En effet, l'atténuation, à la fréquence de Nyquist, de la PSD sur les données non corrigées de la pression est correcte. La PSD calculée sur les données brutes à 5 s, corrigées de l'effet de la pression atmosphérique, s'atténue correctement à la fréquence de Nyquist (Crossley, D., *communication personnelle*). Le problème vient donc de la décimation de 5 s à 1 minute des données de pression atmosphérique.

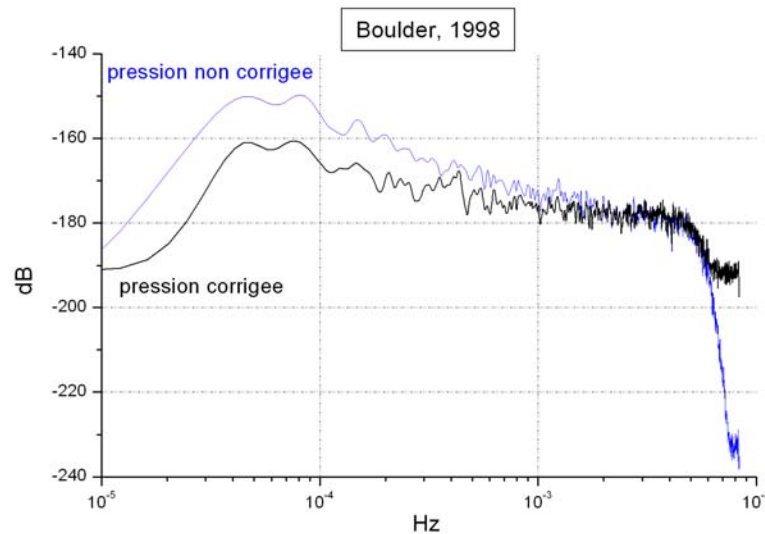


Fig. I. 8 Densités spectrales de puissance sur les 5 jours calmes de l'année 1998 à Boulder. La PSD en gris a été calculée sur les données une minute non corrigées de l'effet de pression atmosphérique et celle en noir correspond aux données une minute après correction de pression.

Dans la méthode de Banka (1999) utilisée ici, des écarts – types sont calculés. Un écart – type est une vue temporelle du signal qui moyenne l'information sur l'ensemble des fréquences, alors que la PSD est une vue spectrale qui moyenne le signal dans le temps. La corrélation entre les écarts - types et les PSD moyennes est grande, mais pas parfaite. En effet, la PSD moyenne est très sélective en fréquences, alors que le calcul de l'écart – type peut être affecté par du bruit en dehors de la bande sismique considérée. C'est le cas, entre autre, pour la station d'Esashi (Fig. I. 7, courbe du haut), puisque les données échantillonnées à une seconde contiennent du bruit océanique appréciable entre 5 et 10 secondes. C'est également ce qu'a observé Crossley (<http://www.eas.slu.edu/GGP/snm.htm>) pour la station de Cantley. Mais comme les données considérées ont été filtrées passe-bas par la décimation à une minute, le bruit micro - sismique a été supprimé, ainsi il y a équivalence entre écarts - types et PSD moyenne.

Deux exemples de niveaux de bruit (obtenus différemment donc non directement comparables aux PSD ci-dessus) de stations sismologiques équipées d'un STS-1 sont représentés figure (I. 9) (<http://www.gpi.physik.uni-karlsruhe.de/pub/widmer/BFO>) et figure (I. 10) (Stutzmann et al., 2000) pour les stations BFO (Black Forest Observatory, Allemagne) du réseau IRIS/IDA et Echery (France) du réseau GEOSCOPE. L'effet de la correction de pression atmosphérique sur le niveau de bruit du STS-1 de la station BFO est clairement visible (courbe verte du graphe I. 9). Pour les fréquences supérieures à 1 mHz, la correction de pression atmosphérique augmente considérablement le niveau de bruit, alors que pour des fréquences inférieures à 1 mHz, le niveau de bruit est diminué. Dans le cas des SG, la correction de pression locale n'augmente presque pas le bruit aux fréquences supérieures à 1 mHz (voir par exemple le cas de la station Strasbourg, figure 9, papier BIM p. 82).

Les PSD des enregistrements à BFO (et Echery) représentées sur la figure (I. 9) (et figure I. 10) sont des valeurs médianes ; elles sont donc supérieures au NLNM qui correspond à des valeurs minimales (à 0%), même aux fréquences inférieures à 1 mHz. Les valeurs médianes des PSD journalières du SG à Strasbourg par exemple (voir papier BIM p. 81, figure 8), deviennent

I.4 Dans la bande sismique

inférieures au NLNM aux fréquences inférieures à 0.7 mHz. Pour des fréquences supérieures à 1 mHz, la médiane du SG atteint un niveau équivalent à celui du STS-1 installé à la station BFO pour des données corrigées de la pression atmosphérique locale.

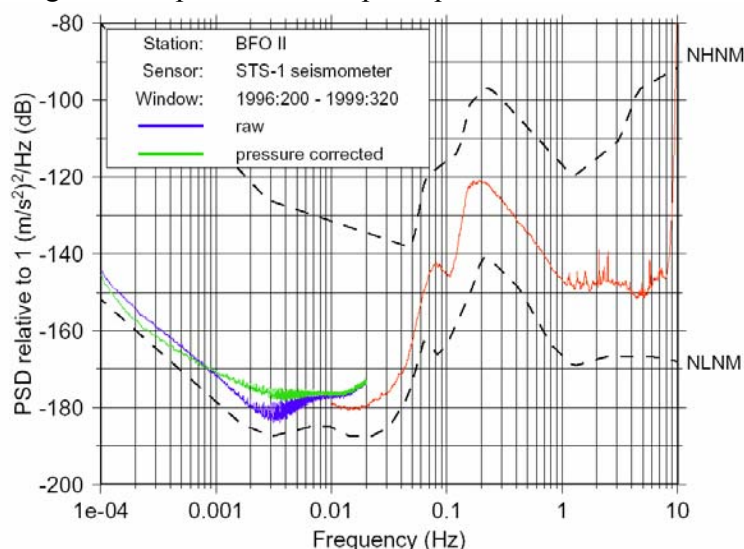


Fig. I. 9 Courbes de bruit du sismomètre STS-1 de Schiltach, BFO (Black Forest Observatory), Allemagne. L'analyse a été réalisée sur la période 18/07/1996-15/11/1999. En bleu est représentée la PSD sur un enregistrement du canal VHZ non corrigé de la pression et en vert la pression a été corrigée. En trait rouge, la PSD de l'enregistrement du canal BHZ est dessinée. Les niveaux de Peterson NLNM et NHNM sont représentés en tirets. <http://www-gpi.physik.uni-karlsruhe.de/pub/widmer/BFO>.

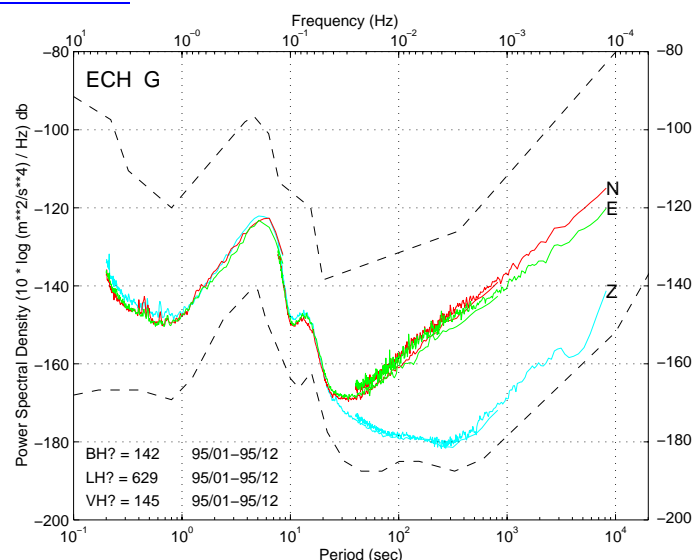


Fig. I. 10 Courbes de bruit à la station Echery (GEOSCOPE) en 1995 (Stutzmann et al., 2000). Les estimations de densité spectrale de puissance sont présentées pour les 3 canaux VLP (VH), LP (LH) et VBB (BH) et pour les composantes verticale (Z), Nord/Sud (N) et Est/Ouest (E). La pression atmosphérique n'a pas été corrigée. Les niveaux de bruit de référence de Peterson (1993) sont dessinés en tirets. http://geoscope.ipgp.jussieu.fr/STATIONS/Default_station.htm

I.4.3 Les magnitudes de bruit sismique

A partir des densités spectrales de puissance estimées pour chacune des stations du réseau GGP, il est possible de calculer une magnitude de bruit sismique qui permet une comparaison rapide des différentes stations.

I.4.3.1 Calcul de la magnitude

La magnitude de bruit dans la bande sismique 200 s-600 s a été calculée pour les 20 instruments aux stations GGP selon l'équation (I. 3). Les magnitudes de bruit sont représentées sur la figure (I. 11). La valeur calculée par Banka (1997) pour le STS-1 installé à la station BFO (Allemagne, station du réseau IRIS/IDA) et la magnitude que nous avons calculée pour le STS-1 d'Echery (station du réseau GEOSCOPE), en utilisant la même démarche que pour les données des gravimètres supraconducteurs, après déconvolution de la réponse instrumentale, sont comparées aux SNM des stations gravimétriques. Les niveaux de bruit moyens des stations GGP sont plus élevés que ceux des stations sismométriques dans la bande sismique 200 s - 600 s. Par contre, la station Moxa atteint un niveau comparable à celui des sismomètres longue période.

Vers les plus courtes périodes, la décimation à une minute impose une limite à cette étude. Sur les données non décimées, c'est la résonance de la sphère des gravimètres supraconducteurs qui limite la bande de calcul de la magnitude de bruit (Banka, 1999). Une magnitude de bruit a été ré-estimée pour chaque station dans la bande de périodes 340 s - 600 s, afin d'éviter la diminution artificielle de la magnitude introduite lors du filtrage pour décimer à 1 minute (Fig. I. 11). La magnitude de bruit à la station Moxa est alors plus élevée que celle des stations BFO et Echery. Ces deux stations équipées de STS-1 sont donc, en moyenne, moins bruitées que les gravimètres supraconducteurs dans cette bande sismique.

Le calcul de la SNM pour les données de la sphère supérieure (Mo_U) et inférieure (Mo_L) du gravimètre supraconducteur à double sphère à Moxa montre que les deux sphères ont des bruits sismiques semblables. La comparaison des SNM à Wettzell, pour l'année 1998 sur l'ancien modèle T103 et pour l'année 2000 sur le modèle compact CD029 à double sphère, prouve l'amélioration apportée par le nouvel instrument. Le bruit observé à Wettzell en 1998 était donc essentiellement instrumental. Le même commentaire peut être fait pour Strasbourg entre le modèle T005 et le modèle C026. Cependant, dans le cas de Wettzell, il doit rester du bruit instrumental car le « hum » (cf. chapitre suivant) n'a pas été observé avec le gravimètre supraconducteur, alors qu'il a été observé avec un sismomètre STS-2 par Widmer-Schmidrig, (*Communication personnelle*).

Dans la suite, le niveau de bruit à Strasbourg avec l'ancien instrument T005 n'est plus calculé, car, déjà pour Wettzell, nous continuerons à comparer les deux types d'instruments T103 et CD029. Les remarques concernant ces deux instruments sont applicables aux modèles T005 et C026 de Strasbourg.

Les données, des gravimètres supraconducteurs à double sphère, analysées à Moxa et Sutherland sont celles de la sphère du bas, et à Wettzell ce sont celles de la sphère du haut pour le nouvel instrument CD029.

I.5 Dans la bande sub-sismique

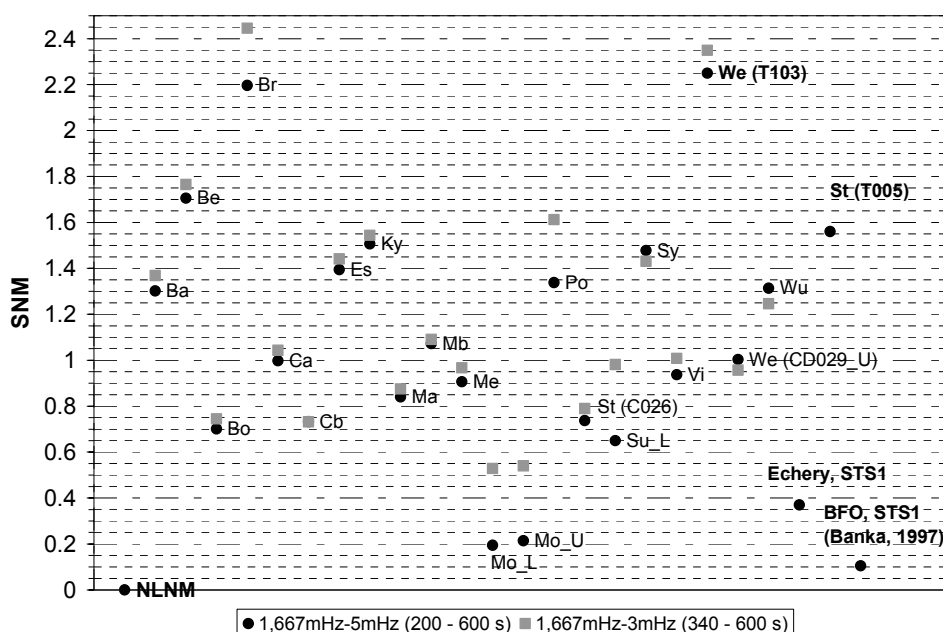


Fig. I. 11 Magnitudes de bruit sismique calculées dans la bande 200 s - 600 s et dans la bande 340 s - 600 s aux 19 stations GGP et à 2 stations sismologiques, Echery du réseau GEOSCOPE et BFO (Black Forest Observatory) du réseau IRIS/IDA. *L* et *U* désignent respectivement la sphère du bas et la sphère du haut des gravimètres supraconducteurs à double sphère installés à Moxa, Sutherland et Wettzell (à partir de l'année 2000).

I.5 Dans la bande sub-sismique

Le niveau de bruit dépend de la bande de fréquence dans laquelle les phénomènes géophysiques que nous voulons étudier se situent. Le triplet de Slichter est un mode de période sub-sismique (de quelques heures). Nous étendons donc l'étude de bruit menée dans la bande sismique, à la bande sub-sismique. Dans ce cas nous nous intéressons à des signaux de périodes plus grandes (supérieures à 1 h), il faut donc étudier le niveau de bruit sur des périodes beaucoup plus longues que cinq jours.

I.5.1 La procédure d'évaluation des niveaux de bruit

La méthode de Banka doit être modifiée pour comparer les niveaux de bruit à ces longues périodes. En effet, pour étudier la bande 1 h – 6 h, il est nécessaire de considérer des périodes d'étude suffisamment longues afin d'être représentatives des signaux sub-sismiques. La plus longue période continue disponible pour toutes les stations GGP est de 15 jours. Ainsi, un signal, de période 6 h, est représenté 60 fois, et un signal de période 1 h sera répété 360 fois. 15 jours sont donc suffisants pour caractériser le bruit dans la bande 1 h - 6 h.

Les enregistrements des gravimètres cryogéniques ont été traités selon les étapes:

- Étalonnage de la gravité brute et de la pression ;

- Soustraction de la marée à l'aide des paramètres de marées locaux ;
- Réduction de l'effet de la pression atmosphérique via une admittance de $-3 \text{ nm/s}^2/\text{hPa}$;
- Filtrage passe-haut à la période de coupure de 9 h (le filtre est plat jusqu'à 8 h) afin d'éliminer les marées résiduelles ; nous n'avons pas ôté de polynôme cette fois car cela aurait pu supprimer des signaux sub-sismiques ;
- Soustraction de la moyenne et calcul des écarts-types sur des fenêtres glissantes de 15 jours ; un décalage d'un jour a été utilisé dans la phase de recherche ;
- Sélection de la période de 15 jours la plus calme (basée sur celle avec le plus faible écart - type) à chaque station ; cette période diffère d'une station à l'autre.
- Padding, application d'une fenêtre d'apodisation de Hanning, transformée de Fourier, calcul de la densité spectrale en puissance sur ces 15 jours consécutifs et lissage des PSD à l'aide d'une fenêtre de Parzen.

I.5.2 La densité spectrale de puissance à Strasbourg

La PSD estimée sur la période de 15 jours est comparée (Fig. I. 12) à la PSD obtenue précédemment pour les 5 jours les plus calmes sismiquement. Une fenêtre de Parzen a été utilisée pour lisser ces deux PSD mais la longueur de lissage est différente, c'est pourquoi la PSD sur 5 jours est plus lisse. Les deux niveaux de bruit sont analogues dans la bande sismique. Par contre, il ne faut plus tenir compte du niveau de PSD correspondant aux 5 jours les plus calmes pour les fréquences inférieures à 1 mHz, mais il faut considérer le niveau de la PSD sur 15 jours, car la longueur du signal est dans ce cas plus représentative à ces fréquences.

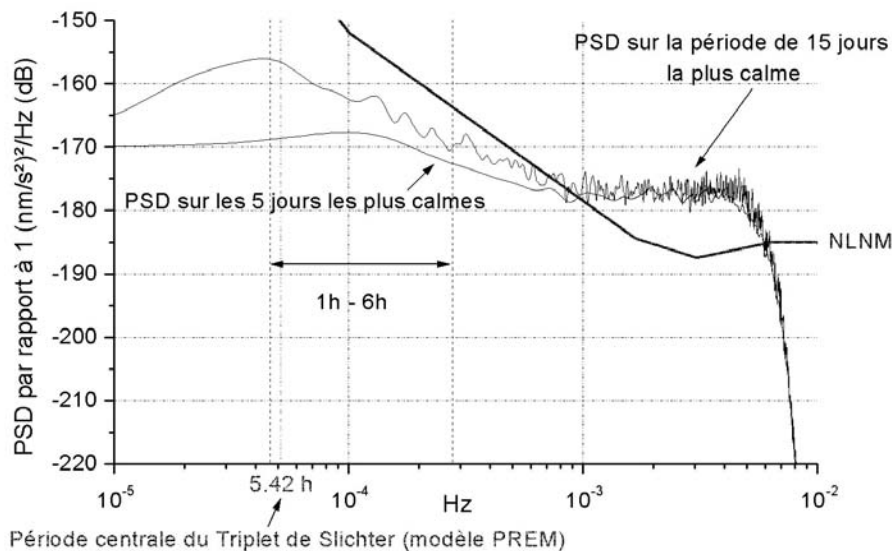


Fig. I. 12 Comparaison des densités spectrales de puissance estimées sur 5 jours calmes et sur une période continue de 15 jours à Strasbourg. La période centrale du triplet de Slichter estimée pour le modèle de Terre PREM est indiquée. Le modèle de bruit bas de Peterson (NLNM) sert de niveau de référence. Les PSD ont été lissées par multiplication d'une fenêtre de Parzen dans le domaine spectral de longueurs différentes dans les deux cas.

I.5 Dans la bande sub-sismique

La période centrale du triplet de Slichter a été calculée par Crossley (1992), dans le cas d'une Terre sans rotation, pour le modèle PREM (Dziewonski and Anderson, 1981), qui a obtenu la valeur de 5.42 h ; dans la cas d'une Terre en rotation, la période du triplet s'étend entre 4.76 et 5.92 h. Cette période dégénérée est indiquée sur la figure (I. 12). A cette fréquence, le niveau de bruit est plus élevé qu'aux fréquences sismiques.

I.5.3 Les densités spectrales de puissance aux stations GGP

La procédure est appliquée à 20 instruments aux 19 stations GGP et donne les PSD dessinées figure (I. 13). L'agrandissement sur la figure (I. 14) souligne que les PSD des stations GGP coupent le NLNM entre 16 minutes (Moxa, modèle CD034, sphère inférieure) et 4.6 h (Brasimone, modèle T015). Les meilleurs gravimètres cryogéniques sont donc plus calmes que les sismomètres longue - période pour des périodes supérieures à 16 min, période de coupure avec le NLNM dans le cas de l'instrument de Moxa. Les gravimètres cryogéniques sont donc des instruments de choix pour l'étude des modes sismiques les plus graves et pour la recherche des variations de gravité associées aux mouvements de translation de la graine, le triplet de Slichter (Slichter, 1961), de fréquence sub-sismique.

L'importance de la correction atmosphérique, afin de diminuer davantage le niveau de bruit vers les basses fréquences, a été soulignée dans des études antérieures telles que Zürn et Widmer (1995), Freybourger et al. (1997), Rosat et al. (2002).

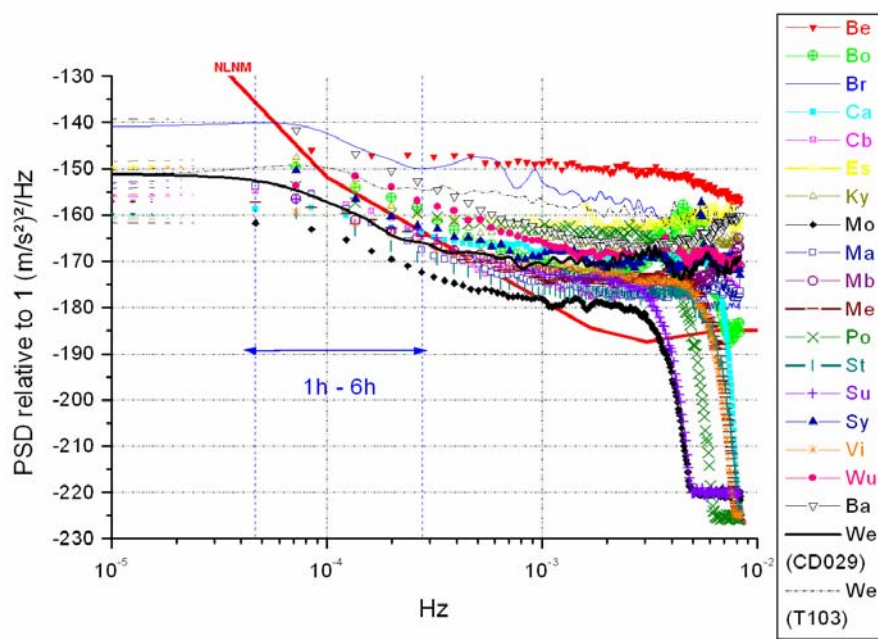


Fig. I. 13 Densités spectrales aux 19 stations GGP sur la période de 15 jours consécutifs la moins bruitée. La PSD des données enregistrées avec l'ancien gravimètre supraconducteur T103 à Wettzell présente un niveau plus élevé que la PSD des nouvelles données acquises avec l'instrument CD029.

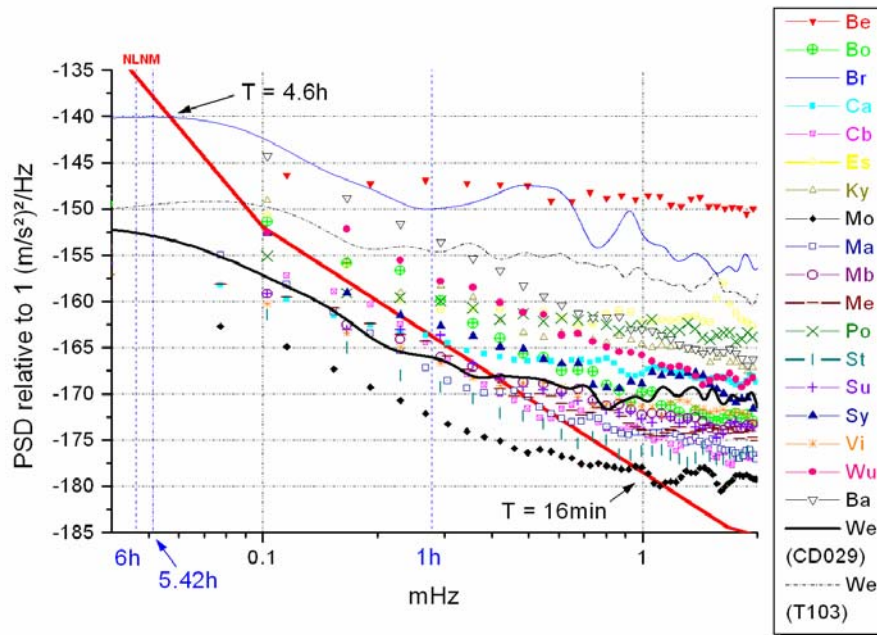


Fig. I. 14 Zoom de la figure (I. 13) dans la bande 1 h – 6 h. Les PSD des 20 instruments aux 19 stations GGP coupent le niveau de référence NLNM à $T = 16$ min (Moxa) et $T = 4.6$ h (Brasimone).

I.5.4 Les magnitudes de bruit dans la bande sub-sismique 1 h – 6 h

La notion de magnitude de bruit sismique introduite par Banka (1997) (voir paragraphe I.4.3 et équation I. 3) peut être généralisée à la bande sub-sismique, où l'on utilise le terme SSNM (« sub-seismic noise magnitude »). Dans la bande 1 h – 6 h, la magnitude de bruit du NLNM n'est plus à la référence zéro mais à la valeur de 3.3 calculée pour la fréquence de 10^{-4} Hz. Les magnitudes de bruit sub-sismiques des 19 stations GGP sont comparées sur la figure (I. 15).

Les stations Bandung, Bruxelles et Brasimone sont les plus bruitées dans ces deux bandes, pour des raisons liées à des conditions de site difficiles.

Les stations GGP qui ont les niveaux de bruit les plus faibles dans la bande sismique longue - période ont également des niveaux de bruit faibles dans la bande sub-sismique 1 h – 6 h. Cette constatation est vérifiée si l'on trace les SSNM en fonction des SNM : une forte corrélation existe (Fig. I. 16) entre les deux magnitudes. Cette corrélation est marquée par le regroupement des points autour d'une droite de pente positive. Le calcul donne une corrélation de 77%. Ainsi, il n'est pas nécessaire de calculer la SNM et la SSNM indépendamment, une seule de ces magnitudes est suffisante pour caractériser les niveaux de bruit dans la bande de fréquences allant de 200 s à 6 h. Le niveau de bruit calculé dans la bande 200 s – 600 s peut donc également être étendu à la bande 200 s – 3600 s afin de couvrir toute la bande sismique basse fréquence où se situent les modes sismiques ${}_0S_2$ et ${}_2S_1$ que nous étudierons dans la dernière partie.

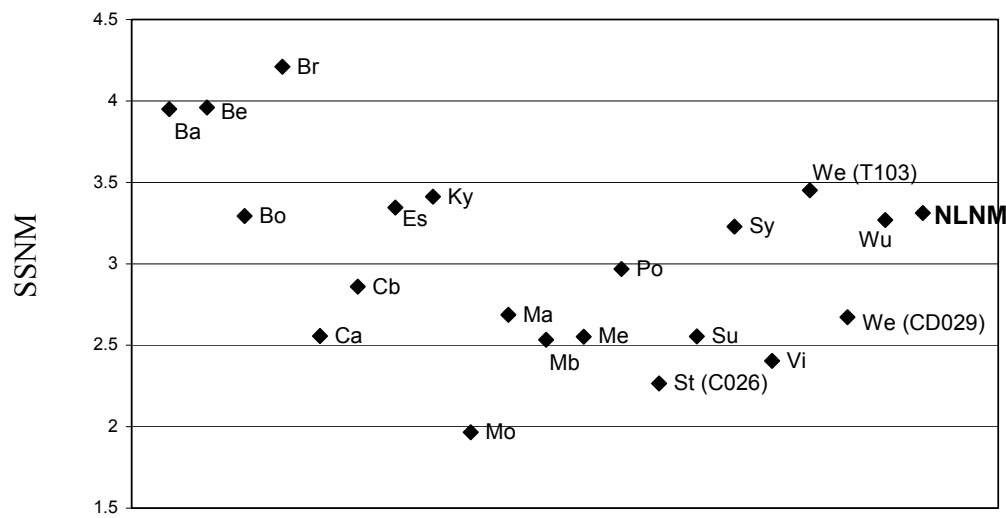


Fig. I. 15 Magnitudes de bruit généralisées à la bande 1 h – 6 h pour les 20 instruments des stations du réseau GGP. La magnitude de bruit du NLNM n'est plus à la référence zéro mais à la magnitude 3.3.

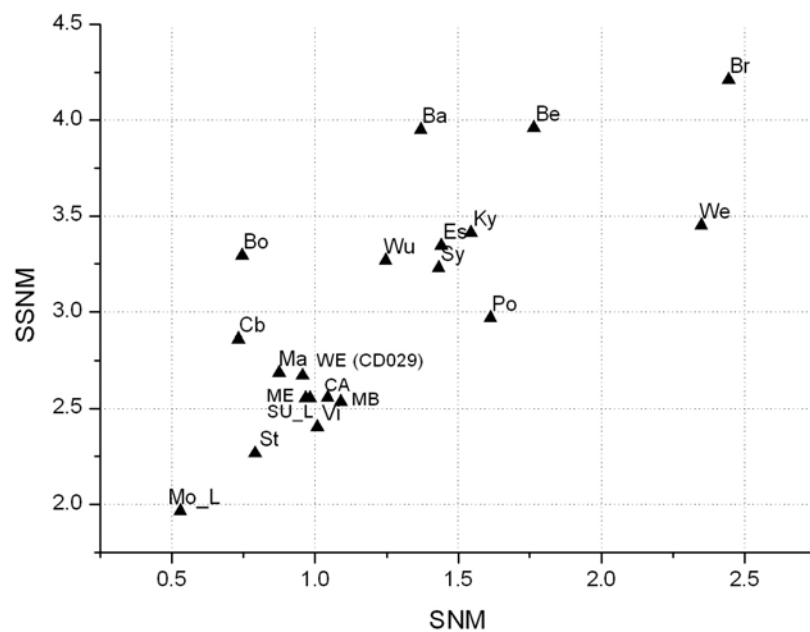


Fig. I. 16 Magnitudes de bruit sub-sismiques (SSNM) en fonction des magnitudes de bruit sismiques (SNM) pour les 20 stations gravimétriques. Une corrélation positive apparaît, marquée par le regroupement des points autour d'une droite de pente positive.

I.6 Dans la bande des marées

Afin que l'étude de bruit soit complète, passons à la comparaison des niveaux de bruit aux stations GGP dans la bande des marées diurne – semi-diurne.

I.6.1 La méthode

Les données brutes doivent être corrigées de tous les problèmes (trous, pics, décalages et autres problèmes) afin de pouvoir effectuer des analyses de marées avec le logiciel ETERNA (Wenzel, 1996). Avant analyse, les données échantillonnées à une minute sont décimées à une heure en utilisant un filtre de période de coupure à 3 h, puis filtrées à l'aide d'un filtre passe-haut de période de coupure à 3 jours. Ensuite, le logiciel ETERNA effectue un ajustement par moindres carrés des marées, de la pression atmosphérique et de la dérive instrumentale pour extraire des résidus de gravité, une admittance barométrique ajustée et une dérive polynomiale. Des niveaux de bruit moyens sont obtenus à l'aide de l'écart - type des résidus temporels. Des estimations de bruit dans différentes bandes de fréquence sont également calculées à partir des spectres normalisés.

I.6.2 Les niveaux de bruit calculés avec ETERNA

Les écarts - types des résidus de gravité obtenus après analyses de marées aux différentes stations GGP sont comparés sur la figure (I. 17). La valeur élevée obtenue à Bandung peut être expliquée par des marées océaniques complexes. La valeur excessive à Brasimone est principalement due à la mauvaise qualité des données. Le gravimètre supraconducteur de Bruxelles a un problème d'étalonnage (Ducarme et al. 2002) et ses données présentent de nombreux problèmes. Les autres écarts - types sont directement corrélés avec la distance de la station par rapport aux océans. La longueur des enregistrements, en moyenne 800 jours, utilisée pour l'analyse de marées, est indiquée dans la partie inférieure de la figure (I. 17). Notre valeur d'écart - type obtenue pour Kyoto est de 15.4 nm/s^2 , ce qui est bien supérieur aux valeurs des autres stations, c'est pourquoi elle n'est pas représentée sur la figure (I. 17). Nos résultats peuvent être comparés aux valeurs d'écarts - types obtenues par Ducarme et al. (2002) (Fig. I. 18). Dans l'ensemble, leurs valeurs d'écarts - types sont plus faibles que les nôtres, en particulier pour Kyoto, où ces auteurs trouvent qu'elle est moins bruitée que Bandung. Ces différences s'expliquent par un prétraitement des enregistrements différent, en particulier en ce qui concerne les seuils de correction des perturbations : Ducarme et al. (2002) ont systématiquement enlevé les séismes et corrigé un plus grand nombre de problèmes. Oter les séismes non saturés des enregistrements revient à biaiser les niveaux de bruit vers le bas. Dans nos corrections avant analyse, nous avons été moins sévères afin de laisser plus de signal géophysique haute fréquence, en particulier parce que nous nous intéressons, dans la dernière partie de ce travail de thèse, à la recherche du mode sub-sismique de translation de la graine à partir de ces données résiduelles.

I.6 Dans la bande des marées

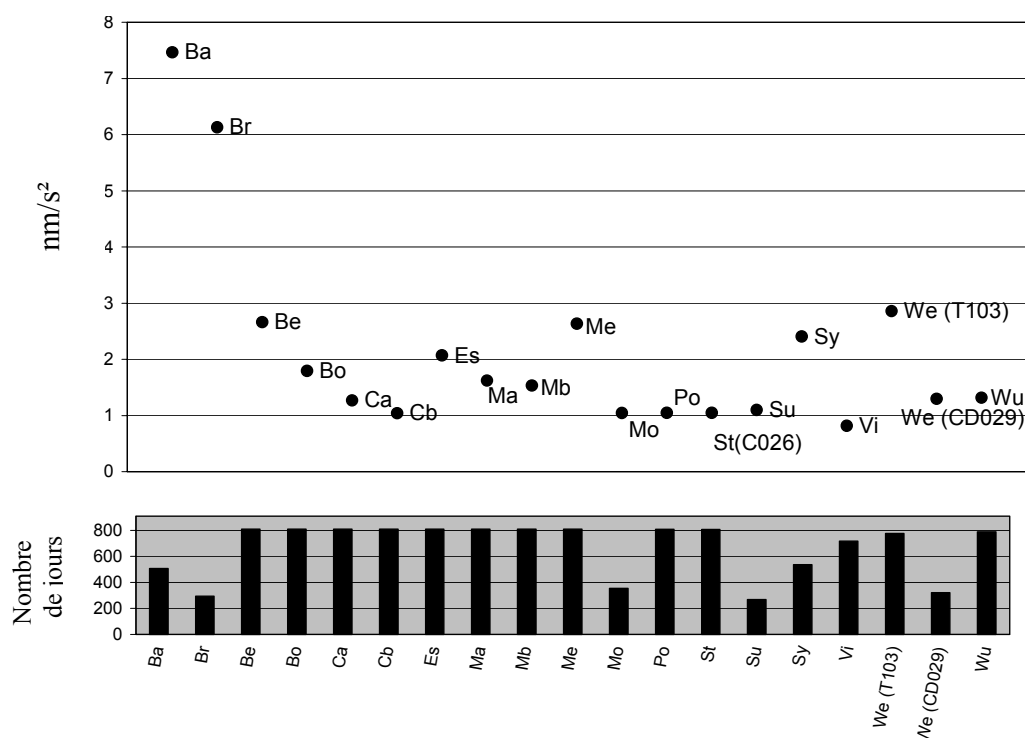


Fig. I. 17 *Ecart - types obtenus après analyses de marées avec le programme ETERNA aux 19 stations GGP. L'écart - type est calculé à partir des résidus de gravité dans le domaine temporel. La longueur des enregistrements utilisée pour chaque station est indiquée dans la partie inférieure du graphe.*

Les niveaux de bruit moyens estimés dans les bandes diurnes (1 cpd = 1 cycle par jour), semi - diurnes (2 cpd) et ter - diurnes (3 cpd) sont représentés sur la figure (I. 19). Les niveaux sont normalisés de sorte à être indépendants de la longueur des enregistrements utilisés. L'estimation pour un bruit blanc est obtenue grâce à la formule $PSD = 2 \sigma^2 T_0$ où σ est l'écart - type des résidus temporels et T_0 la période d'échantillonnage. Il est normal, au vu de la forme des densités spectrales de puissance des signaux de gravimètres supraconducteurs, que le niveau de bruit augmente avec la période. Il est par contre étonnant de constater que pour les stations de Bandung et Wettzell (avec l'ancien instrument T103), le bruit est plus élevé dans la bande des marées semi - diurne que dans la bande diurne. Dans le cas de Bandung, ce fait peut être d'origine océanique.

Les niveaux de bruit pour la station Kyoto étant très au-dessus de ceux des autres stations (les valeurs sont de 0.50, 0.52, 0.14 et 0.19 nm/s² respectivement dans les bandes 1 cpd, 2 cpd, 3 cpd et pour l'équivalent d'un bruit blanc), ils n'ont pas été représentés sur la figure (I. 19).

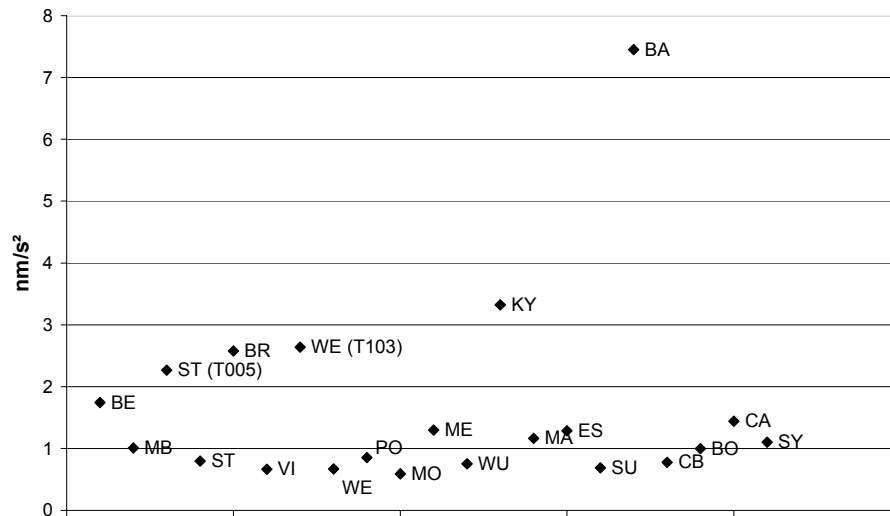


Fig. I. 18 *Ecart* - *types* obtenus par Ducarme et al. (2002) après analyse ETERNA pour l'ensemble des stations gravimétriques du réseau GGP.

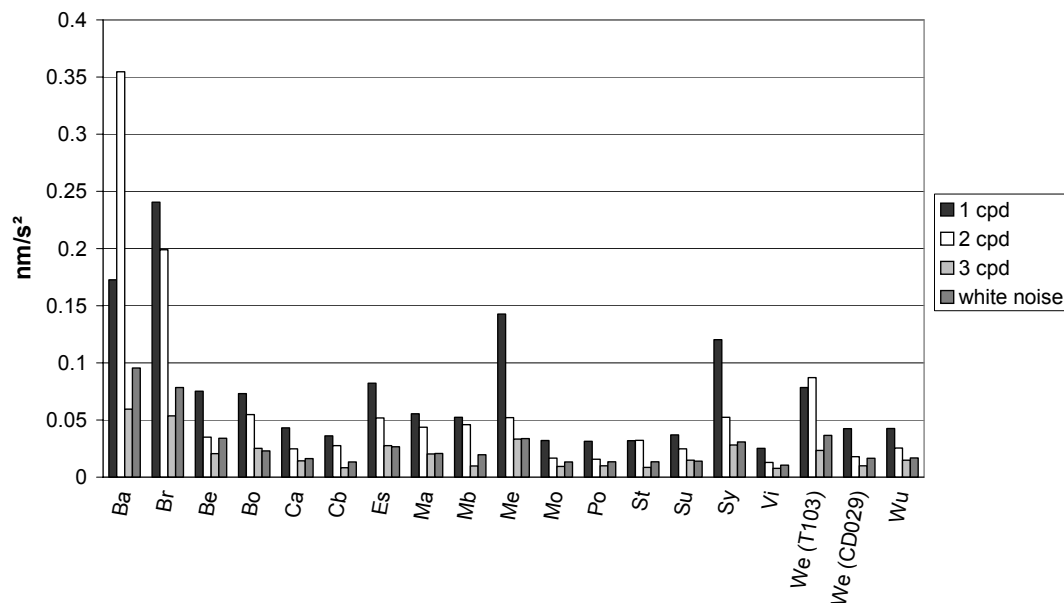


Fig. I. 19 Niveaux de bruit moyens estimés dans différentes bandes de fréquences. *cpd* signifie cycle par jour. Ces niveaux ont été obtenus par analyses avec ETERNA des données des 19 stations GGP à partir des spectres de Fourier. Les valeurs sont normalisées de sorte à être indépendantes de la longueur des enregistrements.

I.6.3 Les densités spectrales de puissance après analyse ETERNA

L'ajustement par moindres carrés des marées et de la pression atmosphérique avec le programme ETERNA permet d'obtenir des résidus de gravité dont les PSD sont dessinées sur les figures (I. 20) et (I. 21), après lissage dans le domaine spectral par une fenêtre de Parzen de 2001 points. Des ondes de marées semi – diurne sont encore fortement présentes dans les résidus. Pour une marée solide et sa surcharge océanique, la fréquence est la même, mais les amplitudes et phases sont différentes. Or il n'est pas possible d'ajuster parfaitement ces deux types d'oscillations. Il reste donc forcément du signal de marées, en particulier dans la bande semi – diurne, où les ondes de marées ont les plus grandes amplitudes (l'onde M2 est la principale).

Remarque : Les résidus de gravité ont été obtenus après analyse ETERNA sur les données décimées à une heure avant d'appliquer le filtre passe-haut de période 3 jours. Le filtrage passe-haut induirait une décroissance des niveaux de PSD pour les périodes supérieures à 3 jours mais n'influerait pas sur la moyenne des PSD entre 12 h et 24 h.

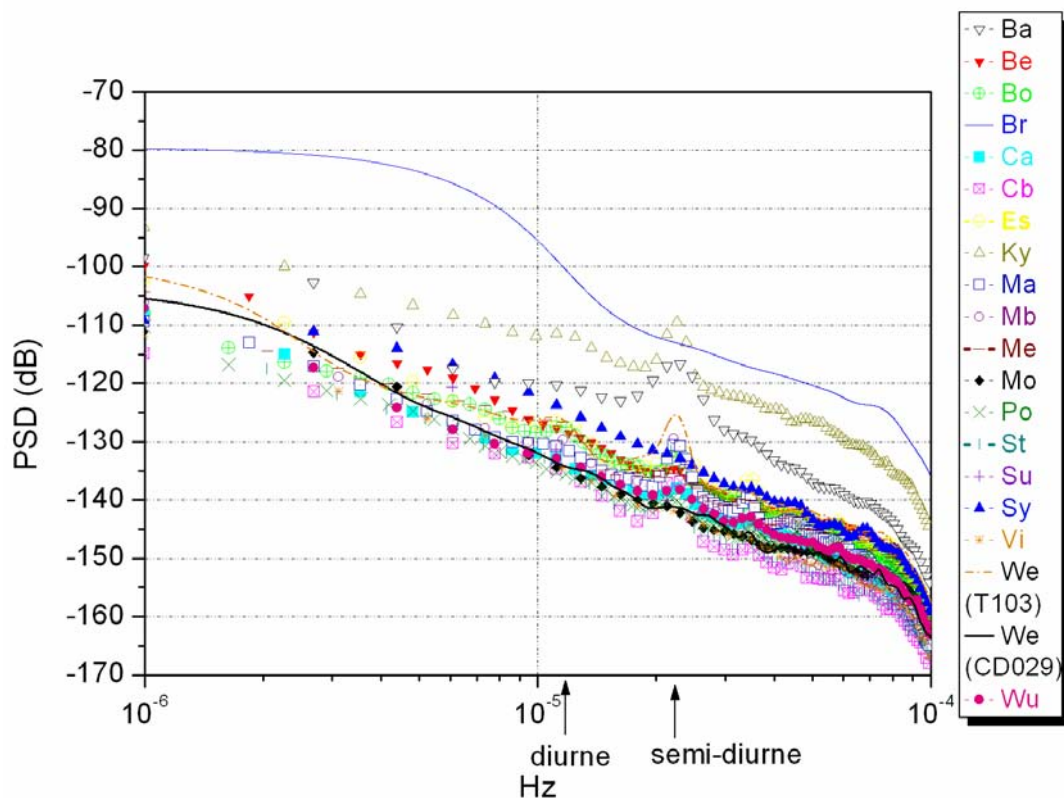


Fig. I. 20 Densités spectrales de puissance des résidus obtenus après analyse ETERNA aux stations GGP. Les PSD ont été lissées avec une fenêtre de Parzen de 2001 points.

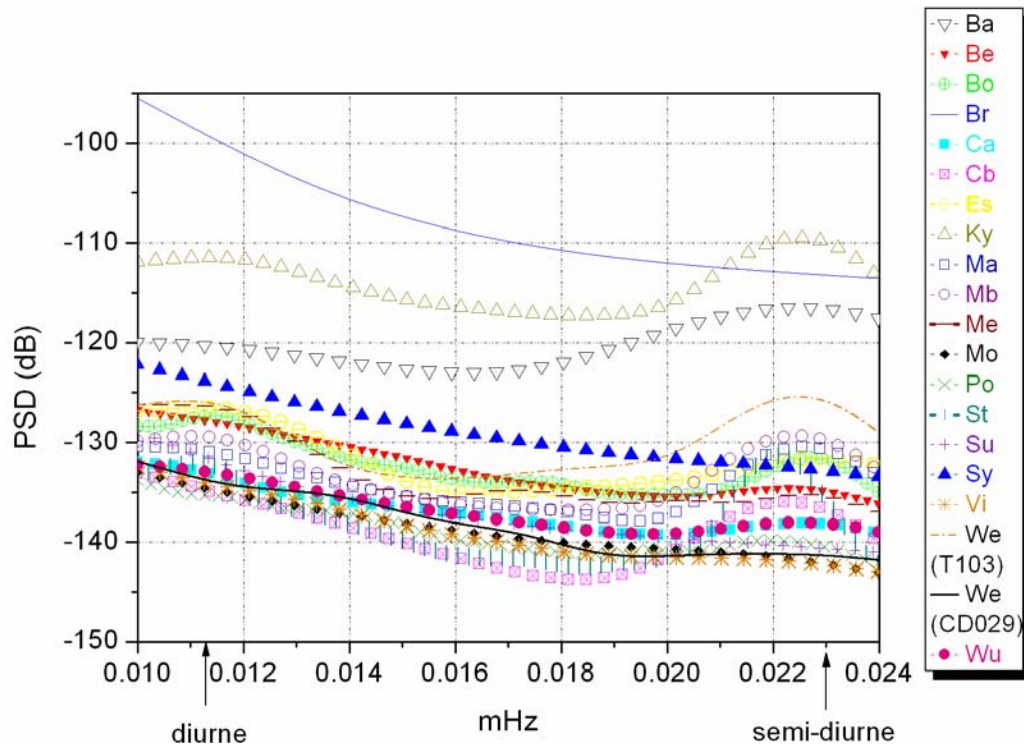


Fig. I. 21 Densités spectrales de puissance des résidus de gravité dans la bande 12 h – 24 h aux stations GGP après analyse ETERNA. Les PSD ont été lissées avec une fenêtre de Parzen de 2001 points.

I.6.4 Les magnitudes de bruit dans la bande diurne - semi diurne

On définit une magnitude de bruit des marées TNM (« Tidal Noise Magnitude ») par la même relation que précédemment (équation I. 3). On choisit de calculer cette magnitude entre 14h et 22h afin d'éviter la contamination par des marées diurnes ou semi – diurnes résiduelles qui augmenteraient inégalement les TNM des stations. Les TNM aux stations GGP sont représentées sur la figure (I. 22). Dans la bande des marées, il n'y a plus de niveau de bruit de référence, le modèle de bruit de Peterson n'étant plus défini aux longues périodes.

Les niveaux de bruit des stations GGP, obtenus par cette procédure, dans la bande des marées, dépendent fortement des corrections appliquées sur les données brutes (Hinderer et al. 2002) avant analyse ETERNA. C'est ce que nous avons déjà constaté avec nos écarts types des résidus temporels qui diffèrent de ceux de Ducarme et al. (2002) (cf. I.6.2). Cependant, un calcul de corrélation entre les TNM et les SNM montre qu'il y a une corrélation d'environ 64% entre les deux, ce qui n'est pas négligeable. La figure (I. 23) illustre cette dépendance. La corrélation entre TNM et SNM (et SSNM et SNM aussi) dépend fortement des stations les plus bruitées (e.g. Br, We, Ky sur la Fig. I. 23), puisque les stations de mauvaise qualité ont un fort niveau de bruit dans toutes les bandes de fréquences.

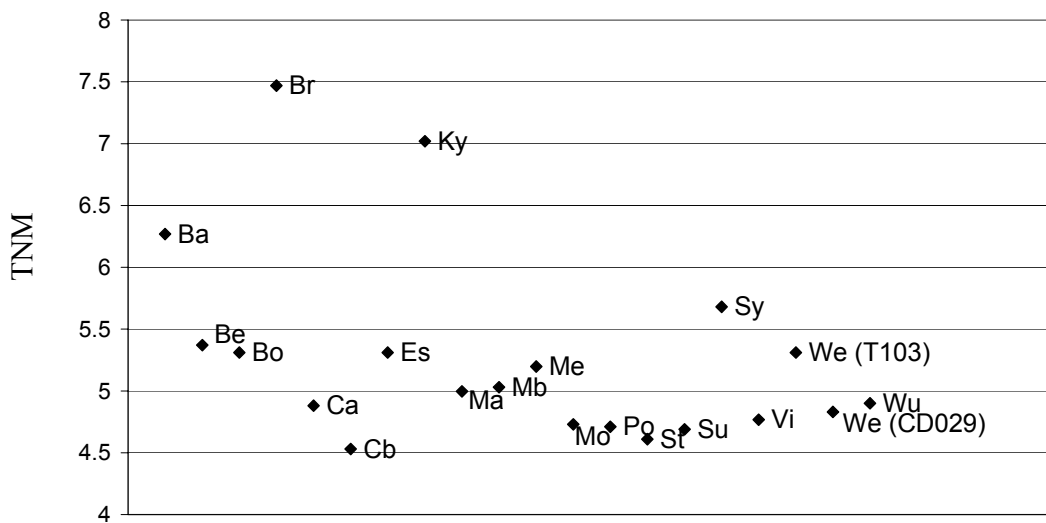


Fig. I. 22 *Magnitudes de bruit TNM aux stations GGP dans la bande de périodes comprises entre 14 h et 22 h. La valeur pour l'ancien instrument à Wettzell (gravimètre supraconducteur T103) est également indiquée.*

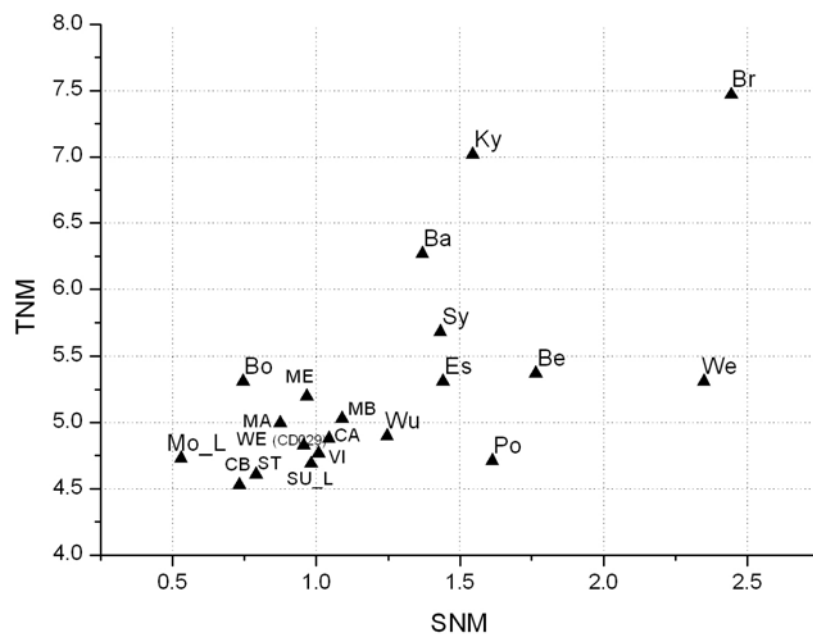


Fig. I. 23 *Magnitudes de bruit (TNM) dans la bande des marées 14 h – 22 h en fonction des magnitudes de bruit sismiques (SNM). Les stations de forts niveaux de bruit (par exemple Brasimone notée Br) imposent une corrélation entre les deux magnitudes.*

I.7 Résumé des niveaux de bruit aux stations GGP

Une comparaison des niveaux de bruit basée sur les densités spectrales de puissance et les magnitudes de bruit a été réalisée dans trois bandes de fréquences qui recouvrent une grande partie du spectre d'étude des gravimètres supraconducteurs, allant des modes sismiques les plus graves aux marées diurnes. Les résultats sont récapitulés sous forme des magnitudes de bruit dans les trois bandes (Fig. I. 24) et d'une moyenne pondérée des magnitudes (Fig. I. 25). Nous n'avons pas utilisé une moyenne simple car les TNM étant très élevées, la moyenne aurait été biaisée. Nous avons donc divisé chacune des magnitudes par la moyenne arithmétique des magnitudes dans sa bande de fréquence, puis nous avons pris la moyenne des trois magnitudes ainsi pondérées, pour chaque station. Ce simple nombre permet de repérer quelles stations sont de meilleure qualité, c'est-à-dire celles dont la magnitude moyenne est inférieure à un.

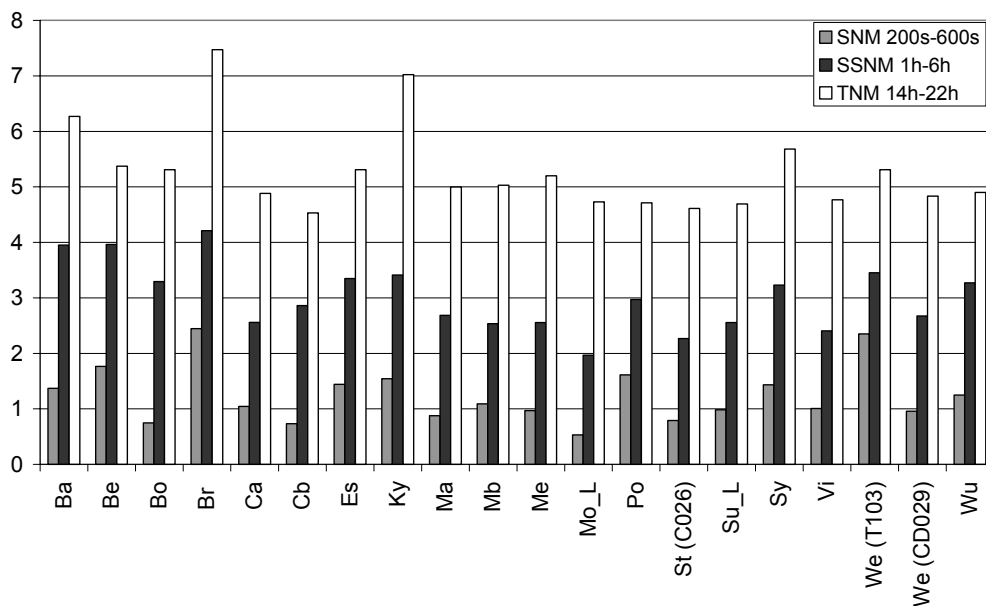


Fig. I. 24 Les magnitudes de bruit dans les bandes sismique (200 s – 600 s) SNM, sub - sismique (1 h – 6 h) SSNM et des marées (14 h – 22 h) TNM pour les 20 instruments installés aux 19 stations cryogéniques du réseau GGP. _L et _U désignent respectivement la sphère du bas et la sphère du haut d'un gravimètre supraconducteur à double sphère.

Une amélioration du niveau de bruit total (instrument + site) est clairement obtenue à Wettzell avec le nouvel instrument, compact et à double sphère. Ainsi, le bruit observé à Wettzell avec l'ancien modèle T103 était principalement instrumental. Les stations dotées de gravimètre

I.7 Résumé des niveaux de bruit aux stations GGP

supraconducteur compacts (deuxième et troisième générations) ont un niveau de bruit moyen faible. Les stations avec des gravimètres à double sphère (Moxa, Sutherland et Wettzell) sont parmi celles de meilleure qualité sur toute la bande de fréquence. Les stations Strasbourg, Canberra et Vienne, avec les modèles compacts, sont également de bonnes stations.

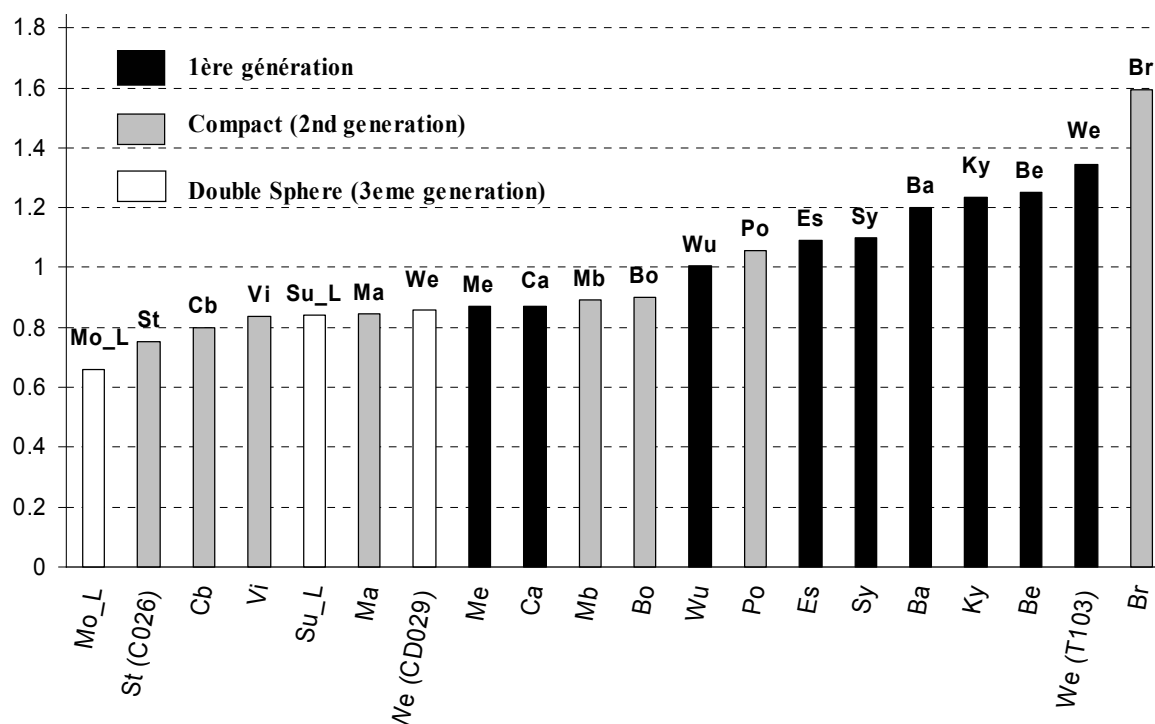


Fig. I. 25 Moyenne pondérée des magnitudes de bruit dans les trois bandes de fréquences. Les stations sont classées par magnitude moyenne croissante. Les trois générations de gravimètre supraconducteur sont précisées. Les barres noires correspondent à la première génération (T), les grises à la génération de gravimètres compacts (C) et les barres blanches aux gravimètres à double sphère (MO_L : Moxa, sphère du bas, SU_L : Sutherland, sphère du bas et WE (CD029) : Wettzell, sphère du haut).

I.8 Conclusion

Dans la bande sismique, le filtre de décimation à une minute diminue artificiellement le niveau des densités spectrales de puissance pour quelques stations. Cependant, pour la majorité des stations, les niveaux des PSD restent constants jusqu'à la fréquence de Nyquist : la méthode de décimation utilisée pour ces stations semble problématique, mais nous n'avons pas eu accès aux filtres de décimation pour clarifier ce problème.

Dans la bande 200 s – 600 s, les niveaux de PSD sont relativement plats et la moyenne permet de calculer une magnitude de bruit sismique pour chaque station. Ces magnitudes favorisent l'estimation de la qualité des stations. Une comparaison avec des sismomètres longue période met en évidence que les gravimètres supraconducteurs sont plus bruités vers les hautes fréquences, mais deviennent moins bruités pour les meilleurs sites (Moxa par exemple), que les meilleurs sismomètres dans les plus longues périodes.

Dans la bande sub-sismique, les PSD des stations GGP atteignent des niveaux plus faibles que le modèle de référence NLNM à partir de 16 min pour la meilleure station (Moxa) et de 4.6 h pour la plus bruitée (Brasimone). Les données des gravimètres supraconducteurs sont donc appropriées à l'étude des modes sismiques longue - période et des modes sub-sismiques, tel que le mode de translation de la graine de période comprise entre 3 h et 7 h.

Dans la bande des marées, différentes méthodes d'estimation du bruit ont été comparées. Tout d'abord une analyse ETERNA a permis d'évaluer les écarts - types des résidus temporels de gravité et d'en conclure que les niveaux de bruit dépendent du traitement des problèmes (trous, pics, etc...) appliqué aux données avant analyse de marées et que, pour les stations les moins bruitées, la distance aux océans influe directement sur les valeurs des écarts - types. Une méthode spectrale a également été utilisée par ETERNA pour calculer un écart - type dans les bandes diurne, semi - diurne et ter - diurne. Un troisième procédé, analogue à celui utilisé dans les deux autres bandes de fréquence, a été mis en place, menant à une magnitude de bruit dans la bande de périodes 14 h - 22 h.

Finalement, les niveaux de bruit des stations GGP ont été obtenus sur tout le spectre en fréquences, de la bande sismique à la bande des marées, fixant les limites de détection des faibles signaux dans chaque bande de fréquences. Ces niveaux de bruit pourront servir de critère de sélection lors de la combinaison des données des gravimètres supraconducteurs dans la recherche des signaux de faible amplitude.

Les valeurs numériques des niveaux de PSD moyens et des magnitudes de bruit dans chacune des bandes de fréquences considérées sont résumées en annexe 5.

Papier paru dans le bulletin d'information des marées terrestres (BIM) numéro 135 en 2002 :

A comparison of the seismic noise levels at various GGP stations

Séverine ROSAT (1), Jacques HINDERER (1) and David CROSSLEY (1/2)

(1) IPGS-EOST (UMR CNRS-ULP 7516), 5, rue Descartes, 67084 Strasbourg, France.

srosat@eost.u-strasbg.fr

(2) On leave from Dept. Earth and Atmospheric Sciences, Saint Louis University, 3507 Laclede Ave., St. Louis, MO 63103, USA.

Abstract

Since 1997 a network of superconducting gravimeters (SG) has been monitoring the variations of the Earth's gravity field. Data from the network, under the coordination of the Global Geodynamics Project (GGP), allow a comparison of the noise levels of the different contributing stations. We use a standardized processing procedure to evaluate the combined instrument plus site noise in the long-period seismic band (200s-600s). Most of the stations have Power Spectral Densities (PSD) contained in a 10 dB wide range, i.e. there is a factor 3 in amplitude between the least and the most noisy station. In the high frequency part of the PSD, the decrease induced by the decimation filter to one minute affects the computation of the Seismic Noise Magnitude (SNM) for many stations. The SNM is a summary statistics introduced by Banka in 1997 to enable a quick comparison of the quality of a site-sensor combination. From $T=16$ min to $T=3.5$ h, PSD are below the New Low Noise Model of Peterson (NLNM). SG's data are therefore appropriate for studying long-period seismic and subseismic modes. Knowledge of the noise levels of each station is important in a number of studies that combine the data to determine global Earth parameters. We cite for example the stacking of the data to determine the period of the free core nutation and the Chandler wobble, and the potential use of the data in the search for the gravity variations associated with the translational mode of the inner core.

Introduction

Since 1997 a network of superconducting gravimeters (SG) (Crossley et al., 1999) has been monitoring the variations of the Earth's gravity field. Data from the network, under the coordination of the Global Geodynamics Project (GGP) (Crossley and Hinderer, 1995), allow a comparison of the noise levels of the different contributing stations.

The analysis of the noise level at a gravimeter station is well realized by the use of a Power Spectral Density of the instrument series. The PSD has the advantage of being independent of the length and sampling rate of the signal. Moreover the integration over a frequency band leads to the estimate of the mean power within this band, and the PSD is always representative of a physical phenomenon, particularly if it is aperiodic or transient. In the present study, the New Low Noise Model (NLNM) of Peterson (1993), designed for seismometers, is used as a reference level to give an estimate of the quality of the site-sensor combination. With a single instrument at a site, it is not possible to separate site noise from instrument noise.

Banka (1997) introduced a summary statistics that can be derived from the PSD. It is called the Seismic Noise Magnitude (SNM), a quantity that is based on a narrow window in the normal mode band between 200s and 600s. We divide the paper into three sections, the first deals with the processing procedure, the second is for the study of the noise level at the Strasbourg station and the third one presents a comparison of the seismic noise levels at 19 GGP stations.

1. The processing procedure for the Seismic Band, 200s-600s

The processing procedure is fully described and evaluated in Banka and Crossley (1999); here it will be only briefly summarized.

Gravity and pressure data are analysed for each day of a given year at a superconducting gravimeter station. The following steps are applied:

- amplitude calibration of raw gravity and pressure data;
- subtraction of the tides computed using an elastic reference earth model;
the difference between using an elastic model and calculating local tides is insignificant. Banka and Crossley (1999) found that the inclusion of ocean tides does not affect the noise levels in the seismic band nor in fact the use of a highly accurate tidal potential. Besides it does not make any difference whether the FCN correction is used or not. The Xi Qinwen (1989) tidal potential with a cut-off of 0.0001 for the Doodson amplitude yielding 383 waves was used.
- reduction of the influence of the air pressure with an admittance factor of $-0.3 \mu\text{gal}/\text{mbar}$: the pressure data must have been fixed for spikes, gaps and offsets so that problems in the pressure do not get transferred into the gravity data.
- subtraction of a best-fitting 9th degree polynomial to eliminate the instrument drift and any residual tidal signal;
- computation of the RMS deviation;
- selection of the 5 quietest days (based on those with the lowest RMS);
- Fast Fourier Transform and average of the 5 amplitude spectra;
- computation of the Power Spectral Density (PSD).

In the period range 200s-600s, the Seismic Noise Magnitude is defined through the relation:

$$\text{SNM} = \log_{10}(\text{meanPSD } (\mu\text{gal}^2/\text{Hz})) + 2.5$$

Thus the sphere resonance mode, which usually has a period shorter than 200s, is excluded from the computation for all the superconducting gravimeters (SGs).

By taking the log of the PSD and normalizing it so the NLNM is zero, we are able to use a single figure that acts as a quality factor for site-instrument noise. Such a figure clearly contains much less information than the PSD, but in some cases, it may be useful in quickly comparing the high-frequency performance of instruments.

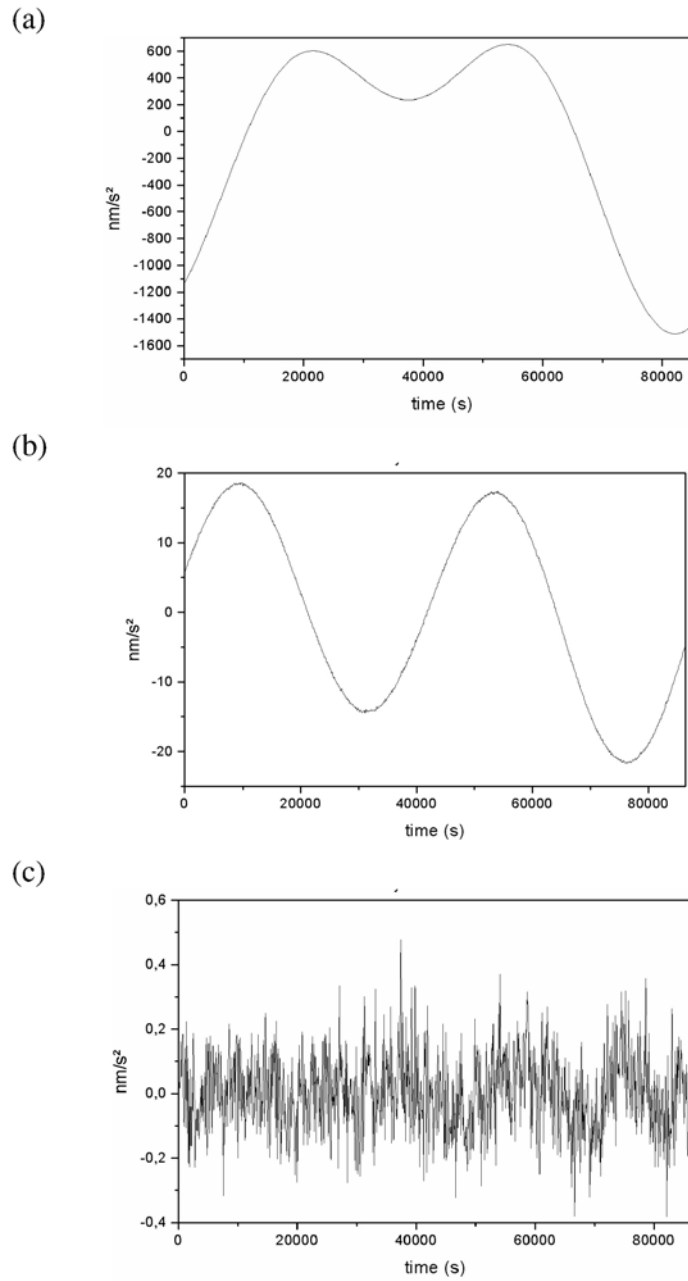


Figure 1: Example of procedure at Strasbourg for one day (98/01/26)
(a) Raw gravity (b) Tides and pressure subtracted (c) a 9th degree polynomial subtracted

For instance at Strasbourg station, the amplitude of the raw gravity signal is about $200\mu\text{gal}$ (Figure 1 (a)). After tide and pressure correction, it is about $4\mu\text{gal}$ (Figure 1 (b)) and after the subtraction of a ninth degree polynomial the amplitude is of the order of $0.01\mu\text{gal}$ (Figure 1 (c)).

2. The Power Spectral Density at Strasbourg

The procedure was first applied to the original 2 second sampling data of Strasbourg. The sphere resonance of this SG appears at 2 minutes (8 mHz), see Figure 2. The high frequency decrease of the PSD is due to the GGP2 anti-aliasing filter, shown in Figure 3. The smooth diminution in the long period part of the PSD is caused by the subtraction of the 9th degree polynomial.

The procedure was then carried out on the 1 minute decimated data. The influence of the low pass filter has a small but noticeable effect in the seismic band 200s-600s used for our Seismic Noise Magnitude computation (Figure 3 (a)). For Strasbourg, the decrease in the SNM due to the attenuation of the decimation filter is only about 4%, Figure 3 (b).

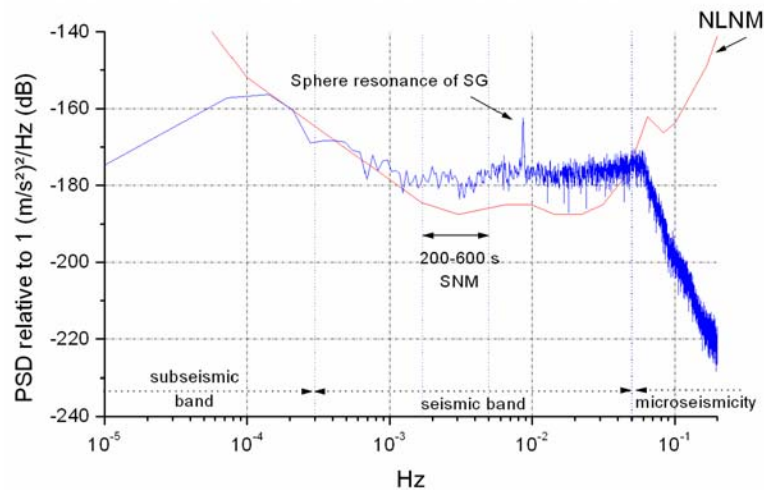
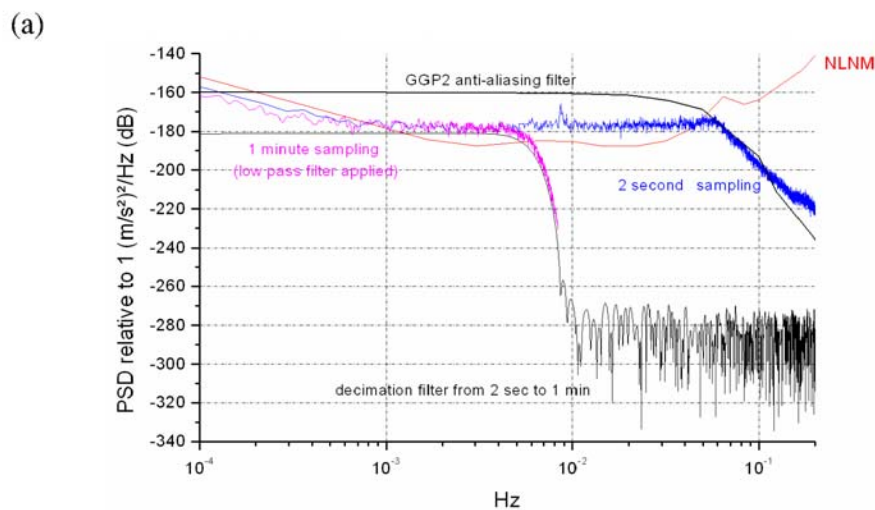


Figure 2: Power Spectral density of 5 quiet days at Strasbourg, 1998. The raw data are sampled at 2 seconds.



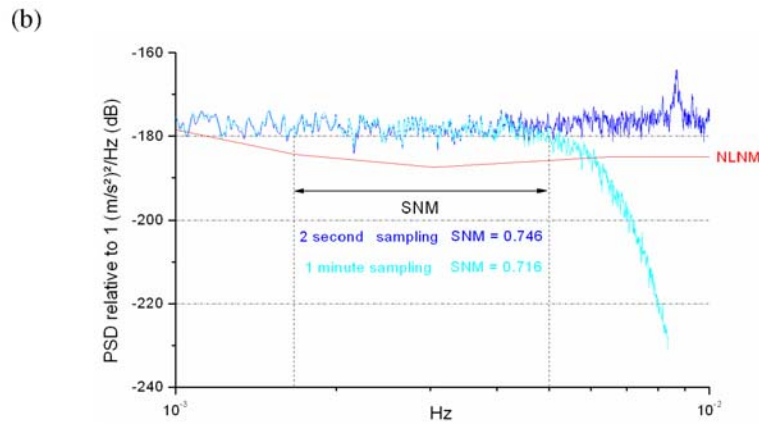


Figure 3: Power Spectral Density of 5 quiet days at Strasbourg. (a) shows the effect of the GGP2 and decimation filters, (b) shows the influence of the decimation filter from 2 seconds to 1 minute on the Seismic Noise Magnitude.

Table 1 points out the stability of the SNM in Strasbourg with time. The data are plotted in Figure 4 and show that from 1997 to 2001 the noise magnitude decreased by 4.8%.

Table 1. SNM for Strasbourg, various years.

Year	The 5 quietest days	Range of RMS for 5 days (nm/s²)	SNM
1997	271, 192, 65, 257, 66	0.13-0.14	0.757
1998	26, 39, 129, 37, 277	0.12-0.13	0.737
1999	73, 72, 89, 326, 70	0.11-0.13	0.731
2000	73, 78, 91, 14, 1	0.13-0.14	0.723
2001	91, 213, 112, 244, 90	0.12-0.14	0.720
All years	99073, 98026, 99072, 01091, 01213	0.11-0.12	0.708

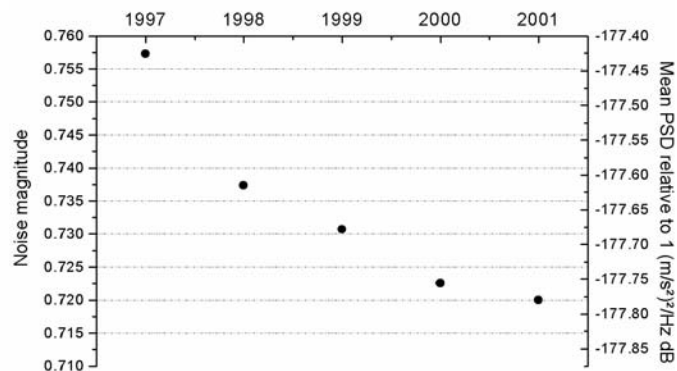


Figure 4: Evolution of the Seismic Noise Magnitude in Strasbourg from 1997 to 2001.

The distribution of RMS deviations for year 1998 is represented in Figure 5. It is a non-Gaussian distribution with a median value of 0.28 nm/s^2 . Notice that the value corresponding to the 5 best days is of course smaller (0.12 nm/s^2).

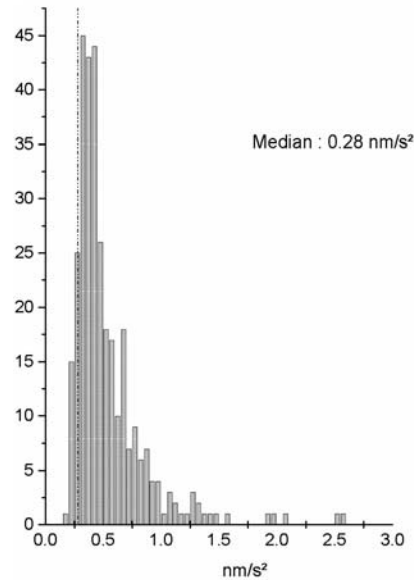


Figure 5: Histogram of RMS deviations in 1998 at Strasbourg

Figure 6 reveals the evidence of the good correlation between RMS deviation and mean PSD in our case. Indeed these selection criteria are only equivalent because the high-frequency micro-seismic noise is cut-off by the decimation filter and because the 9th degree polynomial has removed the long-period signals (Figure 7). For instance, if there was no high frequency filtering, the micro-seismic noise would be added to the seismic noise and would make the new selection of quiet days unsuitable to compute the seismic noise levels.

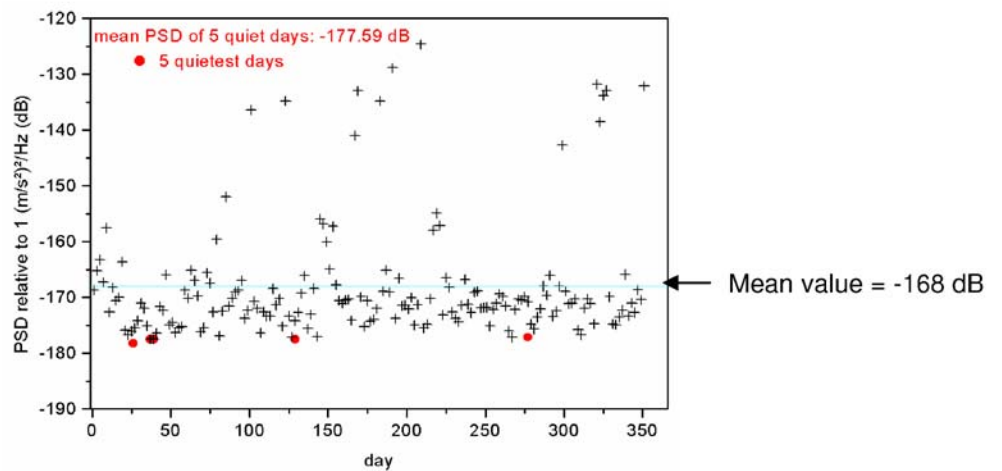


Figure 6: Mean Power Spectral Density values for each day of 1998 at Strasbourg. The mean PSD corresponding to the 5 quietest days (with lowest RMS deviations) are represented with circles.

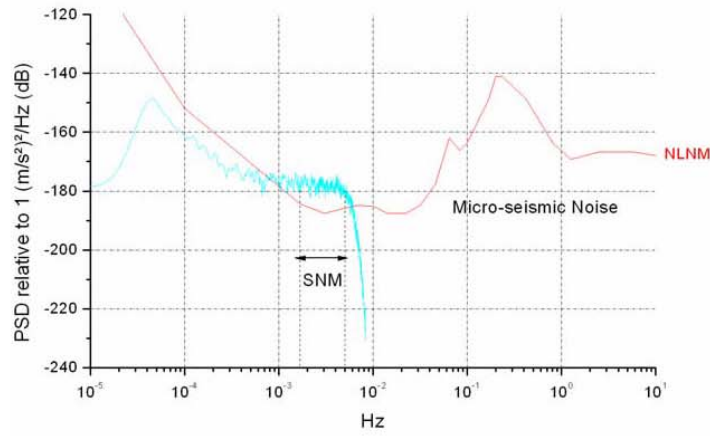


Figure 7: Power Spectral Density of 5 quietest days in 1998 at Strasbourg showing the attenuation in the long period band due to the 9th degree polynomial and the high frequency filtering due to the decimation to 1 minute.

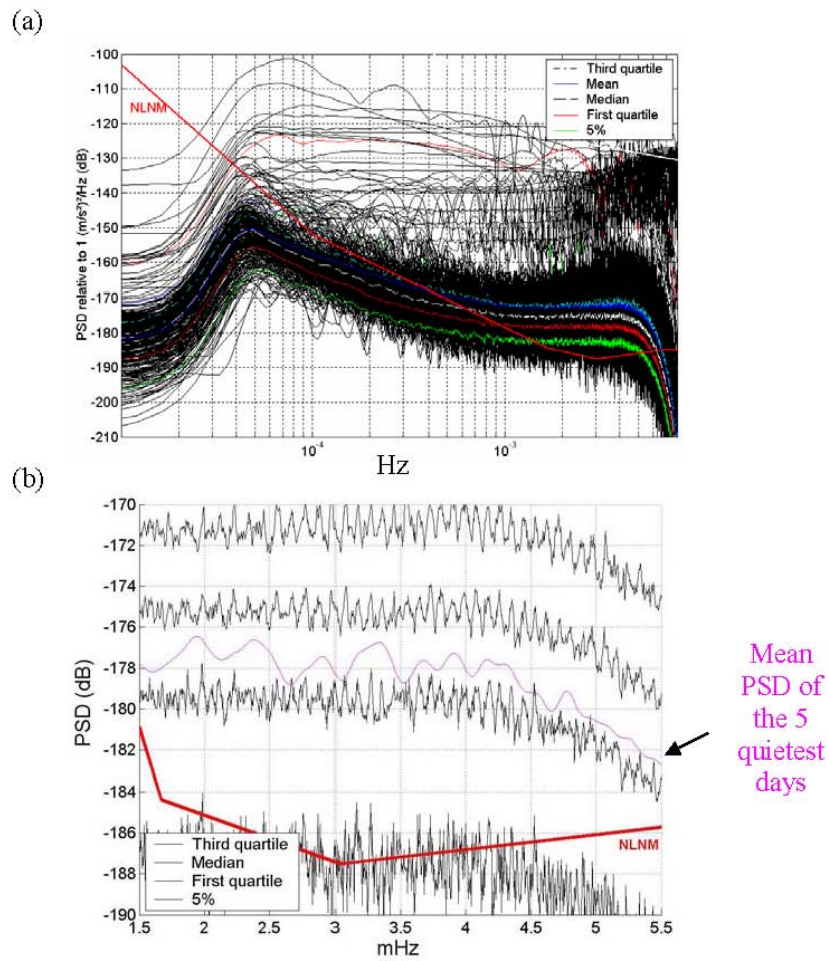


Figure 8: Statistics on all the daily PSD at Strasbourg for 1998. (a) shows all the individual spectra. The 5%, first quartile, median, mean and third quartile are plotted in (a) and (b).

Statistics on the PSD for each day of a year at Strasbourg are represented in Figure 8. The mean PSD of the 5 quietest days is at the same level as the first quartile. The mean and the third quartile levels are close and they are the highest levels. They seem to show some organized oscillations that are the background free oscillations or “hum” (Nawa et al., 2000). The mean and the median values are different which indicates a non-Gaussian distribution of the RMS deviations.

It was already noticed in previous studies (Freybourger et al., 1997 – Zürn and Widmer, 1995) that the pressure correction with an admittance is not efficient at high frequencies on seismic data. It can be seen in Figure 9 that the air pressure correction has however a substantial effect at frequencies less than 1 mHz.

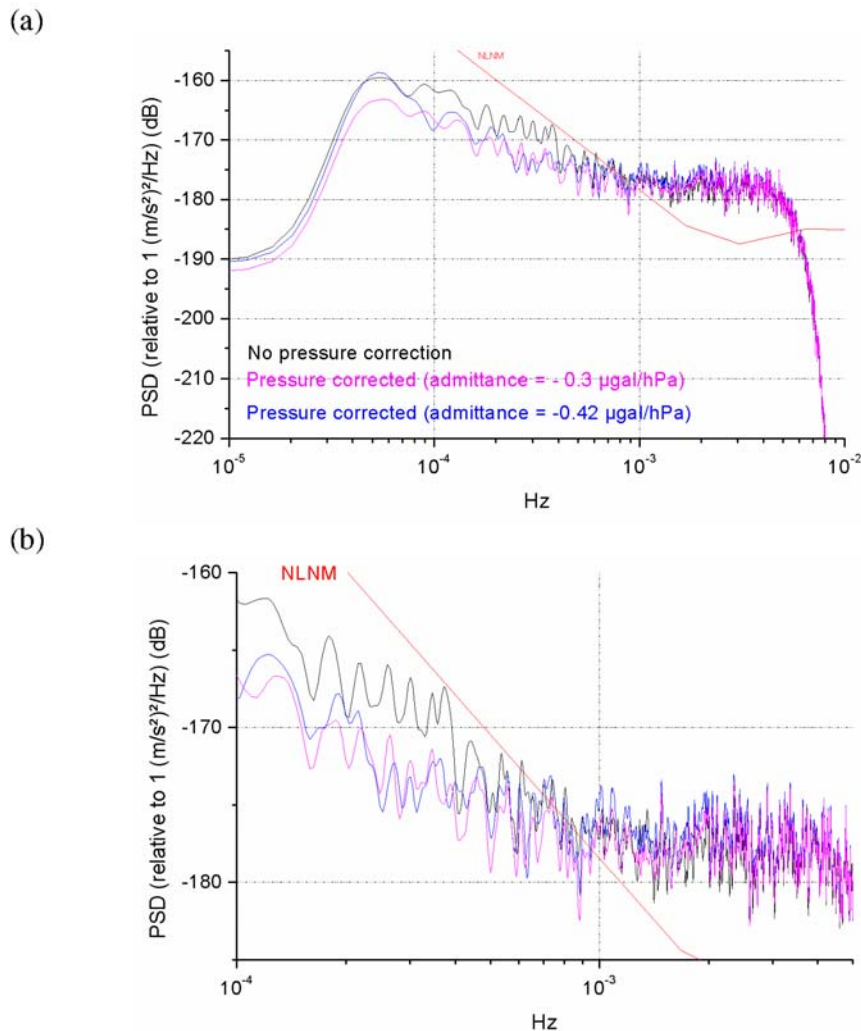


Figure 9: Influence of pressure reduction on the PSD levels, Strasbourg, 1998. (b) is an enlargement of (a) showing the pressure effect more clearly.

3. The Power Spectral Densities at GGP stations and the Seismic Noise Magnitudes

The processing procedure summarized in part 1 was applied to 19 GGP stations in order to make a comparison of the different noise levels. The stations considered were Bandung (BA), Brussels (BE), Brasimone (BR), Boulder (BO), Canberra (CB), Cantley (CA), Esashi (ES), Kyoto (KY), Matsushiro (MA), Membach (MB), Metsahovi (ME), Moxa (MO), Potsdam (PO), Strasbourg (ST), Sutherland (SU), Syowa (SY), Vienna (VI), Wetzell (WE) and Wuhan (WU). The PSD were smoothed in the frequency domain with a 501-point Parzen window in Figure 10 and with a 2001-point Parzen window in Figure 11.

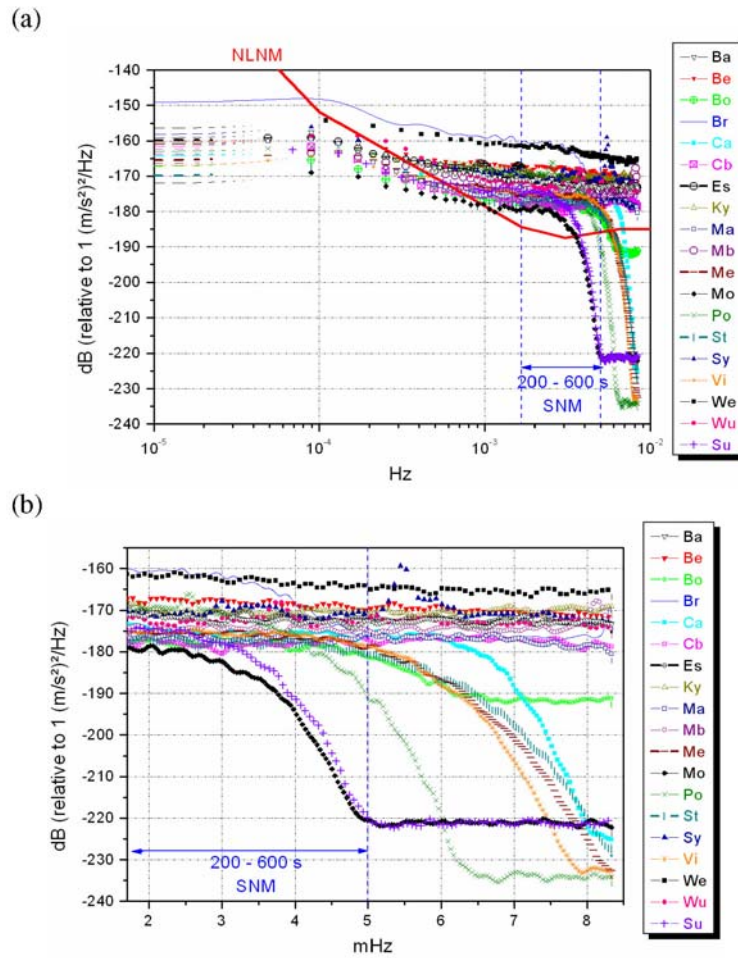


Figure 10: Power Spectral Densities of the 5 quietest days of a year at 19 GGP stations. (b) is a zoom in the seismic band. The PSD are smoothed with a 501-point Parzen taper.

Figure 10 underlines the decimation filter used at each station. Moxa and Sutherland have low pass filters that attenuate the fastest and the steepest, so their SNM computed in the 200s-600s band will be altered towards lower values by the decimation. We must keep this in mind when comparing all the 19 SNM. It will be the case also for Potsdam. Concerning Strasbourg which has the next steepest decimation filter, the decrease introduced by the attenuation is of 4% (as seen in section 2). The sphere resonance is clearly visible at Syowa.

Most PSD are contained in a 10 dB range corresponding to a factor of 3 in amplitude between the least and the most noisy stations.

Figure 11 presents a comparison of the levels in the seismic band 200s-600s. Four stations have their noise levels considerably altered by their decimation filters in that band. They are Brasimone, Potsdam, Sutherland and Moxa. The levels at Boulder, Strasbourg, Metsahovi and Vienna are also slightly affected. The other stations have roughly constant levels over the whole band.

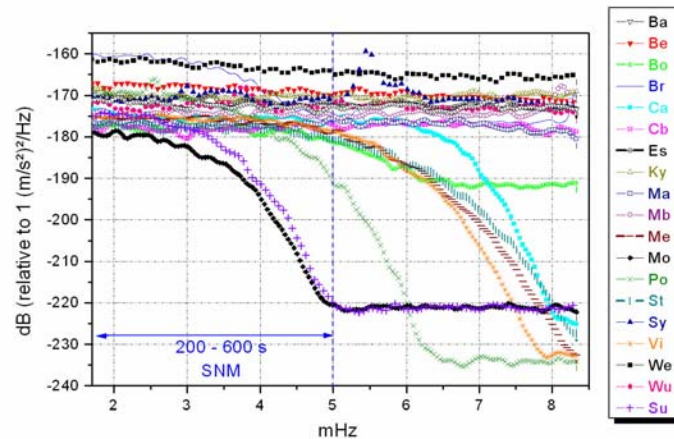


Figure 11: Power Spectral Densities of the 5 quietest days of a year at 19 GGP stations in the seismic band 200s-600s. The PSD are smoothed with a 2001-point Parzen window.

A quick comparison in the seismic band 200s-600s can be obtained by computing the Seismic Noise Magnitudes; these are plotted in Figure 12. The SNM computed by Banka (1997) for a STS-1 seismometer at the Black forest Observatory (BFO) is also indicated for comparison. The former SG at Strasbourg (TT070) is represented to show the important improvement realized with the new instrument C026 since 1996. The SNM decreased by 51% from the TT070 to the present SG at Strasbourg.

Moxa has the lowest SNM, however it must be underlined again that this value is lowered by 63% by the decimation filter.

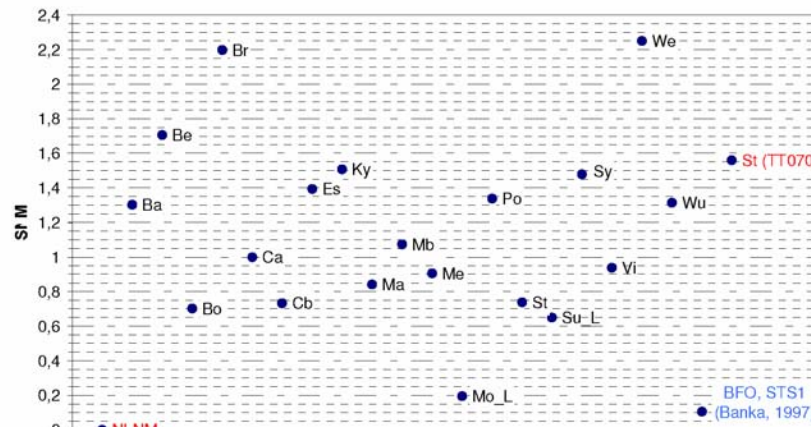


Figure 12: Noise Magnitudes in the frequency band 200s-600s for the 19 GGP stations.

Conclusions

In the high frequency band the decrease induced by the GGP2 anti-aliasing filter on raw gravity data was presented. In the seismic band, the decimation filter from raw sampling rate to one minute data alters the Seismic Noise Magnitude computation. A link between RMS and PSD was stressed; in particular, there is a strong correlation when the micro-seismic noise has been filtered out. The effect of pressure reduction is noticeable at frequencies less than 1 mHz. The PSD of 19 GGP stations were plotted and most of them are contained in a 10 dB range. The SNM was also computed for these stations.

In general, GGP stations have very low noise levels in the long period seismic band, except Brasimone and Wettzell (instrument SG103) that show large Seismic Noise Magnitude values.

The knowledge of all GGP decimation filters appears to be necessary to understand the high frequency trends of the Power Spectral Densities.

GGP station levels are crossing the New Low Noise Model from $T=16\text{min}$ to $T=3.5\text{h}$. Superconducting gravimeters are therefore excellent instruments for studying long period signals. In that purpose, a pressure correction is necessary to further decrease the noise level.

A comparison of the noise levels in the subseismic band and in the tidal bands of GGP stations has to be carried out in the future, leading to a selection of the quietest stations for optimal stacking in the search for the Slichter mode (Slichter, 1961).

Acknowledgements

The authors are grateful to all the GGP station managers for providing their data sets. This study was supported by CNRS (Intérieur de la Terre). This is EOST contribution N° 2002 -10 - UMR 7516.

References

- Banka, D., 1997. Noise levels of superconducting gravimeters at seismic frequencies, *PhD thesis*, GDMB-Informationgesellschaft mbH, Clausthal, Germany.
- Banka, D. and Crossley, D.J., 1999. Noise levels of superconducting gravimeters at seismic frequencies, *Geophys. J. Int.*, **139**, 87-97.
- Crossley, D. & Hinderer, J., 1995. Global Geodynamic Project – GGP: Status report 1994. In CONSEIL DE L'EUROPE: *Cahiers du Centre Européen de Géodynamique et de Séismologie*, volume 11, pages 244-274.

Crossley, D., Hinderer, J., Casula, G., Francis, O., Hsu, H.T., Imanishi, Y., Jentzsch, G., Kääriäinen, J., Merriam, J., Meurers, B., Neumeyer, J., Richter, B., Shibuya, K., Sato, T., Van Dam, T., 1999. Network of superconducting gravimeters benefits a number of disciplines, *EOS*, **80**, 11, 121/125-126.

Freybourger, M., Hinderer, J. & Trampert, J., 1997. Comparative study of superconducting gravimeters and broadband seismometers STS-1/Z in subseismic frequency bands, *Phys. Earth planet. Inter.*, **101**, 203-217.

Nawa, K., Suda, N., Fukao, Y., Sato, T., Tamura, Y., Shibuya, K., McQueen H., Virtanen, H. & Kääriäinen, J., 2000. Incessant excitation of the Earth's free oscillations: global comparison of superconducting gravimeter records, *Phys. Earth planet. Inter.*, **120**, 289-297.

Peterson, J., 1993. Observations and modelling of seismic background noise, Open-File Report 93-332, U.S. Department of Interior, Geological Survey, Albuquerque, New Mexico.

Qinwen, Xi, 1989. The precision of the development of the tidal generating potential and some explanatory notes, *Bull. Inf. Mar. Terr.*, **105**, 7396-7404.

Slichter, L. B., 1961. The fundamental free mode of the Earth's inner core, *Proc. Nat. Acad. Sci.*, **47** (2), 186-190.

Zürn, W. & Widmer, R., 1995. On noise reduction in vertical seismic records below 2 mHz using local barometric pressure, *Geophys. Res. Lett.*, **22**, 3537-3540.

II.1 Le doux murmure de la Terre

*Dans la brise qui passe, écoute un doux murmure
C'est la voix de la Terre, aussi tendre, aussi pure*

CHAPITRE II.

Le « hum »

II.1. Le doux murmure de la Terre

La Terre est en activité permanente, générant un bruit de fond sismique dont l'origine est variée. Ce bruit permanent limite notre capacité à détecter les signaux de faibles amplitudes auxquels nous nous intéressons (ceux qui apportent de l'information sur la structure de la Terre profonde). Des études complètes de niveaux de bruit caractéristiques ont été menées par différents auteurs (e.g. Agnew et Berger, 1978 ; Peterson, 1993 ; Astiz et Creager, 1995) afin d'évaluer entre autre la performance d'une station et d'aider à la sélection de site. La figure (II. 1) illustre le nouveau modèle de bruit bas (NLNM) de Peterson (1993), que nous avons déjà présenté au chapitre précédent, avec les sources dominantes de bruit de fond sismique sur les capteurs à composante verticale (i.e. les sismomètres verticaux et les gravimètres) en fonction de la fréquence :

- Aux fréquences inférieures à 2 mHz, la principale source de bruit est due à l'attraction newtonienne des masses d'air mobiles dans l'atmosphère locale au-dessus du capteur (e.g. Warburton et Goodkind, 1977 ; Zürn et Widmer, 1995) ;

- Dans la bande 2 - 7 mHz, le NLNM est relativement plat. Dans cette bande, une cinquantaine de pics, dont les fréquences coïncident avec les modes sphéroïdaux fondamentaux de ${}_0S_{12}$ à ${}_0S_{65}$, a été mise en évidence pour la première fois par Nawa et al. (1998) à l'aide des enregistrements du gravimètre supraconducteur (SG) de la station Syowa, Antarctique. Cette excitation incessante des modes sphéroïdaux fondamentaux est appelée « oscillations libres incessantes » ou « hum » (bourdonnement). Puisque ces oscillations libres permanentes sont un phénomène global, le « hum » constitue une limite inférieure de détection des signaux à n'importe quel site de la surface terrestre (Widmer-Schmidrig, 2003). Ce phénomène du « hum » a été confirmé par les analyses des données des réseaux sismologiques IDA, GEOSCOPE et IRIS. Les résultats de ces études montrent que la Terre oscille librement sans avoir été excitée par de forts séismes. Le procédé physique impliqué dans l'excitation du hum est communément attribué

à la force exercée sur la surface terrestre par les perturbations aléatoires de l'atmosphère (e.g. Kobayashi et Nishida, 1998 ; Nishida et Kobayashi, 1999 ; Nishida et al. 2000 ; Tanimoto et Um, 1999) et/ou hydrosphère. Mais des sources internes (par exemple une activité tectonique ou un grand nombre de petits séismes) pourraient également expliquer cette excitation permanente des modes propres. Roult et Crawford (2000) ont également étudié un ensemble de causes possibles du hum. Récemment, Tanimoto (2003) a montré que les effets océaniques sont la source d'excitation principale de ces oscillations libres permanentes. Il explique également la présence du pic de bruit autour de 8-9 mHz, présent dans le NLNM, par un modèle océanique.

- Dans la bande 7 - 30 mHz, adjacente au hum, Nishida et al. (2002) ont démontré que le bruit de fond consiste en des ondes de Rayleigh circulant autour du globe tout comme le hum (Ekström, 2001).

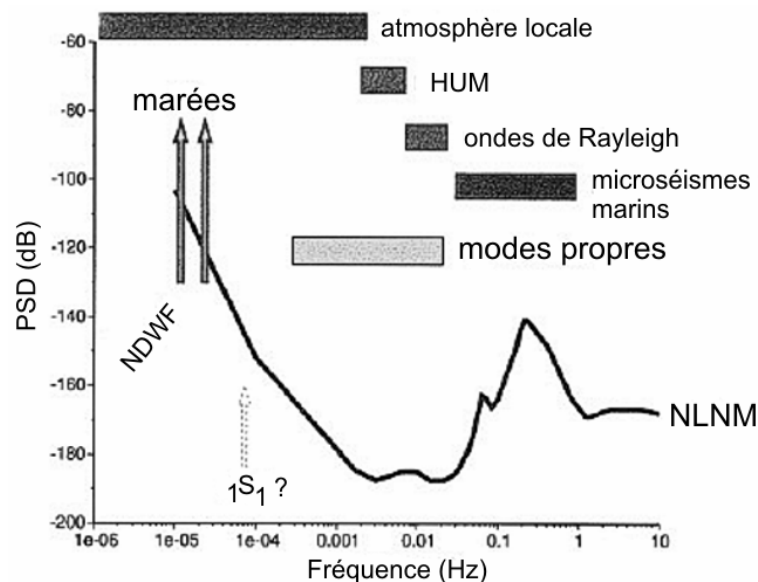


Fig. II. 1 Sources dominantes du bruit sismique et modèle de bruit bas (NLNM) de Peterson (1993). Le NLNM est représenté en décibels par rapport à 1 $(m/s^2)^2/Hz$. La bande des modes propres, les bandes des marées principales, le mouvement libre quasi-diurne de Chandler (Nearly Diurnal Free Wobble, NDFW), et la location suspectée par Smylie (1992) du mode de Slichter (1961), $1S_1$, sont également indiquées. Dessin extrait de Widmer-Schmidrig (2003).

- Enfin, dans la bande 30 mHz - 1 Hz, les niveaux de bruit sont dominés par les microséismes marins. Ces microséismes sont produits par les fluctuations de pression induites par la houle sur le fond marin, qui excitent les ondes sismiques dans la Terre solide. Il est heureux, pour l'étude des modes propres, que la bande des modes propres (0.3 - 20 mHz) et la bande des microséismes (30 mHz - 1 Hz) ne se superposent pas, sachant que les niveaux de bruit dans la bande micro - sismique sont souvent 60 dB au-dessus des niveaux dans la bande du hum (Widmer-Schmidrig, 2003).

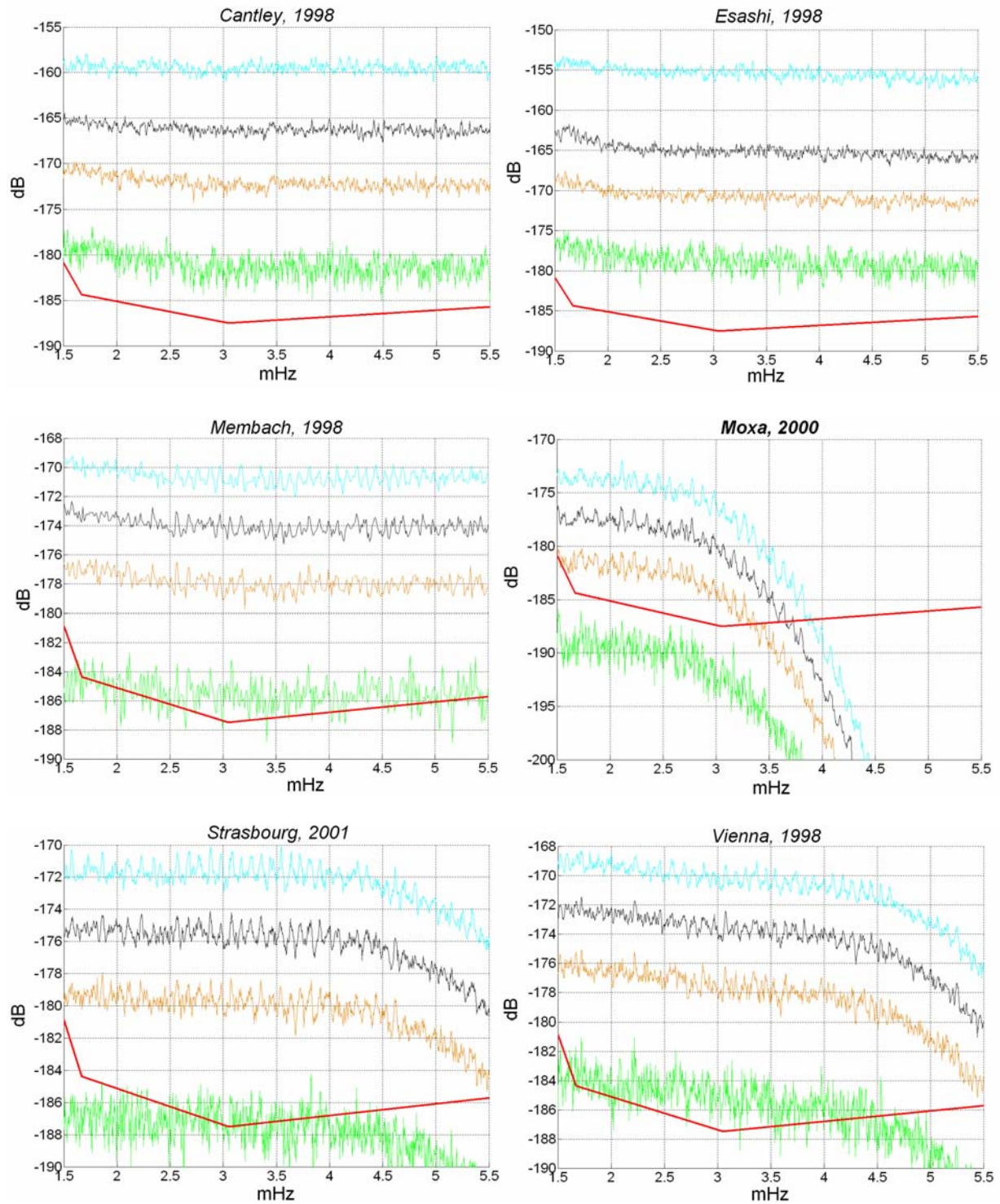
II.2. Le hum aux stations GGP

Les données de quatre stations GGP ont été utilisées par Nawa et al. (2000) afin d'étudier les oscillations libres incessantes : Canberra (Australie), Esashi (Japon), Metsähovi (Finlande) et Syowa (Antarctique). Le hum a été détecté distinctement à Canberra dont le niveau de bruit est le plus faible parmi les quatre stations (cf. Chapitre I de cette partie) ainsi qu'à Metsähovi, en plus de Syowa. A Esashi, le niveau de bruit est trop élevé pour permettre l'observation des oscillations permanentes. Il s'avère donc que le hum constitue une référence correcte pour l'évaluation du niveau de bruit dans la bande du mHz.

Nous avons effectué une étude statistique sur les PSD journalières à différentes stations gravimétriques du réseau GGP : Cantley, sur l'année 1998 (Canada), Esashi, 1998 (Japon), Membach, 1998 (Belgique), Moxa, 2000 (Allemagne), Strasbourg, 2001 (France), Vienne, 1998 (Autriche), Wettzell, 2000 (Allemagne) et Wuhan, 1998 (Chine). Les niveaux à 5%, au premier quart (25%), à la médiane (50%) et aux trois quarts (75%) sont représentés sur la figure (II. 2) par rapport au modèle de bruit bas de Peterson (NLNM). Le niveau à 5% (resp. 25%, 50% 75%) correspond au niveau de PSD et donc de bruit en – dessous duquel 5% (25%, 50%, 75%) des PSD se situent. Le niveau à 5% devrait correspondre au niveau de bruit basé sur les cinq jours les plus calmes selon la méthode proposée par Banka et Crossley (1999) et utilisée au chapitre précédent, section (I. 4). Cependant, si l'on considère la figure (8 (b)) du papier PIM (p. 81), les 5 jours les plus calmes ont un niveau de PSD moyenne qui atteint au minimum le niveau à 25%.

A Moxa, Strasbourg, Vienne et Membach les modes propres fondamentaux sont visibles. Par contre, à Esashi, Wettzell, Wuhan et Cantley, l'étude statistique sur un an ne permet pas de visualiser les oscillations incessantes à cause du niveau de bruit trop élevé de ces stations (cf. Chapitre I).

A Wuhan le mode de résonance de la sphère du SG TT70 T004 est nettement visible sur les différents niveaux de PSD (cf. Fig. II. 2) entre 3.5 mHz et 4 mHz. La décroissance des niveaux de PSD vers les hautes fréquences, observable à Moxa, Strasbourg et Vienne, est due au filtre passe-bas appliqué sur les données brutes pour décimer à une minute.



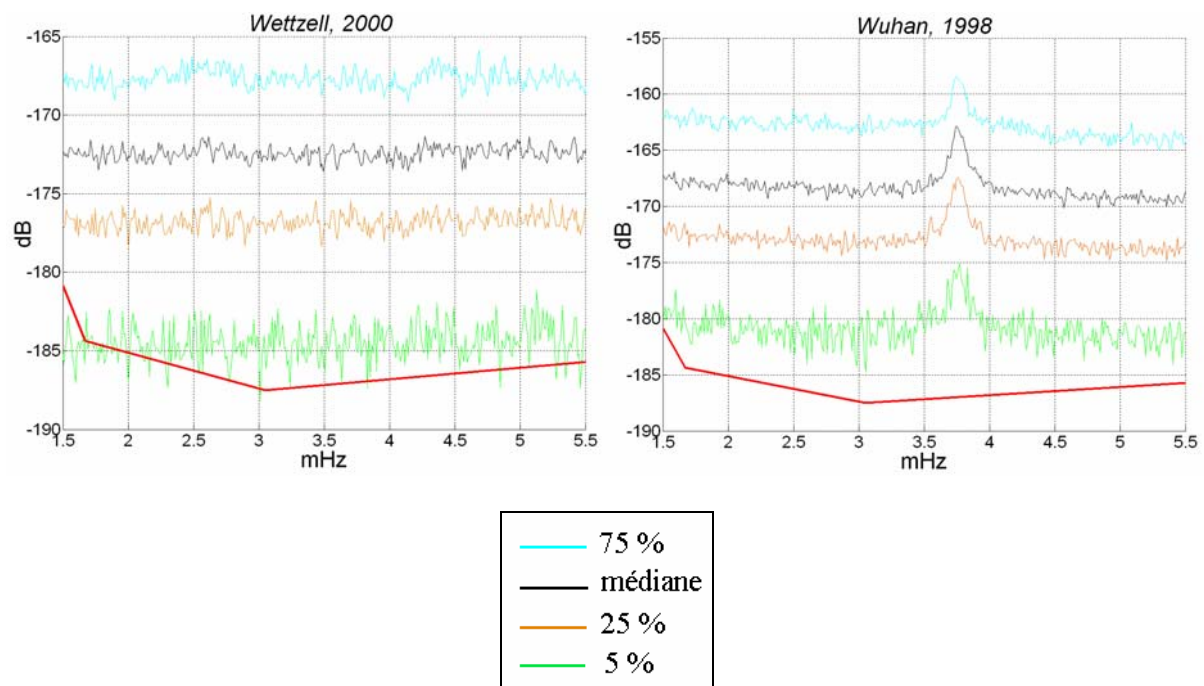


Fig. II. 2 Statistiques sur les PSD journalières calculées à différentes stations gravimétriques du réseau GGP. De bas en haut, les niveaux à 5%, au premier quart, à la médiane et aux trois quarts sont représentés. Le modèle de bruit bas de Peterson (NLNM ; en trait épais noir) est pris comme niveau de référence. Les PSD sont exprimées en décibels par rapport à $1 \text{ (m/s}^2\text{)}^2/\text{Hz}$. Les stations analysées sont de haut en bas et de gauche à droite : Cantley, 1998 (Canada), Esashi, 1998 (Japon), Membach, 1998 (Belgique), Moxa, sur l'année 2000 (Allemagne), Strasbourg, 2001 (France), Vienne, 1998 (Autriche), Wettzell, 2000 (Allemagne) et Wuhan, 1998 (Chine).

Le hum est nettement plus visible à Strasbourg sur l'analyse de quatre ans (1997 à 2001) de données (cf. Fig. II. 3) par rapport à l'étude statistique sur un an.

Remarque : La détection du hum repose sur l'étude statistique de la médiane qui représente l'excitation permanente. La médiane présente l'avantage de ne pas être influencée par les valeurs extrêmes. La moyenne ne doit en aucun cas être considérée comme étant représentative du hum puisqu'elle contient les séismes.

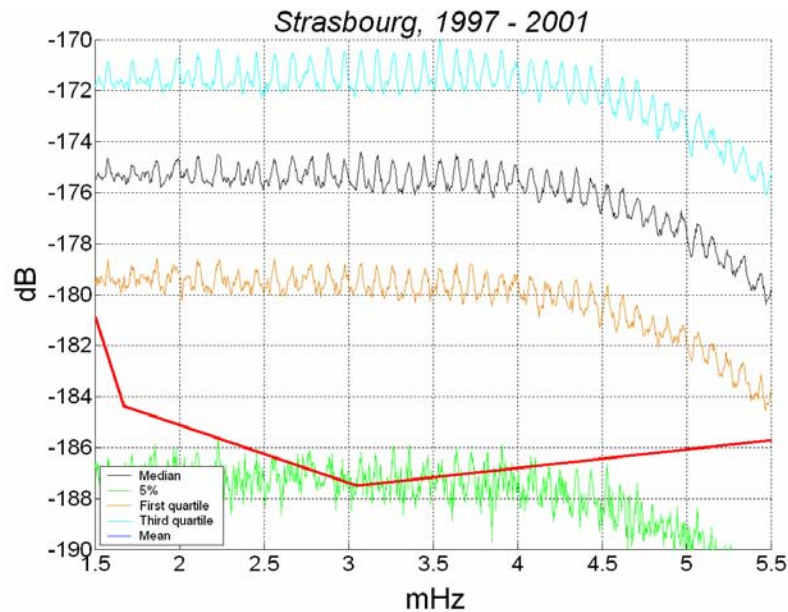


Fig. II. 3 *Statistiques sur les densités spectrales de puissance journalières à Strasbourg sur quatre ans. De bas en haut, les niveaux à 5%, au premier quart, à la médiane et aux trois quarts sont représentés. Le modèle de bruit bas de Peterson (NLNM) est pris comme niveau de référence. Les PSD sont exprimées en décibels par rapport à 1 (m/s²)²/Hz.*

II.3. Conclusion

La source d'excitation permanente des modes sphéroïdaux fondamentaux en l'absence de séisme n'est pas encore clairement identifiée. Des modélisations de tous les phénomènes envisageables sont nécessaires.

Nous avons complété l'étude du bruit aux stations du réseau GGP en densités spectrales de puissance, par une étude de bruit basée sur l'analyse statistique des jours calmes sismiquement. L'observabilité du hum est un critère permettant une sélection grossière des stations de meilleure qualité.

Dans la suite, le choix des stations à gravimètres cryogéniques, pour les analyses de données à la recherche de modes propres sismiques basse fréquence et de modes sub-sismiques, sera basé sur l'étude en densités spectrales de puissance réalisée au premier chapitre.

Troisième partie

Méthodes de sommation et d'analyse de
signaux : tests sur des synthétiques

CHAPITRE I

Méthodes de sommation des données

Le réseau mondial GGP (Global Geodynamics Project) de gravimètres supraconducteurs a pour objectif d'extraire des phénomènes globaux (les modes propres) masqués par des perturbations locales. Pour cela, une combinaison de données est nécessaire. Les premières sommations (« stacking ») de données issues d'un réseau mondial de stations sismiques ont été réalisées par le sismologue Mendiguren (1973). Il utilisait le signe de l'amplitude de l'excitation théorique, au lieu de l'amplitude elle-même, comme poids dans le stack, c'est-à-dire qu'il renversait simplement la polarité des enregistrements dont l'amplitude de l'excitation théorique était négative avant de sommer. Les méthodes de stacking utilisées maintenant en sismologie (Gilbert et Dziewonski, 1975) reposent sur une somme des enregistrements pondérée par l'amplitude prédite.

Dans ce chapitre, deux méthodes de sommation de données sont présentées et testées sur des signaux synthétiques. Il s'agit de méthodes applicables indépendamment de la source d'excitation des modes propres puisqu'elles ne tiennent pas compte de l'amplitude prédite pour pondérer mais seulement de la distribution géométrique et de la phase. Premièrement, une méthode de stacking en harmoniques sphériques de surface, développée par Cummins et al. (1991), est considérée. Dans une seconde partie, une méthode de sommation propre aux modes de degré un, appelée 'analyse multi - station' et proposée par Courtier et al. (2000), est résumée et testée sur des triplets synthétiques.

I.1 Signaux synthétiques

Afin de tester les deux méthodes de sommation, nous utilisons des signaux synthétiques proches de l'idée que nous avons de l'effet en gravité en surface de la translation de la graine. Pour cela, nous reprenons la décomposition, selon l'ordre m dans un développement en harmoniques sphériques, proposée par Courtier et al. (2000), et explicitée dans le cas complexe au paragraphe (I.3.2), du triplet de Slichter à une station i de coordonnées (θ_i, ϕ_i) (colatitude, longitude) sous la forme de trois composantes prograde g_p (ordre $m = -1$), axiale g_a ($m = 0$) et rétrograde g_r ($m = 1$), d'amplitudes a_p , a_a et a_r et de pulsations respectives ω_p , ω_a , et ω_r , qui s'écrivent :

$$g_p = a_p e^{i(\omega_p t - \phi_i)} \sin \theta_i$$

$$g_a = a_a e^{i\omega_a t} \cos \theta_i$$

$$g_r = a_r e^{i(\omega_r t + \phi_i)} \sin \theta_i$$

Nous considérons donc un signal synthétique réel, constitué de la somme de trois sinusoïdes (parties réelles) $g_p + g_a + g_r$, d'amplitudes $a_p = a_a = a_r = 0.05 \text{ nm/s}^2$, injectée dans un bruit blanc d'écart - type $\sigma = 0.5 \text{ nm/s}^2$, ce qui équivaut à une densité spectrale de puissance moyenne de $2\sigma^2 T_o = 15 (\text{nm/s}^2)^2/\text{Hz} = -165 \text{ dB}$. Ce niveau de bruit correspond au niveau moyen, dans la bande sub-sismique, de l'ensemble des données des stations GGP, comme nous l'avons vu dans la deuxième partie, chapitre I. Les fréquences utilisées sont celles que Courtier et al. (2000) affirment avoir détectées, c'est-à-dire $6.9186 \cdot 10^{-5} \text{ Hz}$ (4.0125 h), $7.3767 \cdot 10^{-5} \text{ Hz}$ (3.7680 h) et $7.7544 \cdot 10^{-5} \text{ Hz}$ (3.5855 h). Nous considérons de telles données synthétiques aux stations GGP suivantes : Cantley, Canberra, Matsushiro, Strasbourg, Sutherland et Vienne, échantillonnées à $T_o = 1 \text{ min}$ sur $N = 200\,000$ points (~ 139 jours). L'amplitude A de 0.05 nm/s^2 attribuée correspond à un niveau de densité spectrale de puissance égale à $\text{PSD} = A^2/(NT_o)/2 = 86 (\text{nm/s}^2)^2/\text{Hz} = -161 \text{ dB}$. Le signal est donc 7 dB au-dessus du niveau de bruit moyen. Cette relation entre PSD et amplitude du signal n'est valable que dans le cas d'un signal harmonique stationnaire.

Les amplitudes spectrales individuelles aux stations sont représentées figure (I. 1). Le mode prograde ($m = -1$) est visible avec un rapport signal sur bruit de 5.6 à Cantley, 3.2 à Canberra, 5.6 à Matsushiro, 4.6 à Strasbourg, 7.5 à Sutherland et 3.7 à Vienne. Le mode axial a un rapport signal sur bruit de 5.1 à Cantley, 5.6 à Canberra, 5.1 à Matsushiro, 5.6 à Strasbourg, 3.3 à Sutherland et 4.6 à Vienne. Le mode équatorial rétrograde émerge avec un rapport signal sur bruit de 4.2 à Cantley, 5.6 à Canberra, 6.9 à Matsushiro, 3.7 à Strasbourg, 7.9 à Sutherland et 6 à Vienne.

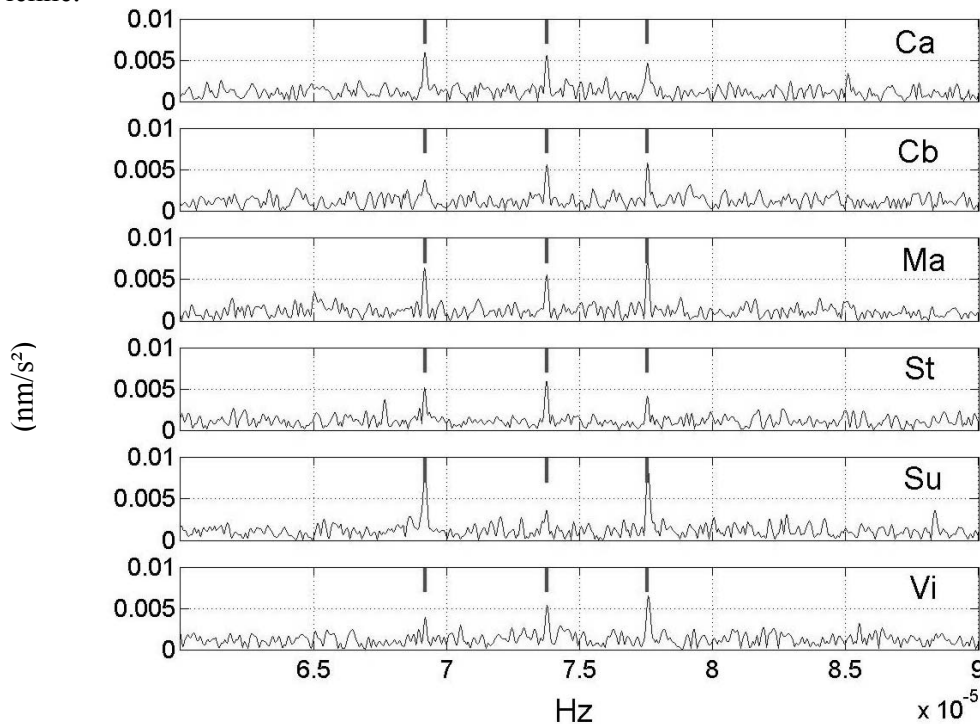


Fig. I. 1 Spectres d'amplitude normalisés des signaux synthétiques aux stations Cantley (CA), Canberra (CB), Matsushiro (MA), Strasbourg (ST), Sutherland (SU) et Vienne (VI). Les traits verticaux indiquent les fréquences injectées.

I.2 Méthode de sommation en harmoniques sphériques de surface

I.2.1 Principe

Un signal de gravité $s_i(t)$ de fréquence ω enregistré à une station de coordonnées (θ_i, ϕ_i) a une amplitude à la surface de la Terre décrite par les harmoniques sphériques de surface $Y_l^m(\theta_i, \phi_i)$. Le signal enregistré à la station i est la somme du signal $s_i(t)$ et du bruit $n_i(t)$ supposé non corrélé entre les stations. La méthode de sommation utilisée par Cummins et al. (1991) sur des données de gravimètres relatifs Lacoste - Romberg du réseau IDA (International Deployment of Accelerometers) s'appuie sur l'orthonormalité des harmoniques sphériques de surface.

Pour un mode de degré l et d'ordre m , on constitue la somme :

$$S_l^m(t) = \frac{\sum_i Y_l^{m*}(\theta_i, \phi_i)(s_i(t) + n_i(t))}{\sum_i |Y_l^m(\theta_i, \phi_i)|^2},$$

avec Y_l^{m*} désignant le complexe conjugué de l'harmonique sphérique de surface Y_l^m .

Cette opération va tendre à isoler les composantes de $s_i(t) + n_i(t)$ qui ont une amplitude à la surface proportionnelle à Y_l^m . Le facteur de normalisation $\sum_i |Y_l^m(\theta_i, \phi_i)|^2$ a pour objectif de produire un stack d'amplitude A dû à la présence d'un signal de gravité sinusoïdal d'amplitude $A Y_l^m$ en l'absence de bruit.

I.2.2 Test sur des signaux synthétiques

Une première sommation des données synthétiques à Cantley, Canberra, Matsushiro, Strasbourg et Vienne génère les trois séquences de la figure (I. 3). Les modes $m = -1$, $m = 0$ et $m = 1$ issus de cette combinaison émergent respectivement d'un facteur 14 (Fig. I. 2 a), 25 (Fig. I. 2 b) et 14 (Fig. I. 2 c) environ par rapport au niveau de bruit. L'insertion de la station Sutherland (Afrique du sud) dans la sommation des données, a pour effet de mieux faire ressortir le mode axial correspondant à $m = 0$, au détriment des deux modes équatoriaux (Fig. I. 3). Cela provient du fait que la station se situe dans l'hémisphère sud et sur un axe Nord - Sud passant par l'Europe. Cette répartition géographique des stations a pour conséquence d'augmenter le poids de la composante axiale, c'est-à-dire celle d'ordre $m = 0$.

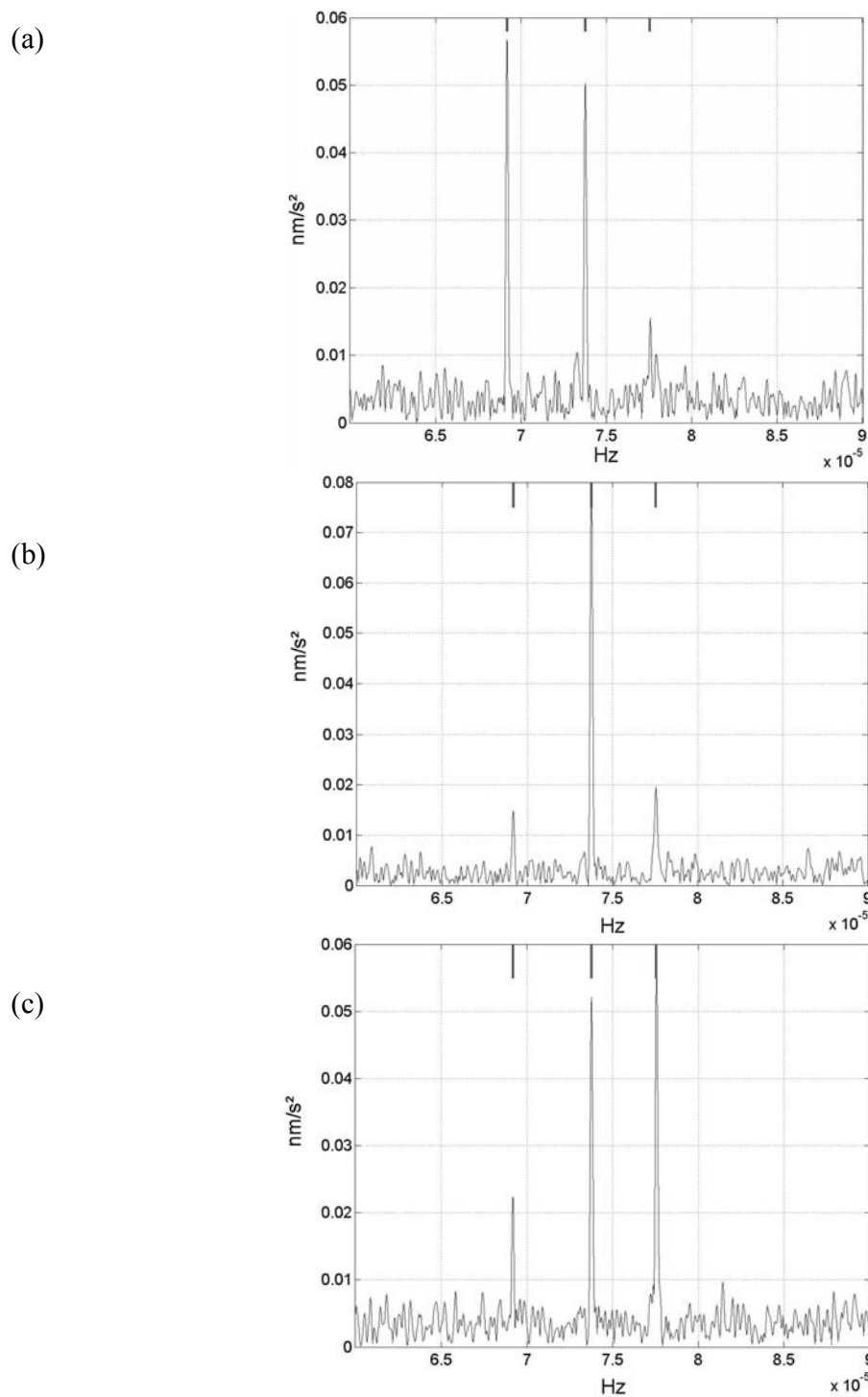


Fig. I. 2 Résultats de la somme en harmoniques sphériques de surface sur des signaux synthétiques correspondant au degré un, aux stations Cantley, Canberra, Matsushiro, Strasbourg et Vienne. De haut en bas sont respectivement représentés les spectres pour (a) $m = -1$, (b) $m = 0$, et (c) $m = 1$. Les traits verticaux indiquent les fréquences injectées dans le signal synthétique.

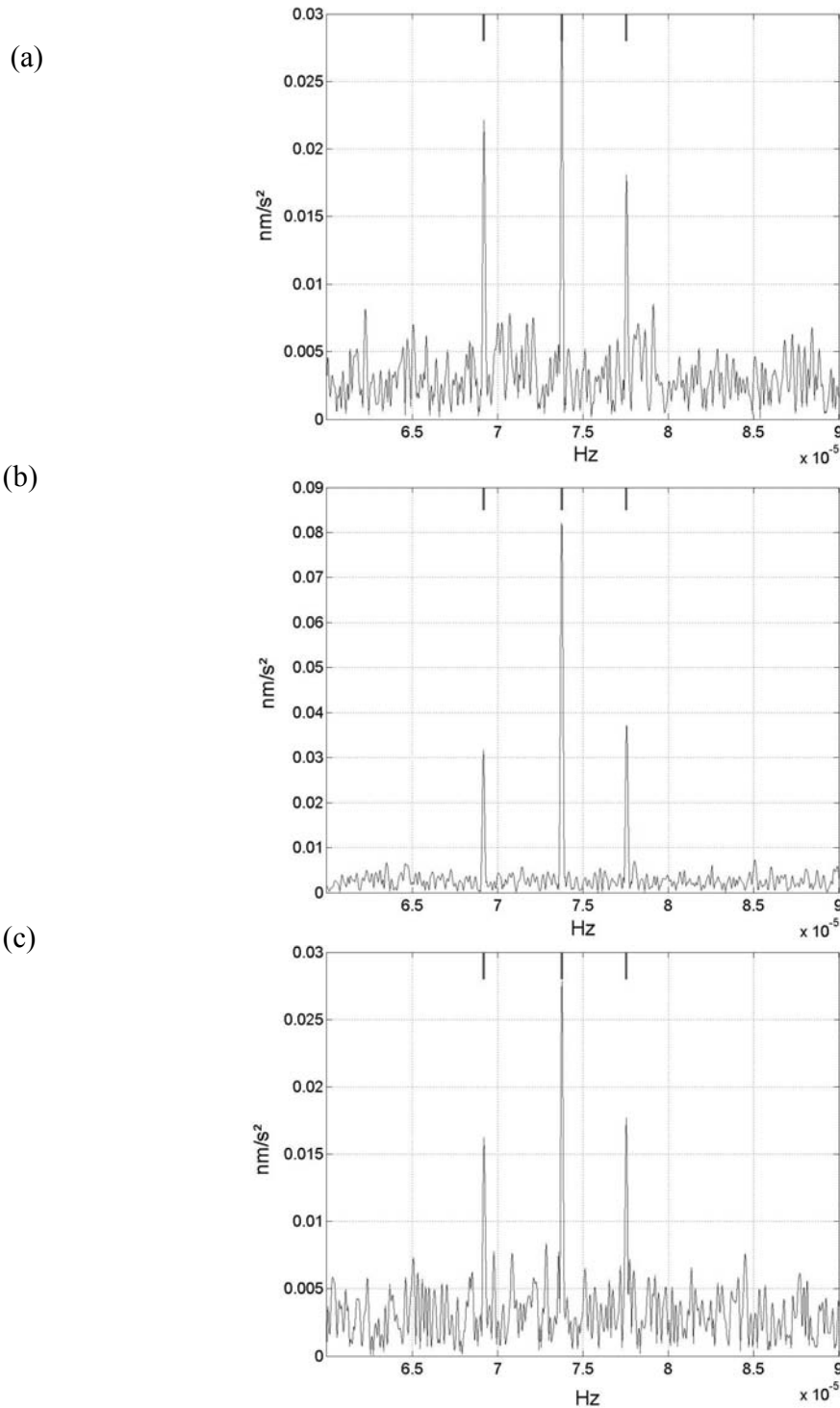


Fig. I. 3 Résultats de la somme en harmoniques sphériques de surface sur des signaux synthétiques correspondant au degré un, aux stations Cantley, Canberra, Matsushiro, Strasbourg, Sutherland et Vienne. De haut en bas sont respectivement représentés les spectres pour (a) $m = -1$, (b) $m = 0$, et (c) $m = 1$. Les traits verticaux indiquent les fréquences injectées dans le signal synthétique.

I.3 L'expérience globale multi - station

I.3.1 Introduction

Courtier et al. (2000) ont développé une méthode qui exploite les caractéristiques spatiales et temporelles des modes de Slichter de degré harmonique un. Les signaux de gravité des modes de translation équatoriaux se déplacent en longitude à des vitesses fixes et en sens opposé, tandis que le mode axial est axisymétrique et constant en longitude. En outre, les signaux dépendent différemment de la latitude. Ils ont testé cette méthode sur des synthétiques et sur des données simultanées d'un réseau de cinq stations de gravimètres supraconducteurs. Leurs résultats se sont avérés encourageant et ont conclu à une identification des trois modes de translation de la graine aux fréquences $6.9186 \cdot 10^{-5}$ Hz (4.0125 h), $7.3767 \cdot 10^{-5}$ Hz (3.7680 h) et $7.7544 \cdot 10^{-5}$ Hz (3.5855 h), respectivement pour les modes rétrograde, axial et prograde. Cette détection n'a cependant pas pu être renouvelée avec la même méthode sur des données plus récentes et moins bruitées (Rosat et al. 2003).

Cette méthode peut être considérée comme une spécialisation aux modes de degré un de la recherche plus générale des modes, appliquée par Cummins et al. (1991) (paragraphe I.2). Elle est applicable à tout mode de degré un et pas uniquement au triplet de Slichter.

I.3.2 Principe de la méthode

Le mode de translation de la graine est, par la géométrie du mouvement, un mode sphéroïdal de degré un. Il se caractérise donc par une décomposition en harmoniques sphériques de surface $Y_{lm}(\theta, \phi)$ de degré $l = 1$ et d'ordre $m = -1, 0$ et 1 , avec :

$$Y_{1-1} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{3}{2\pi}} \sin \theta e^{-i\phi}, \quad Y_{10} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{3}{\pi}} \cos \theta \quad \text{et} \quad Y_{11} = -\frac{1}{2} \sqrt{\frac{3}{2\pi}} \sin \theta e^{i\phi},$$

où θ et ϕ représentent la colatitude et la longitude en un point de la surface de la Terre (Fig. I. 4).

L'expérience globale multi - station repose sur l'hypothèse fondamentale que la gravité observée à la station i de colatitude θ_i et de longitude ϕ_i est composée des signaux des trois modes de translation (équatorial prograde, axial et équatorial rétrograde), d'amplitudes a_p , a_a , a_r et de fréquences angulaires ω_p , ω_a , ω_r , respectivement, plus du bruit $n_i(t)$ supposé non corrélé entre les stations. Le signal du mode équatorial prograde circule en longitude dans le sens positif ($e^{-i\phi}$) en complétant une révolution par cycle tandis que le mode équatorial rétrograde complète une révolution par cycle en longitude dans le sens négatif ($e^{i\phi}$). Ces deux modes produisent des signaux qui dépendent uniquement du sinus de la colatitude (par la dépendance des fonctions harmoniques sphériques de surface Y_{1-1} et Y_{11}). Le signal du mode axial est indépendant de la longitude et dépend du cosinus de la colatitude (cf. Y_{10}). Utilisant la notation complexe afin de

conserver l'information de la phase, on écrit le signal de gravité observé à la station i sous la forme complexe :

$$g_i(t) = a_p e^{i(\omega_p t - \phi_i)} \sin \theta_i + a_a e^{i\omega_a t} \cos \theta_i + a_r e^{i(\omega_r t + \phi_i)} \sin \theta_i + n_i(t).$$

Pour N stations, on peut former les sommes :

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^N \frac{g_i(t)}{\sin \theta_i} e^{i\phi_i} &= N a_p e^{i\omega_p t} + a_a e^{i\omega_a t} \sum_{i=1}^N e^{i\phi_i} \cot \theta_i + a_r e^{i\omega_r t} \sum_{i=1}^N e^{i2\phi_i} + \sum_{i=1}^N \frac{n_i(t)}{\sin \theta_i} e^{i\phi_i}, \\ \sum_{i=1}^N \frac{g_i(t)}{\cos \theta_i} &= a_p e^{i\omega_p t} \sum_{i=1}^N e^{-i\phi_i} \tan \theta_i + N a_a e^{i\omega_a t} + a_r e^{i\omega_r t} \sum_{i=1}^N e^{i\phi_i} \tan \theta_i + \sum_{i=1}^N \frac{n_i(t)}{\cos \theta_i}, \\ \sum_{i=1}^N \frac{g_i(t)}{\sin \theta_i} e^{-i\phi_i} &= a_p e^{i\omega_p t} \sum_{i=1}^N e^{-i2\phi_i} + a_a e^{i\omega_a t} \sum_{i=1}^N e^{-i\phi_i} \cot \theta_i + N a_r e^{i\omega_r t} + \sum_{i=1}^N \frac{n_i(t)}{\sin \theta_i} e^{-i\phi_i}. \end{aligned}$$

Ces trois équations représentent un système linéaire des trois signaux complexes $a_p e^{i\omega_p t}$, $a_a e^{i\omega_a t}$, $a_r e^{i\omega_r t}$ dont la matrice système est définie par :

$$S = \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N e^{i\phi_i} \cot \theta_i & \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N e^{i2\phi_i} \\ \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N e^{-i\phi_i} \tan \theta_i & 1 & \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N e^{i\phi_i} \tan \theta_i \\ \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N e^{-i2\phi_i} & \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N e^{-i\phi_i} \cot \theta_i & 1 \end{pmatrix}.$$

S est appelée 'matrice station' puisqu'elle ne dépend que des coordonnées des stations. Elle présente des singularités aux pôles et à l'équateur.

L'inversion de la matrice station permet de séparer les séries d'observations en trois nouvelles séquences :

$$\begin{aligned} g_p(t) &= a_p e^{i\omega_p t} + n_p(t), \\ g_a(t) &= a_a e^{i\omega_a t} + n_a(t), \\ g_r(t) &= a_r e^{i\omega_r t} + n_r(t), \end{aligned}$$

où :

$$\begin{aligned}
g_p(t) &= \frac{m_{11}}{N} \sum_{i=1}^N \frac{g_i(t)}{\sin \theta_i} e^{i\phi_i} + \frac{m_{12}}{N} \sum_{i=1}^N \frac{g_i(t)}{\cos \theta_i} + \frac{m_{13}}{N} \sum_{i=1}^N \frac{g_i(t)}{\sin \theta_i} e^{-i\phi_i}, \\
g_a(t) &= \frac{m_{21}}{N} \sum_{i=1}^N \frac{g_i(t)}{\sin \theta_i} e^{i\phi_i} + \frac{m_{22}}{N} \sum_{i=1}^N \frac{g_i(t)}{\cos \theta_i} + \frac{m_{23}}{N} \sum_{i=1}^N \frac{g_i(t)}{\sin \theta_i} e^{-i\phi_i}, \\
g_r(t) &= \frac{m_{31}}{N} \sum_{i=1}^N \frac{g_i(t)}{\sin \theta_i} e^{i\phi_i} + \frac{m_{32}}{N} \sum_{i=1}^N \frac{g_i(t)}{\cos \theta_i} + \frac{m_{33}}{N} \sum_{i=1}^N \frac{g_i(t)}{\sin \theta_i} e^{-i\phi_i},
\end{aligned}$$

et où :

$$\begin{aligned}
n_p(t) &= \frac{m_{11}}{N} \sum_{i=1}^N \frac{n_i(t)}{\sin \theta_i} e^{i\phi_i} + \frac{m_{12}}{N} \sum_{i=1}^N \frac{n_i(t)}{\cos \theta_i} + \frac{m_{13}}{N} \sum_{i=1}^N \frac{n_i(t)}{\sin \theta_i} e^{-i\phi_i}, \\
n_a(t) &= \frac{m_{21}}{N} \sum_{i=1}^N \frac{n_i(t)}{\sin \theta_i} e^{i\phi_i} + \frac{m_{22}}{N} \sum_{i=1}^N \frac{n_i(t)}{\cos \theta_i} + \frac{m_{23}}{N} \sum_{i=1}^N \frac{n_i(t)}{\sin \theta_i} e^{-i\phi_i}, \\
n_r(t) &= \frac{m_{31}}{N} \sum_{i=1}^N \frac{n_i(t)}{\sin \theta_i} e^{i\phi_i} + \frac{m_{32}}{N} \sum_{i=1}^N \frac{n_i(t)}{\cos \theta_i} + \frac{m_{33}}{N} \sum_{i=1}^N \frac{n_i(t)}{\sin \theta_i} e^{-i\phi_i},
\end{aligned}$$

avec m_{ij} désignant les éléments complexes de l'inverse de la matrice station S. Chacune des trois nouvelles séquences consiste en une composante complexe du mode de translation plus du bruit.

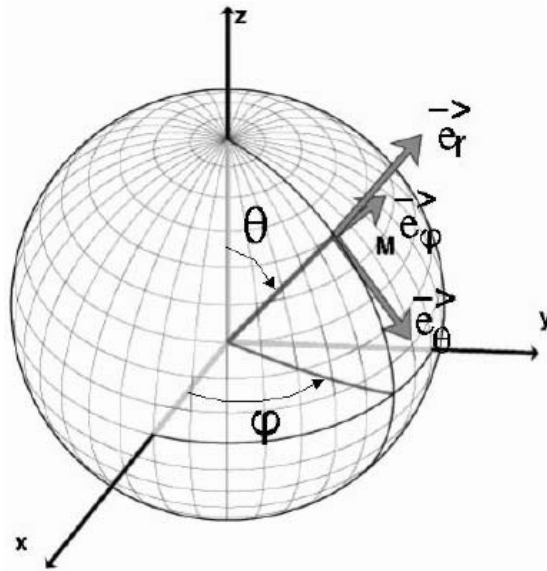


Fig. I. 4 Définition des coordonnées sphériques (θ , ϕ) d'un point M de la surface terrestre. L'angle θ correspond à la colatitude et ϕ à la longitude. La composante $m = 0$ du triplet de Slichter est en $\cos \theta$, donc suivant l'axe axial z. Les deux autres composantes $m = -1$ et $m = 1$ sont en $\sin \theta$ donc se situent dans le plan équatorial (x , y).

I.3.3 Test sur des signaux synthétiques

Une première analyse multi- station avec les données synthétiques à Cantley, Canberra, Matsushiro, Strasbourg et Vienne génère les trois séquences dont les spectres et le spectre produit sont représentés sur la figure (I. 5). Les modes équatoriaux prograde et rétrograde issus de cette analyse émergent respectivement d'un facteur 26 et 25 par rapport au bruit. Le mode axial ressort 24 fois au-dessus du niveau de bruit moyen.

Une deuxième analyse incluant les données synthétiques à la station Sutherland met en évidence le mode axial avec un rapport signal sur bruit de 32 (Fig. I. 6) et les modes équatoriaux prograde et rétrograde sont respectivement 17 et 18 fois supérieurs au niveau de bruit moyen (médiane). L'introduction des coordonnées de la station Sutherland contribue donc à renforcer l'émergence du mode axial au détriment des deux modes équatoriaux, comme dans le cas de la sommation plus générale en harmoniques sphériques de surface effectuée au paragraphe (I.2.2).

Un travail d'optimisation des éléments de la matrice station S pourrait être effectué afin de voir quelles combinaisons de coordonnées sont les plus efficaces à mettre en valeur les trois séquences prograde, axiale et rétrograde. Le choix des stations serait alors optimisé. Malheureusement, le nombre de stations équipées de gravimètres supraconducteurs étant restreint, le choix est de toute manière limité, et donc, dans la suite, nous avons utilisé les stations les moins bruitées dans la bande sub-sismique et qui sont bien réparties sur le globe.

Dans les deux spectres produits représentés sur les figures (I. 5) et (I. 6), le mode axial est très faible par rapport aux trois composantes. Cela s'explique par le poids plus important des séquences prograde et rétrograde dans le calcul du spectre produit : ces séquences sont également rehaussées dans la séquence axiale, alors que la composante axiale n'est mise en valeur que dans la séquence $m = 0$.

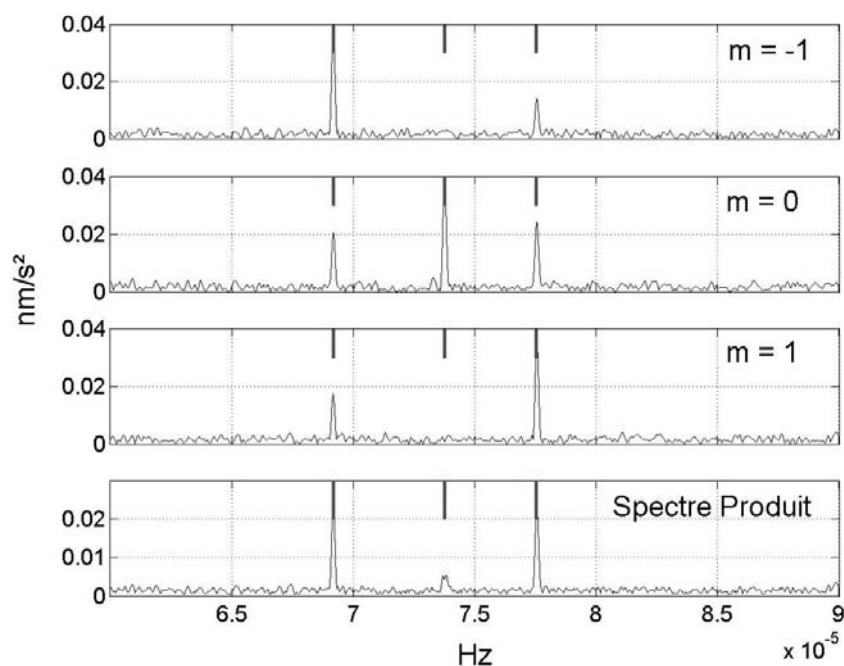


Fig. I. 5 Résultats de l'analyse multi- station sur des données synthétiques aux stations Cantley, Canberra, Matsushiro, Strasbourg et Vienne. De haut en bas sont respectivement représentés les spectres des séquences équatoriale prograde ($m = -1$), axiale ($m = 0$), équatoriale rétrograde ($m = 1$) et le spectre produit des trois séquences.

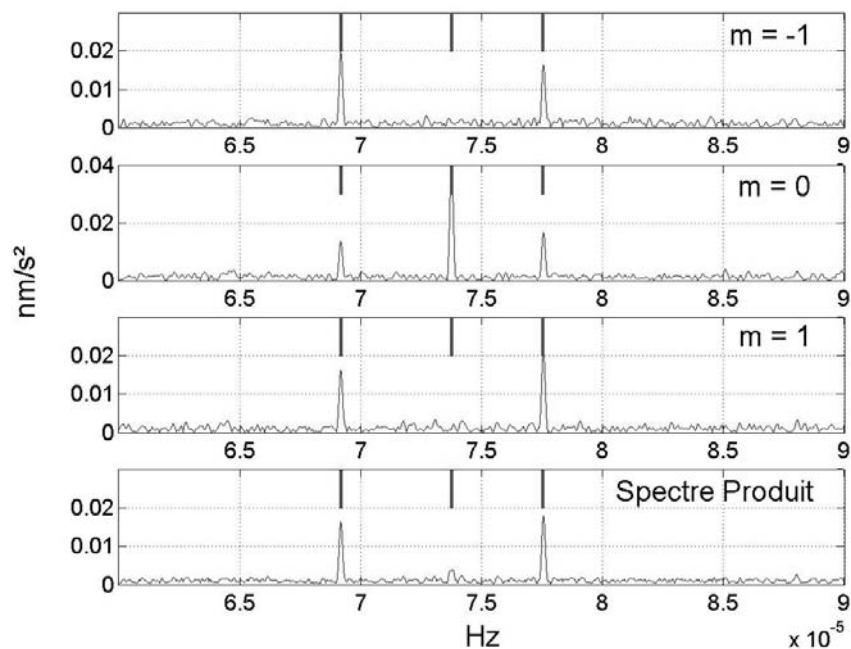


Fig. I. 6 Résultats de l'analyse multi- station sur des données synthétiques aux stations Cantley, Canberra, Matsushiro, Strasbourg, Sutherland et Vienne. De haut en bas sont respectivement représentés les spectres des séquences équatoriale prograde ($m = -1$), axiale ($m = 0$), équatoriale rétrograde ($m = 1$) et le spectre produit des trois séquences.

I.4 Conclusion

Nous avons considéré un mouvement de translation de la graine, de fréquences respectives $6.9186 \cdot 10^{-5}$ Hz (4.0125 h) pour l'ordre $m = -1$, $7.3767 \cdot 10^{-5}$ Hz (3.7680 h) pour $m = 0$ et $7.7544 \cdot 10^{-5}$ Hz (3.5855 h) pour $m = 1$. Nous avons introduit un bruit d'amplitude 0.5 nm/s^2 afin de respecter le niveau de bruit des stations GGP estimé en deuxième partie, Chapitre I. L'amplitude du signal considéré a été fixée à 0.05 nm/s^2 , ce qui correspond à un rapport signal sur bruit de 7 dB. Dans ces conditions, les méthodes utilisées mettent incontestablement en valeur chacun des singlets du triplet.

L'étude de ces méthodes de combinaison de données sur des signaux synthétiques met en évidence l'importance de la répartition géographique des stations utilisées. Il est important de considérer une distribution homogène entre les hémisphères sud et nord, et entre les hémisphères est et ouest. Dans la répartition actuelle des stations du réseau GGP, il manque de nombreuses stations dans l'hémisphère sud. L'introduction d'une nouvelle station au Chili, à Conception et peut être à Tahiti, dans la deuxième phase (2004-2007) du projet GGP, sera bénéfique pour ces méthodes de sommation.

La difficulté de l'analyse spectrale de Fourier réside dans l'interprétation des pics spectraux qui émergent du bruit. Il s'agit de savoir s'ils sont significatifs et donc correspondent à du signal, ou s'ils sont simplement du bruit. Pour cela, nous présentons dans le chapitre suivant, des méthodes de détection automatique de résonances spectrales dans les spectres d'amplitude qui obéissent à une loi d'écartement en fréquences.

CHAPITRE II

Méthodes de détection d'un multiplet

La difficulté majeure de la recherche d'un signal de faible amplitude, dans une analyse spectrale de Fourier, est de détecter sa résonance par rapport au niveau de bruit. Pour cela, nous avons repris l'idée de Smylie et al. (1999) qui consiste à scanner l'ensemble du spectre à la recherche des meilleurs candidats pour un triplet qui obéit à une loi d'éclatement des modes (ce concept d'éclatement des modes ou splitting a été explicité au Chapitre I de la première partie). Dans un premier temps nous menons ce scan des fréquences à l'aide d'une loi classique de splitting utilisée en sismologie, puis dans un second temps, nous utiliserons une loi d'éclatement des modes plus générale pour les modes de Slichter de degré un.

II.1 Multiplet qui obéit à une loi de splitting quadratique

II.1.1 Principe

Lorsqu'on considère une Terre sphérique non rotative, pour chaque mode de degré l , les $2l+1$ fréquences pour chaque ordre m sont identiques. Les modes sont dits dégénérés. Lorsqu'on introduit la rotation et l'ellipticité, il y a éclatement des modes en $2l+1$ fréquences distinctes. Dahlen (1968) a montré que ces fréquences splittées obéissent à une loi de la forme :

$$\omega_m = \omega_d(1 + a + bm + cm^2),$$

avec ω_m la fréquence angulaire du mode d'ordre m et ω_d la fréquence dégénérée du mode de degré l . a , b et c sont les paramètres du splitting dépendant du modèle de Terre utilisé. Ils se calculent à l'aide des paramètres du modèle de Terre par les relations définies dans Dahlen et Tromp (1998) et Dahlen et Sailor (1979). Dans cette formulation, le splitting dû aux hétérogénéités latérales n'est pas pris en compte.

La méthode consiste à balayer le spectre sur la bande des fréquences qui nous intéresse à l'aide d'un multiplet d'écartement fixé au départ par des valeurs théoriques et à détecter les meilleurs candidats, c'est à dire les fréquences qui respectent l'écartement prédit par la loi de splitting et qui ont le plus grand produit spectral normalisé, c'est-à-dire la plus grande corrélation dans le temps.

II.1.2 Test sur un signal connu

Nous avons appliqué cette méthode sur le spectre de Fourier de Strasbourg après le séisme du Pérou du 23 juin 2001 de magnitude 8.4. L'enregistrement considéré commence 7 h après l'occurrence du séisme et dure 274 h. Le multiplet ${}_0S_2$ de fréquence centrale proche de 0.3 mHz se distingue nettement sur le spectre d'amplitude de la figure (II. 1).

Les paramètres du splitting dû à la rotation et à l'ellipticité sont ceux calculés par Dahlen et Sailor (1979) pour le modèle de Terre 1066A (Gilbert et Dziewonski, 1975) : $a = 0.376 \cdot 10^{-3}$, $b = 14.905 \cdot 10^{-3}$ et $c = -0.267 \cdot 10^{-3}$. La fréquence dégénérée, en l'absence de rotation et d'ellipticité de la figure, pour ce modèle est $\omega_d = 0.309371$ mHz.

Le balayage du spectre entre les fréquences 0.2 et 0.4 mHz permet de détecter des fréquences obéissant à la loi de splitting proposée et le spectre produit normalisé est calculé par la racine cinquième du produit des amplitudes des cinq pics. Le spectre produit normalisé, correspondant aux différents candidats, est représenté sur la figure (II. 2) en fonction de la fréquence centrale du multiplet. A partir de la fréquence centrale du multiplet détecté qui possède le plus grand produit spectral normalisé, on en déduit les cinq fréquences optimales respectivement pour $m = -2$, $m = -1$, $m = 0$, $m = 1$ et $m = 2$: 0.2997, 0.3048, 0.3095, 0.3140 et 0.3183 mHz. Les valeurs que nous avons calculées (voir le chapitre I de la quatrième partie) pour le modèle 1066A en utilisant une méthode de perturbation (Dahlen et Sailor, 1979) et les fonctions propres obtenues avec le logiciel MINOS (Woodhouse, 1988) sont respectivement : 0.29993, 0.30479, 0.30949, 0.31402 et 0.31838 mHz. Ce qui donne des écarts relatifs par rapport aux prédictions de 0.08%, 0.0033%, 0.0032%, 0.0064% et 0.025%. Le multiplet ainsi détecté correspond aux fréquences de ${}_0S_2$ avec un écart inférieur à 0.1%.

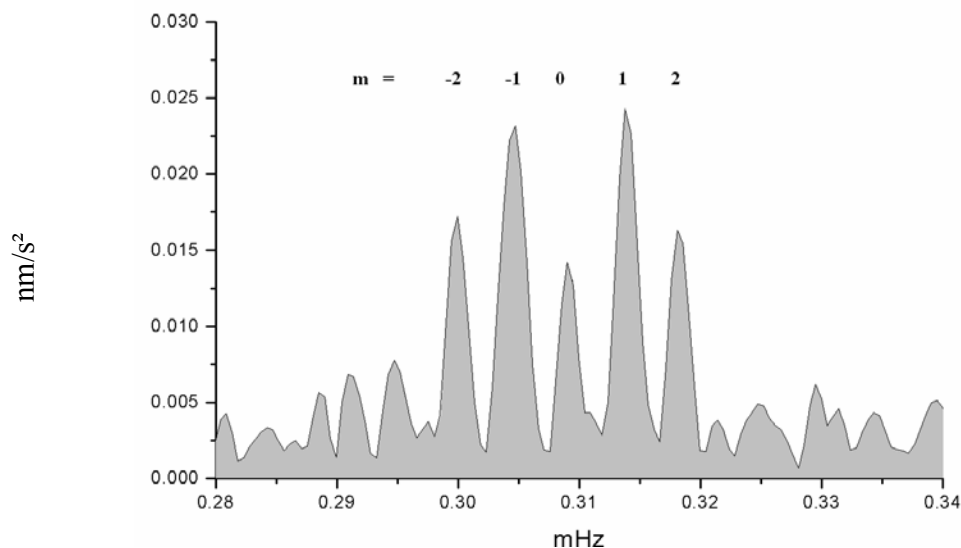


Fig. II. 1 Spectre d'amplitude en nm/s^2 de l'enregistrement du gravimètre cryogénique de Strasbourg environ 7 h après le séisme du Pérou. La longueur d'enregistrement considérée est de 274 h. Une marée synthétique locale a été ôtée, ainsi que l'effet de la pression atmosphérique locale via une admittance barométrique de $-3 \text{ nm/s}^2/\text{hPa}$.

Les valeurs observées par ajustement d'une résonance (cela sera développé plus en détail dans le Chapitre I de la quatrième partie) sur les cinq pics spectraux, sont 0.29986, 0.30450, 0.30905, 0.31386 et 0.31811 mHz. Les fréquences détectées par le scan ont donc des écarts relatifs de 0.05%, 0.098%, 0.14%, 0.045% et 0.06% par rapport aux observations.

Les valeurs détectées par cette méthode de balayage des fréquences sont donc en parfait accord avec la théorie et avec les observations. La méthode est donc efficace pour la détection de mode propre sismique.

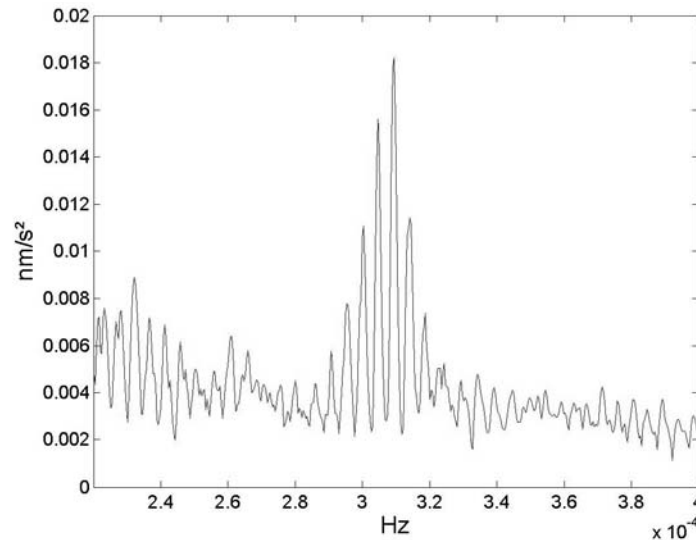


Fig. II. 2 Spectre produit normalisé calculé pour les différents quintuplés qui respectent l'éclatement prédit par Dahlen et Sailor (1979) pour le modèle de Terre 1066A en fonction de la fréquence centrale du multiplet.

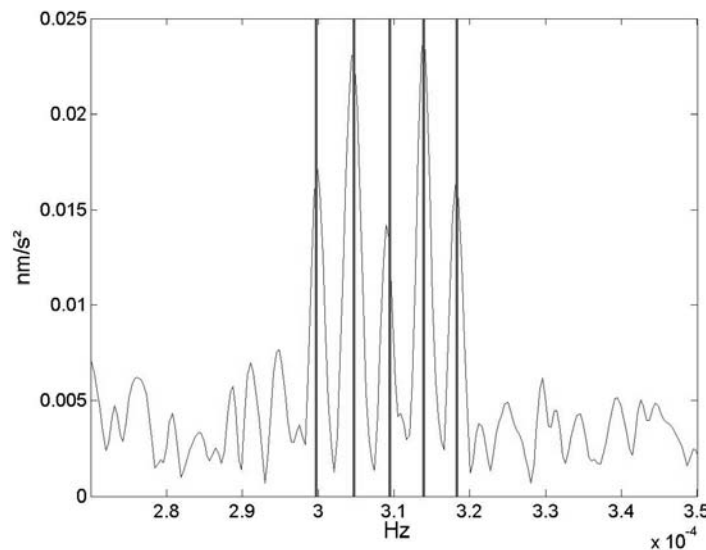


Fig. II. 3 Spectre d'amplitude en nm/s^2 de l'enregistrement du gravimètre cryogénique de Strasbourg environ 7 h après le séisme du Pérou semblable à la figure (II. I) avec, en traits verticaux, les fréquences détectées par le scan.

II.2 Cas d'une loi de splitting plus générale appliquée au degré un

II.2.1 Principe

La méthode présentée dans ce paragraphe a été développée par Smylie et al. (1993). Ils l'ont appliquée au spectre produit de quatre enregistrements de gravimètres supraconducteurs, ce qui a mené à un argument supplémentaire en faveur de la détection du triplet de Slichter aux fréquences proches de celles de Smylie (1992).

Sous des conditions très générales (Smylie et Jiang, 1993), un mode de période T_j obéit à la formule de splitting quadratique :

$$\left(\frac{T_j}{T_0}\right)^2 + 2g\left(\frac{T_j}{T_0}\right)\frac{T_0}{T_s} - 1 = 0, \quad (\text{II. 1})$$

où T_0 correspond à la période équivalente dans la cas d'une Terre non rotative (période dégénérée), T_s est la longueur du jour sidéral et g est un paramètre de splitting sans dimension. Un usage strict de cette relation exige que les paramètres g et T_0 dépendent du mode. Néanmoins, un ajustement très correct, aux périodes centrales observées (en supposant que ces périodes sont bien celles du mode de Slichter) et aux périodes théoriques calculées sous l'approximation subsismique du triplet de Slichter, pour un certain nombre de modèles de Terre, a été obtenu par Smylie et al. (1993) en traitant l'équation (II. 1) comme une relation empirique dans laquelle le paramètre g est différent pour chaque mode mais T_0 est le même pour les trois oscillations. Il est donc possible de considérer T_0 constant quelque soit le mode.

Lorsqu'on a identifié les trois périodes T_R (mouvement équatorial rétrograde), T_C (mouvement axial) et T_P (mouvement équatorial prograde), les paramètres T_0 , g_R , g_C et g_P se calculent aisément par itération. En résolvant l'équation (II. 1), on obtient :

$$T_R = T_0 \left(1 + \frac{g_R^2 T_0^2}{T_s^2} \right)^{1/2} - \frac{g_R T_0^2}{T_s}, \quad (\text{II. 2})$$

$$T_C = T_0 \left(1 + \frac{g_C^2 T_0^2}{T_s^2} \right)^{1/2} - \frac{g_C T_0^2}{T_s}, \quad (\text{II. 3})$$

$$T_P = -T_0 \left(1 + \frac{g_P^2 T_0^2}{T_s^2} \right)^{1/2} - \frac{g_P T_0^2}{T_s}. \quad (\text{II. 4})$$

La valeur initiale de T_0 est la moyenne de T_R et $-T_P$ et les valeurs initiales de g_R , g_C et g_P sont données par l'équation (II. 1). L'expression (II. 3) donne une valeur améliorée de l'écart $T_0 - T_C$ et par addition de la valeur donnée de T_C , on obtient une nouvelle estimation de T_0 . Par itération, on converge rapidement vers les valeurs des paramètres T_0 , g_R , g_C et g_P à partir des valeurs de T_R , T_C et T_P .

Inversement, à partir des valeurs de g_R , g_C et g_P ainsi estimées par Smylie et al. (1999), les équations (II. 2), (II. 3) et (II. 4) permettent de prédire les trois périodes de résonance pour toutes

les valeurs de T_0 . Il est ainsi possible de chercher, parmi toutes les fréquences, des modes d'oscillation correctement splittés selon cette loi. Nous avons ainsi une méthode de recherche des triplets de résonance correctement éclatés.

Dans un premier temps, la méthode consiste à rechercher automatiquement des résonances individuelles dans un spectre. La transformée de Fourier d'un signal temporel de type sinusoïde amortie est une fonction de résonance, de facteur de qualité Q préalablement fixé à une valeur a priori, qui s'écrit sous la forme :

$$r_{ij} = \frac{1}{1 + 4Q^2[(f_i - f_j)/f_j]^2}, \quad (\text{II. 5})$$

normalisée de sorte que $\sum_{i=j-nb}^{j+nb} r_{ij} = 1$ si on ajuste cette fonction sur nb points spectraux centrés sur

la fréquence f_j . f_i correspond à la $i^{\text{ème}}$ fréquence des $2nb+1$ fréquences sur lesquelles on ajuste la résonance. L'erreur introduite par la recherche d'une résonance de la forme de l'équation (II. 5) est $\varepsilon_{ij} = A_j r_{ij} - s_i$ où A_j correspond à l'amplitude de la résonance et s_i à l'estimation spectrale à la fréquence f_i . L'énergie de l'erreur est :

$$I_j = \sum_{i=j-nb}^{j+nb} \varepsilon_{ij}^2.$$

En minimisant cette énergie de l'erreur d'ajustement, on peut déterminer l'amplitude :

$$A_j = \sum_{i=j-nb}^{j+nb} r_{ij} s_i / \sum_{i=j-nb}^{j+nb} r_{ij}^2 \quad \text{et} \quad I_{\min} = \sum_{i=j-nb}^{j+nb} s_i^2 - A_j^2 \sum_{i=j-nb}^{j+nb} r_{ij}^2.$$

On quantifie ensuite la résonance détectée à la fréquence f_j par le paramètre $S_j^2 = A_j^2/I_{\min}$. Lorsqu'une résonance est bien ajustée par une résonance du type de l'équation (II. 5), S_j^2 est élevé, et quand l'ajustement est mauvais, on s'attend à ce que S_j^2 soit petit.

Parmi ces résonances détectées, on cherche alors celles dont les fréquences obéissent aux équations (II. 2), (II. 3) et (II. 4). Le meilleur candidat correspond au maximum du produit P des paramètres S_j^2 de chacun des triplets détectés.

II.2.2 Test sur un triplet synthétique

Le signal synthétique utilisé est analogue aux triplets synthétiques du chapitre I de cette partie. Nous considérons un triplet de fréquences $6.9186 \cdot 10^{-5}$, $7.3767 \cdot 10^{-5}$ et $7.7544 \cdot 10^{-5}$ Hz à la station Cantley sur 200000 points échantillonnés à une minute, d'amplitude 0.01 nm/s^2 pour les trois sinusoïdes. Cette somme de trois sinusoïdes est injectée dans un bruit blanc d'écart type $\sigma = 0.5 \text{ nm/s}^2$. Le spectre correspondant fait ressortir le triplet (Fig. II. 4). La recherche des résonances présentes dans ce spectre permet de calculer les paramètres S_j^2 , puis le produit des trois S_j^2 pour chaque résonance de fréquence obéissant à la loi de splitting quadratique (Fig. II. 5). A partir du maximum de ce produit, il est possible d'estimer les fréquences du meilleur triplet détecté.

Les fréquences détectées sont estimées à 0.06921, 0.07376 et 0.07761 mHz, correspondant à des écarts relatifs respectifs de 0.035%, 0.009% et 0.085% par rapport aux valeurs de fréquences des sinusoïdes injectées.

Si l'on augmente le niveau de bruit à 1 nm/s², le scan propose différents triplets dont celui injecté mais pas pour le maximum du produit des paramètres S_j^2 . Il ne permet donc pas la détection d'un unique triplet, à moins de centrer le balayage vraiment sur la bande de fréquences entre $6.5 \cdot 10^{-5}$ et $9 \cdot 10^{-5}$ Hz, où le triplet détecté est $6.911 \cdot 10^{-5}$, $7.366 \cdot 10^{-5}$ et $7.52 \cdot 10^{-5}$ Hz, correspondant à des erreurs relatives de 0.11%, 0.14% et 3%. Cette détection est entachée de plus grandes erreurs. En outre, réduire l'intervalle de balayage des fréquences suppose qu'on connaisse déjà l'ordre de grandeur de la période du signal cherché, ce qui n'est bien sûr pas le cas du triplet de Slichter.

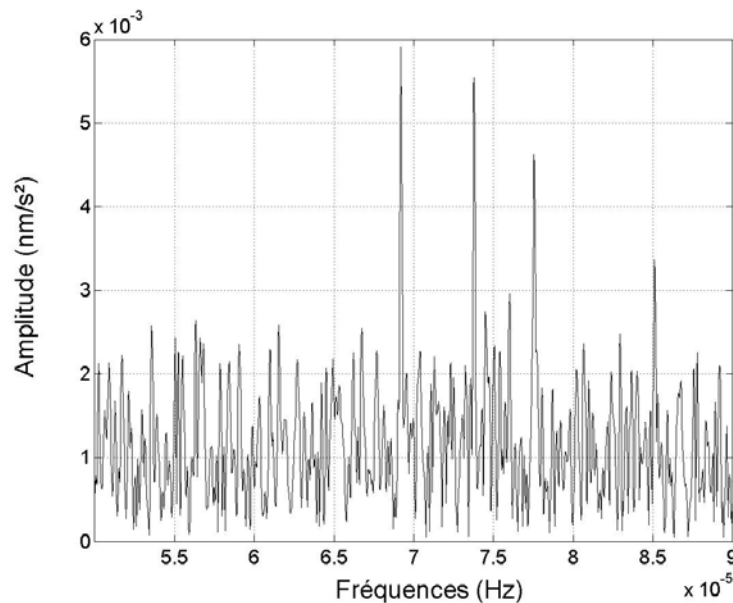


Fig. II. 4 Spectre d'amplitude du signal synthétique à Cantley constitué de la somme de trois sinusoïdes d'amplitudes 10^{-2} nm/s² et de fréquences $6.9186 \cdot 10^{-5}$, $7.3767 \cdot 10^{-5}$, $7.7544 \cdot 10^{-5}$ Hz injectées dans du bruit blanc d'écart type 0.5 nm/s².

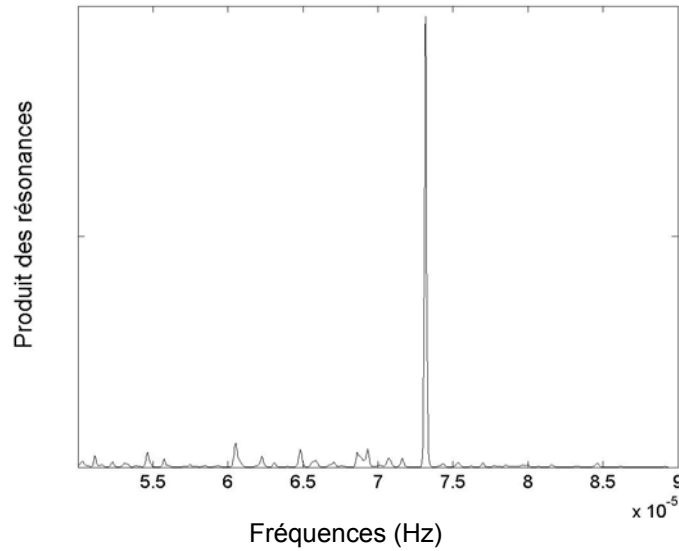


Fig. II. 5 *Produit P des résonances correctement splittées en fonction des fréquences. $P = S_p^2 S_a^2 S_r^2$ où S_p^2 , S_a^2 et S_r^2 correspondent respectivement aux valeurs de S_j^2 pour des fréquences correctement écartées selon la loi de splitting imposée.*

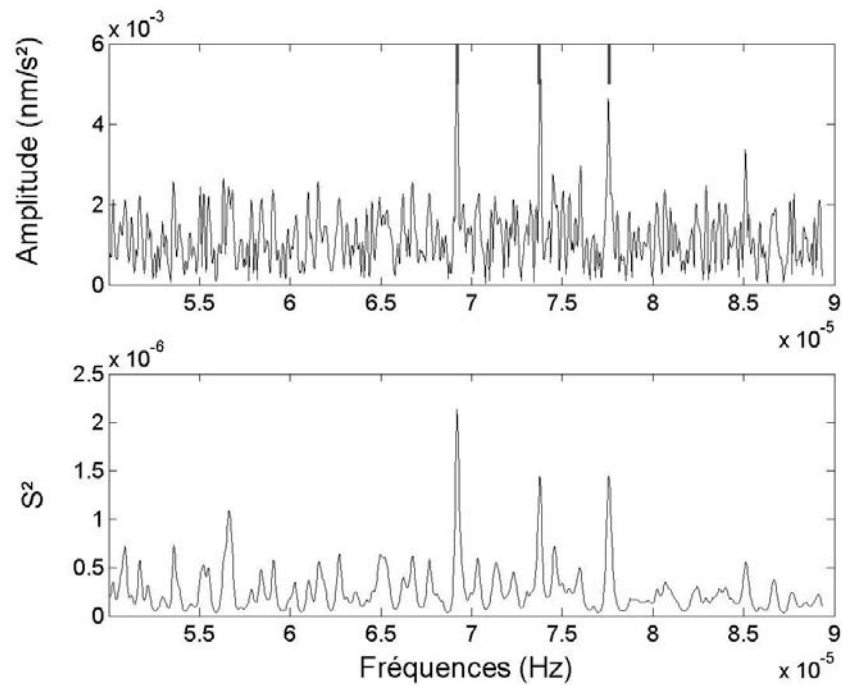


Fig. II. 6 *(Haut) Spectre d'amplitude du signal synthétique à Cantley. Les traits verticaux indiquent le meilleur candidat détecté par la méthode de scanning. (Bas) Paramètre S_j^2 des résonances détectées en fonction des fréquences.*

II.3 Conclusion

Nous avons démontré l'efficacité des méthodes de détection de multiplet proposées et testées sur un vrai signal sismique et sur des triplets synthétiques. Ces méthodes sont basées sur l'analyse spectrale classique de Fourier, mais elles peuvent être adaptées aux densités spectrales de puissance.

La non stationnarité d'un signal rend l'analyse spectrale insuffisante, or dans la recherche du mode de translation de la graine, il est indispensable de considérer le cas de signaux non stationnaires. Si l'on introduit un amortissement de temps caractéristique six jours, correspondant à un facteur de qualité de l'ordre de 120, qui est la valeur estimée par Smylie (1992) à partir de ses observations, suivant la régularité de l'excitation du mouvement de translation la graine, ces méthodes de sommation et de détection seront efficaces ou non. Si le mouvement est excité régulièrement, l'analyse spectrale du résultat des méthodes de sommation permettra de mettre en évidence le triplet de Slichter. Par contre, si l'on considère un cas extrême d'excitation unique à un instant donné, puis l'oscillation libre s'amortit de sorte à diminuer de $1/e$ au bout de 6 jours, alors les analyses spectrales sur le résultat des méthodes de sommation proposées seront inefficace car inadaptées. Nous verrons alors au chapitre III, qu'il est important d'utiliser d'autres types d'analyses plus appropriées aux signaux transitoires, telles que les analyses en ondelettes.

CHAPITRE III

Analyses en ondelettes

L'analyse de Fourier est sans conteste l'un des outils les plus puissants et les plus utilisés en traitement du signal géophysique. Néanmoins, bien que bâtie sur la base du concept physique de fréquence (spatiale ou temporelle), elle se révèle imparfaitement adaptée à la description de fonctions ou signaux qu'on rencontre couramment. La raison essentielle en est que l'analyse de Fourier atteint ses performances optimales dans un contexte stationnaire, c'est-à-dire quand le signal analysé présente certaines propriétés d'invariance par translation. Or, les signaux géophysiques, par nature, ne rentrent pas dans ce contexte. Ils sont souvent multi - échelles et non stationnaires. L'emploi des ondelettes en géophysique est introduit dans Foufoula-Gergioui et Kumar (1995), tandis qu'un traitement théorique de l'analyse en ondelettes est donnée par Daubechies (1992). En effet, même si l'article le plus souvent cité comme « révélateur » de la philosophie des ondelettes à la communauté scientifique est celui du physicien Alex Grossman et du géophysicien Jean Morlet (1984), l'utilisation des ondelettes en géophysique était encore peu développée à la fin du XX^{ème} siècle. « Cela résulte en partie du fait que l'utilisation en aveugle des ondelettes ne suffit pas pour obtenir des résultats scientifiques importants : la philosophie des ondelettes ne peut donner son maximum que si elle est profondément imbriquée dans la théorie physique des signaux qu'on désire analyser » (Moreau, 1995). Depuis, on notera des applications à la géodésie (Schneider, 1998), à l'étude de la gravité et de la topographie de Vénus (Simons et al., 1997), à la détection de lignes dans les images radar (Hagelberg et Helland, 1995), à l'étude de la sismicité des Alpes occidentales (Bethoux et al., 1998), à l'analyse des données de potentiel (Moreau et al., 1997 ; Sailhac, 1999), mais aussi à la réinspection des secousses (jerks) géomagnétiques (Alexandrescu et al., 1995, 1996) ou des modes de Chandler (Gilbert et al., 1998). Gaillot (2000) a également appliqué l'analyse en ondelettes à l'étude de la paléointensité relative du champ magnétique terrestre, au pointage automatique de phases sismiques dans le cadre de la surveillance sismique et à l'étude bidimensionnelle des champs de galaxies et des champs de fractures.

Dans la suite, nous rappelons les notions de base et le formalisme des ondelettes avant de présenter une famille d'ondelettes basée sur des signaux de type oscillations amorties. Nous avons utilisé cette famille d'ondelettes en supposant que le signal cherché (le mode de translation de la graine) a un comportement oscillatoire amorti. L'utilisation d'une sinusoïde amortie pour effectuer des analyses en ondelettes n'est pas nouvelle, mais dans notre cas, nous avons fait en sorte de la rendre admissible pour l'analyse et la reconstruction de signaux. Des analyses en ondelettes de Morlet sont comparées aux analyses utilisant cette famille de sinusoïdes amorties sur des signaux synthétiques couramment rencontrés en géophysique mais aussi sur des triplets de Slichter synthétiques. Nous avons développé notre propre code d'analyse en ondelettes afin de bien comprendre ce qu'on manipule. Le code est écrit en MATLAB et calcule les coefficients de la transformée en ondelettes en passant par les transformées de Fourier du signal et des ondelettes.

III.1 Notions essentielles sur les ondelettes

III.1.1 Introduction aux ondelettes

L'introduction des ondelettes est venue peu à peu pour palier au problème de non localisation spatiale des fonctions élémentaires $e^{-i2\pi ft}$ utilisées comme base pour calculer la transformée de Fourier. Pour analyser un signal s non stationnaire, au lieu de le comparer à ces oscillations pures, on peut le comparer à une fonction de base confinée à une région de l'espace. Par similitude avec la transformée de Laplace où l'on multiplie les fonctions oscillantes $e^{-i2\pi ft}$ par un échelon de Heaviside, on peut remplacer $e^{-i2\pi ft}$ par son produit avec une fenêtre $\omega_\sigma(t-t_0)$ à valeur réelle caractérisée par sa position t_0 et par sa largeur d'ouverture σ :

$$T_s(f, t_0) = \int \omega_\sigma(t - t_0) e^{-i2\pi ft} s(t) dt .$$

Ceci définit une décomposition temps – fréquence sous la forme d'une transformée de Fourier à fenêtre glissante. Si ω_σ est une gaussienne, la fonction de base est une gaborite qui s'écrit : $g_{\sigma, t_0}(t) = \pi^{-1/2} e^{-(t-t_0)^2/2\sigma^2} e^{i2\pi ft}$; il s'agit de la transformée de Gabor. Inspiré par ces gaborites, on peut donner une autre écriture, où l'opérateur de translation agit sur $\omega_\sigma(t)$ $e^{-i2\pi ft}$ au lieu de $\omega_\sigma(t)$ seulement, et où la largeur d'ouverture σ est ajustée à la fréquence d'analyse f : ceci définit l'ondelette de Morlet et introduit le cadre plus moderne de la transformée en ondelette par décomposition en translaté – dilaté d'une ondelette mère.

Le pavage temps - fréquence correspondant par exemple aux bases de fonctions de Dirac et de fonctions de Fourier sont des pavages par des rectangles infiniment fins et allongés qui sont représentés schématiquement dans la figure (III. 1) (a) et (b). Dans le cas de l'analyse temps – échelle, le pavage obtenu (Fig. III. 1 d) est un pavage par des domaines rectangulaires de surface également constante (comme pour les pavages temps – fréquence dans la base de Gabor par exemple Fig. III. 1 c), mais ont une résolution fréquentielle relative constante. Les avantages de la décomposition temps – échelle sont multiples. L'analyse multi – échelle repose sur une forme de fonction unique (comparer Fig. III. 1 c et d). Enfin, dans l'analyse temps – échelle, les fonctions de base ont une taille de support proportionnelle à la résolution spatiale liée à leur fréquence par l'inégalité de Gabor. En d'autres termes, sous la contrainte de l'inégalité de Gabor, il est possible de contrôler les résolutions temporelle et fréquentielle de l'analyse temps – échelle.

L'inégalité de Gabor (plus connue sous le nom de l'inégalité d'Heisenberg, utilisée en mécanique quantique) est une inégalité fondamentale qui s'écrit pour toute fonction s de norme L_2 égale à un¹ :

$$\Delta(s)\Delta(\hat{s}) \geq \frac{1}{2}, \quad (\text{III. 1})$$

où Δs fait référence à la largeur de la fonction s , définie en fonction de son centre $c(s)$, par :

$$\Delta(s) = \sqrt{\int (t - c(s))^2 |s(t)|^2 dt} , \text{ avec } c(s) = \int t |s(t)|^2 dt .$$

¹ Ce qui s'écrit : $\int |s(t)|^2 dt = 1$

Si on appelle largeur fréquentielle $\Delta(\hat{s})$ d'une fonction s la largeur de sa transformée de Fourier \hat{s} , cette inégalité interdit donc d'avoir une fonction avec des résolutions temporelle et fréquentielle toutes deux aussi petites que souhaité.

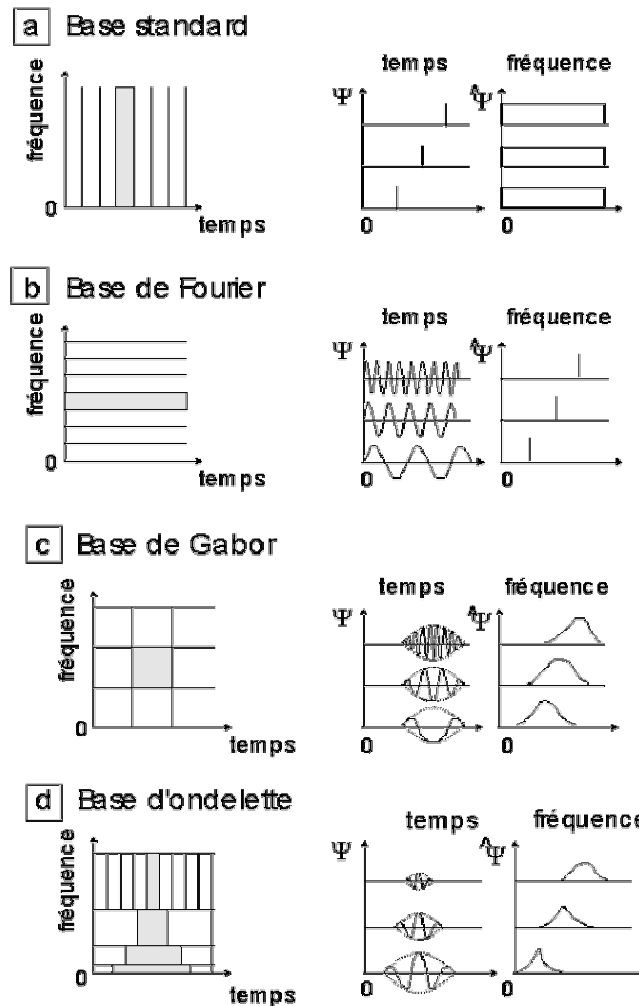


Fig. III. 1 Fenêtres temps - fréquence utilisées dans (a) l'analyse temporelle (base standard), (b) l'analyse de Fourier, (c) l'analyse de Gabor et (d) l'analyse par ondelette et leur série temporelle correspondante dans les espaces temporel et fréquentiel (d'après Lau et Weng, 1995).

Par leurs propriétés d'analyse locale et multi - échelles, les ondelettes offrent de nombreux avantages par rapport aux méthodes classiques de traitement du signal. Par exemple, la décomposition de Fourier n'apporte aucun élément temporel sur le signal car elle intègre l'ensemble du signal dans le temps. Elle n'apporte qu'un seul type d'information, dans le domaine fréquentiel. Les techniques d'analyse en ondelettes visent à éclater le signal dans une représentation « espace - échelle » apte à dévoiler les dynamiques complexes (cyclicité) ou la nature multi - échelle du système. Cette représentation permet alors de réfléchir aux différents mécanismes agissant sur le système.

La transformée en ondelette continue d'une fonction $s(t)$ peut être définie comme :

$$T_s(b, a) = \frac{1}{a} \int_{-\infty}^{+\infty} s(\tau) \Psi_{(b,a)}^*(\tau) d\tau, \quad (\text{III. 2})$$

où :

$$\Psi_{(b,a)}(t) = \frac{1}{a} \Psi\left(\frac{\tau - b}{a}\right).$$

Le principe de la transformée en ondelettes consiste donc à projeter le signal considéré sur une famille de fonctions à moyenne nulle (les ondelettes) $\Psi_{(b,a)}$, appelées aussi *ondelettes analysantes* ou *ondelettes filles*, invariantes en forme et dérivant d'une fonction élémentaire, ou fonction mère Ψ , par translations et dilatations. 'a' est le paramètre de dilatation ou d'échelle, 'b' est le paramètre de translation ou de position et $\Psi_{(b,a)}^*$ est le complexe conjugué de $\Psi_{(b,a)}$.

L'équation (III. 2) permet le calcul des coefficients d'ondelettes. Ces coefficients $T_s(b,a)$, nombres à valeur généralement complexe, contiennent toutes les informations dont on a besoin pour conduire une analyse multi - échelle.

Changer la valeur de 'a' permet de dilater ($a > 1$) ou de contracter ($a < 1$) la fonction $\Psi_{b,a}$ (sens d'analyse multi - échelle) ; changer 'b' autorise l'analyse de la fonction $s(t)$ au voisinage de différents points b (sens d'analyse locale). Lorsque le paramètre d'échelle est grand, l'ondelette couvre une grande fraction du signal permettant d'extraire le comportement à long terme de $s(t)$. Au contraire, lorsque 'a' est petit, la fraction du signal analysée est petite, permettant l'étude des variations locales à hautes fréquences.

Ainsi, par ses propriétés de dilatation - contraction et de translation, la transformée en ondelette, d'une fonction à une dimension $s(t)$, est caractérisée dans le plan espace - échelle par une fenêtre dont la largeur diminue lorsqu'on se focalise sur les structures de petite échelle (haute fréquence) ou s'élargit lorsqu'on s'intéresse au comportement à grande échelle (basse fréquence). Cette capacité d'adaptation en fonction de l'échelle d'analyse lui a valu la dénomination de « microscope mathématique » dont le grossissement est $1/a$ et l'optique est donnée par le choix de la fonction mère (Meyer et al., 1987).

Par construction, une telle transformée en ondelettes est davantage une représentation temps - échelle qu'une représentation temps - fréquence mais pour des ondelettes raisonnablement localisées en fréquence autour d'une valeur f_0 , une interprétation temps - fréquence est possible moyennant l'identification formelle $f = f_0/a$. La famille des ondelettes se comporte comme une base continue, avec pour conséquence l'existence d'une formule d'inversion exacte.

III.1.2 Propriétés et restrictions

Le choix de la fonction mère $\Psi(t)$ n'est ni unique ni arbitraire. Elle doit répondre à certaines conditions. La condition nécessaire pour que $\Psi \in L^1(\mathbb{R})$ puisse être utilisée comme ondelette analysante est qu'elle vérifie une *condition d'admissibilité* :

$$0 < C_\Psi = \int_0^{+\infty} \frac{|\hat{\Psi}(\tau)|^2}{\tau} d\tau < \infty, \quad (\text{III. 3})$$

Où $\hat{\Psi}(\tau)$ désigne la transformée de Fourier de $\Psi(t)$.

Ainsi elle a un support compact ou une décroissance suffisamment rapide pour être bien localisée dans l'espace, et sa moyenne nulle :

$$\hat{\Psi}(0) = \int_{-\infty}^{+\infty} \Psi(t) dt = 0.$$

$\Psi(t)$ est une ondelette admissible seulement si elle répond aux deux conditions énoncées ci-dessus. La seconde propriété assure que $\Psi(t)$ 'ondule' (comme une onde, une vaguelette) et la première, contrairement à la transformée de Fourier, que ces oscillations s'atténuent rapidement (énergie finie). Il est évident que les deux conditions précédentes ouvrent la possibilité d'utiliser différentes fonctions mères. Cependant le choix est guidé par diverses considérations incluant, en particulier, une base physique ou à défaut la ressemblance entre le signal analysé et la famille d'ondelette choisie. Le caractère d'admissibilité d'une ondelette est nécessaire pour pouvoir utiliser cette ondelette à la fois dans l'analyse et dans la reconstruction du signal. Le coefficient C_Ψ est utilisé comme facteur de normalisation dans la reconstruction, on l'appelle facteur de reconstruction.

Soit $\Psi \in L^1(\mathbb{R})$ telle que la condition d'admissibilité (III. 3) soit vérifiée. Alors toute fonction $s \in L^2(\mathbb{R})$ peut être décomposée selon :

$$s(t) = \frac{1}{C_\Psi} \int_{R_+^* \times R} T_s(b, a) \Psi\left(\frac{t-b}{a}\right) \frac{dad b}{a} \quad (\text{III. 4})$$

Connaissant la transformée en ondelettes $T_s(b, a)$ du signal $s(t)$, l'équation (III. 4) donne la manière de reconstruire $s(t)$ par superposition de ses composantes sur la base des ondelettes $\Psi_{(b,a)}(t)$.

Dans ce travail, nous ne nous intéressons pas à la reconstruction des signaux mais cela pourra être réalisé ultérieurement. L'intérêt de la reconstruction est de sélectionner une zone du scalogramme intéressante et de ne reconstruire le signal que pour ces fréquences et ces positions temporelles.

III.2 Scalogramme et exemples

III.2.1 Cas de l'ondelette de Morlet

L'ondelette de Morlet est une fonction particulièrement populaire pour la transformée en ondelettes. Il s'agit d'une gaussienne dont le spectre est translaté suivant l'axe des fréquences (Fig. III. 2).

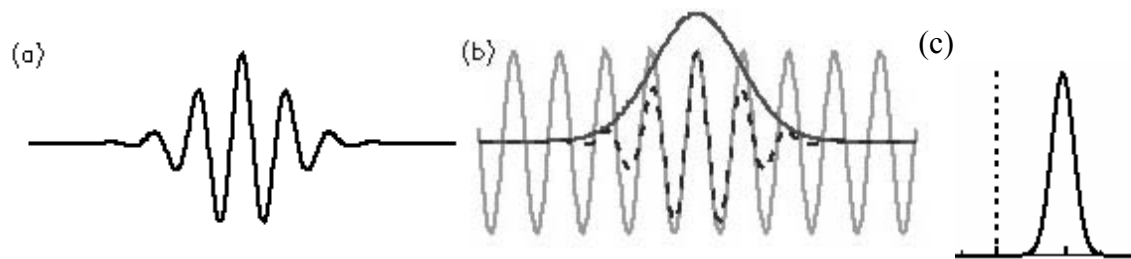


Fig. III. 2 Ondelette de Morlet. (a) Fonction mère dans le domaine temporel. (b) Construction de l'ondelette de Morlet (tirets noirs) par modulation d'une sinusoïde (courbe grise) avec une gaussienne (courbe noire). (c) Ondelette dans le domaine fréquentiel.

Des exemples d'ondelettes de Morlet à trois échelles différentes sont présentés sur la figure (III. 3). Nous utilisons la transformée de Fourier de l'ondelette de Morlet pour nos analyses temps - fréquence qui s'écrit sous la forme :

$$\hat{\Psi}(f) = e^{-4\pi^2(f-f_0)^2} - e^{4\pi^2 f_0^2},$$

où f_0 est la fréquence initiale de l'ondelette mère. Le second terme de cette expression est un terme correcteur ajouté à l'ondelette de Morlet pour la rendre admissible. De manière similaire, nous ajouterons un terme correctif à l'ondelette qu'on introduit au paragraphe III.3, pour la rendre admissible.

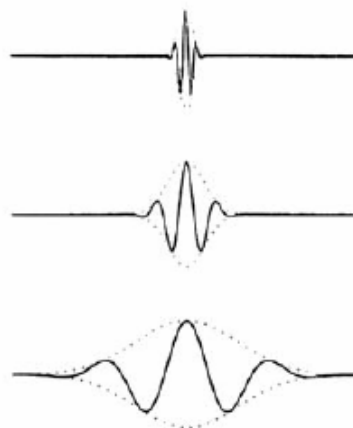


Fig. III. 3 Ondelette de Morlet à trois échelles différentes : de haut en bas, la fonction est dilatée, mais sa forme est invariante (par exemple il y a 5 extrema à chaque échelle).

III.2.2 Scalogramme : tests sur des synthétiques

Flandrin (1992) propose d'appeler $|T_s(a,b)|^2$ un *scalogramme*. Par analogie, le produit $T_s(a,b)T_g(a,b)^*$ est appelé *scalogramme croisé*. Le scalogramme fournit une version 'éclatée' des caractéristiques d'un processus dans le plan temps - fréquence. Le scalogramme croisé fournit la même version éclatée des interactions entre les deux processus. Ceci est particulièrement utile pour caractériser les structures d'un processus, ou les interactions entre processus, surtout quand ceux-ci sont non - stationnaires. Représenter le module ou le scalogramme (module au carré) de la transformée en ondelettes est équivalent.

De façon analogue à Gaillot (2000), nous analysons des signaux synthétiques qui présentent des caractéristiques couramment rencontrées en géophysique, à savoir :

(1) Modulation d'amplitude :

$$s(t) = A(1 + \alpha \cos \Omega t) \cos \omega t ,$$

Une oscillation, de pulsation ω , a son amplitude A modulée par une sinusoïde de pulsation Ω et d'amplitude α .

(2) Modulation de fréquence :

$$s(t) = B \cos(\omega t + m \sin \Omega t) ,$$

Une sinusoïde, d'amplitude B , a une pulsation ω modulée par une sinusoïde de pulsation Ω et d'amplitude m .

(3) Changement brutal de fréquence :

$$s(t) = \begin{cases} C \cos \omega_1 t, \text{ pour } t < t_c , \\ C \cos \omega_2 t, \text{ pour } t \geq t_c \end{cases}$$

Le signal harmonique considéré oscille à la pulsation ω_1 pour des temps $t < t_c$ et sa pulsation devient ω_2 pour des temps $t > t_c$.

(4) Changement temporel brutal :

$$s(t) = D \frac{t - t_c}{\sigma^2} \exp \left[- \frac{(t - t_c)^2}{2\sigma^2} \right] ,$$

Il s'agit d'une perturbation locale d'amplitude D rapidement atténuée par le paramètre σ et n'ayant donc que des effets à court terme. Cette perturbation commence à $t = t_c$.

(5) Sinusoïde amortie, d'amplitude A , de pulsation ω , de phase ϕ et débutant à $t = t_c$:

$$s(t) = H(t-t_c) A \sin(\omega (t-t_c) + \phi) e^{-(t-t_c)/\tau} ,$$

où $H(t)$ désigne la fonction de Heaviside et τ le temps caractéristique d'amortissement.

Dans la recherche des oscillations de degré un de la graine, nous nous intéressons également à un triplet synthétique de sinusoïdes avec amortissement :

(6) Triplet de fréquences amorti débutant au temps $t = t_c$:

$$s(t) = H(t - t_c) \sum_{i=1}^3 A_i \cos(2\pi f_i(t - t_c) + \varphi_i) e^{-(t-t_c)/\tau},$$

où A_i , f_i et φ_i sont respectivement l'amplitude, la fréquence et la phase de la composante i du triplet et τ est le temps caractéristique d'amortissement.

Remarque : Pour les transformées en ondelettes de Morlet, nous avons représenté le cône d'influence, c'est-à-dire la région du spectre d'ondelette dans laquelle les effets de bord deviennent importants. Ces effets de bord sont dus au fait que le signal considéré est de longueur finie. Une solution est d'ajouter des zéros à la fin (padding) de la série de données avant d'effectuer la transformée en ondelette et de les enlever ensuite pour la représentation en scalogramme. Cependant, le fait d'ajouter des zéros aux extrémités du signal introduit des discontinuités au début et à la fin du signal. Il est donc nécessaire de définir des limites d'interprétation du scalogramme. Le cône d'influence est défini ici comme le temps caractéristique de décroissance exponentielle pour l'auto - corrélation de la puissance de l'ondelette à chaque échelle. Ce temps d'atténuation est choisi de sorte que la puissance de l'ondelette pour une discontinuité au bord chute d'un facteur e^{-2} et assure que les effets de bord sont négligeables au-delà ce point. Nous avons repris l'expression du temps caractéristique d'atténuation proposé par Torrence et Compo (1998) pour l'ondelette de Morlet afin de représenter le cône d'influence sur les scalogrammes. Lorsque les limites du cône d'influence ne sont pas visibles, nous avons zoomé et donc nous sommes éloignés des bords.

La transformée en ondelettes de Morlet d'une sinusoïde modulée en amplitude se caractérise par une succession de paquets centrés sur la fréquence dominante $2.8 \cdot 10^{-4}$ Hz, soit une période d'une heure, correspondant à la fréquence fondamentale ω injectée. La figure (III. 4) représente le module au carré et la phase de la transformée en ondelettes de Morlet de fréquence $f_0 = 0.01$ Hz (Fig. III. 4 a). Si on augmente la fréquence de la fonction génératrice à $f_0 = 0.02$ Hz (Fig. III. 4 b), les paquets concentriques tendent à s'aplatir autour de la fréquence dominante.

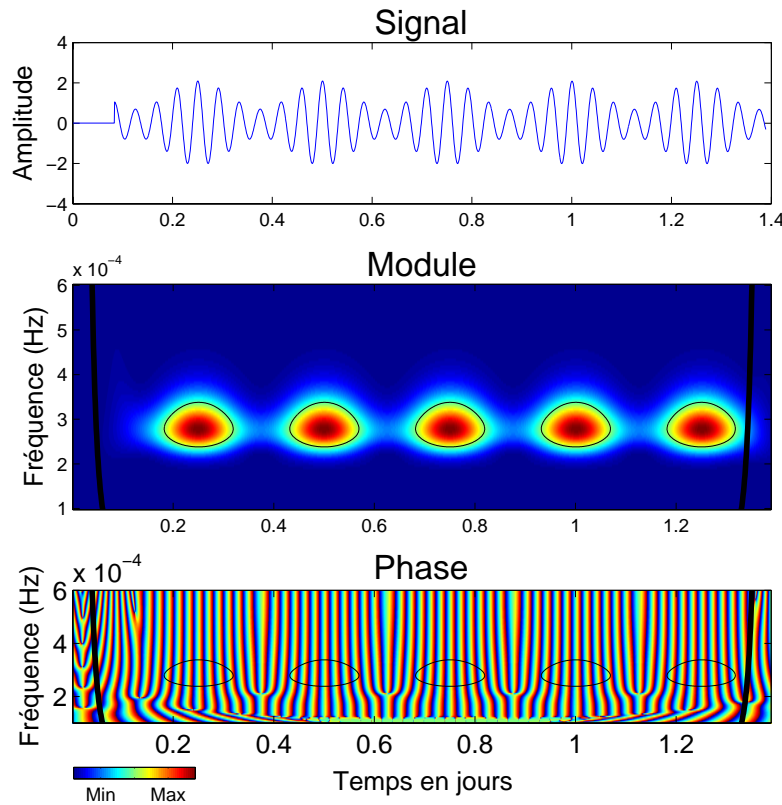
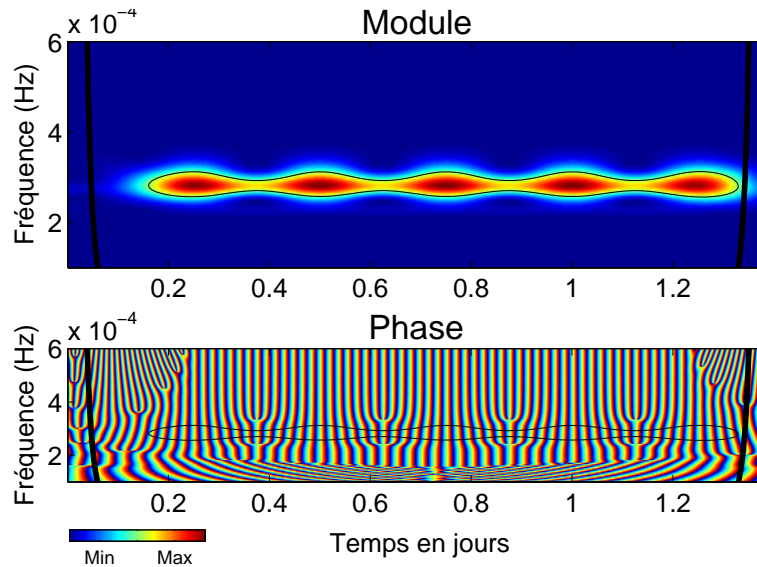
(a) $f_0 = 0.01$ Hz(b) $f_0 = 0.02$ Hz

Fig. III. 4 Transformée en ondelettes de Morlet d'un signal périodique modulé en amplitude. La fréquence dominante apparaît comme une succession de paquets concentriques sur la fréquence $2.8 \cdot 10^{-4}$ Hz, correspondant bien à la fréquence fondamentale ω de la sinusoïde modulée en amplitude. Les couleurs vont du bleu (valeur minimale) au rouge (valeur maximale). Les traits épais aux extrémités du scalogramme et de la phase marquent la limite où les effets de bord deviennent importants. Le trait fin noir souligne les zones statistiquement significatives avec un niveau de confiance de 95%. L'ondelette de Morlet utilisée a une fréquence de (a) 0.01 Hz et (b) 0.02 Hz.

Le signal synthétique représenté en figure (III. 5) est une oscillation dont les fréquences fondamentales augmentent puis diminuent. Nous avons fixé la période, correspondant à la pulsation ω de l'équation précédente d'un signal modulé en fréquence, à 0.5 h. Cette valeur de fréquence est parfaitement identifiée dans la représentation temps – fréquence par les minima des arches obtenues. La pulsation Ω du terme de modulation a été fixée à la période de 2 h.

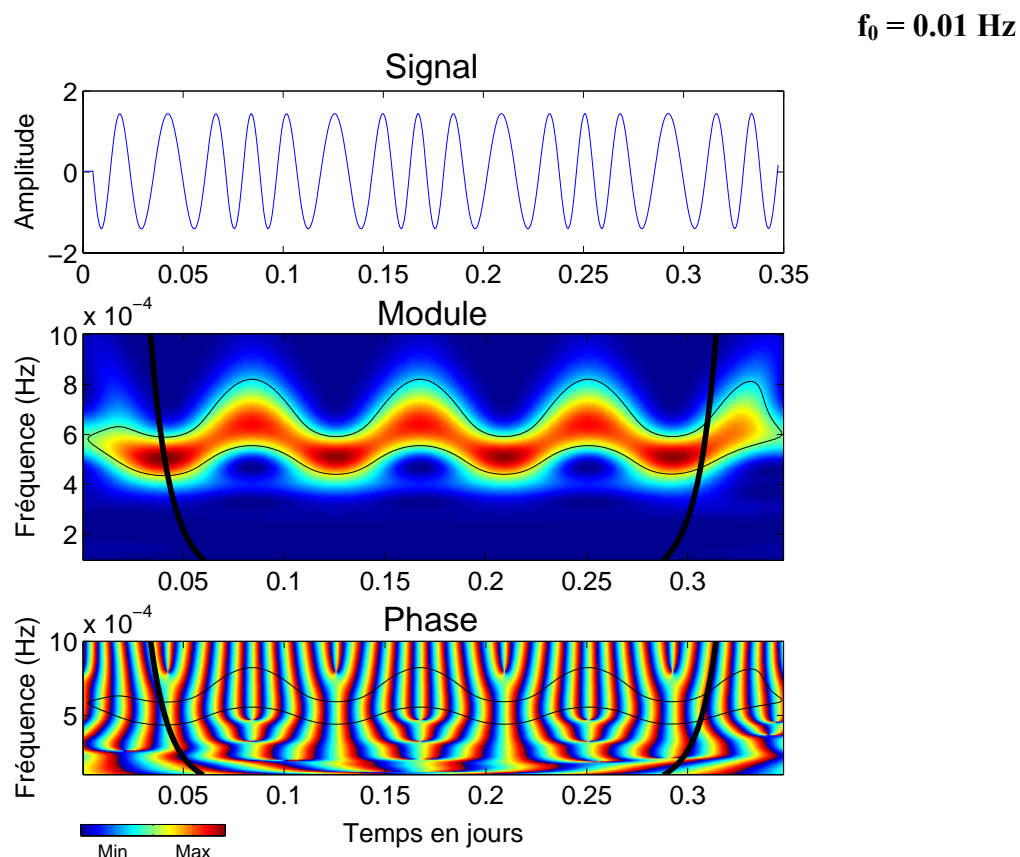


Fig. III. 5 Transformée en ondelettes de Morlet d'un signal modulé en fréquence. De haut en bas, le signal, le scalogramme et la phase sont représentés. La transformée d'un tel signal apparaît comme une succession d'éléments oscillants formant des arches de minimum proche de $5 \cdot 10^{-4} \text{ Hz}$ (soit une période de 0.5 h) pour augmenter à une fréquence de $6.5 \cdot 10^{-4} \text{ Hz}$ (soit une période de 0.4 h). Le trait fin noir souligne les zones statistiquement significatives à 5% (niveau de confiance 95%). Les traits épais noirs aux extrémités du module et de la phase marquent la limite où les effets de bord deviennent importants.

La transformée en ondelettes de Morlet d'un signal synthétique contenant un changement brutal de fréquence de la sinusoïde a un module qui indique nettement le passage de la première fréquence (2 h) à la suivante (1 h) par un saut dans les maxima (Fig. III. 6). La phase est également affectée par ce changement brutal de fréquence.

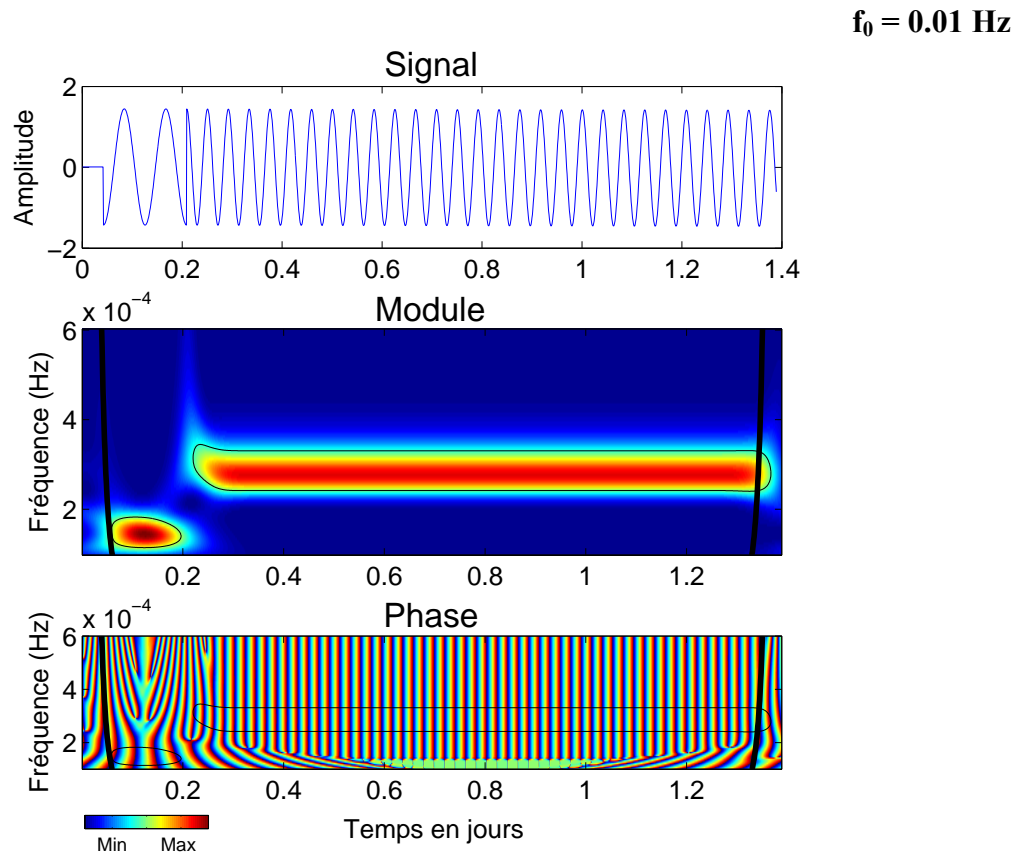


Fig. III. 6 Transformée en ondelettes de Morlet d'une brutale variation de fréquence. De haut en bas, le signal, le module et la phase sont représentés. La variation brutale de fréquence est soulignée par un décalage dans les fréquences d'environ $1.4 \cdot 10^{-4} \text{ Hz}$ (2 h) à environ $2.8 \cdot 10^{-4} \text{ Hz}$ (1 h) à $t \approx 0.2$ jour. Ce sont bien les périodes du signal synthétique respectivement avant et après $t \approx 0.2$ jour. La variation brutale de fréquence est caractérisée également dans la phase autour de $t \approx 0.2$ jour. Les traits épais noirs aux extrémités du module et de la phase marquent la limite où les effets de bord deviennent importants. Le trait fin noir souligne les zones statistiquement significatives à 5% (niveau de confiance 95%).

La présence d'une perturbation temporelle, à $t = t_c$, est clairement mise en valeur par le module et la phase de la transformée en ondelettes de Morlet (Fig. III. 7). Le temps à laquelle la singularité a lieu est clairement identifié à $t = 0.25$ jour, correspondant au temps t_c choisi.

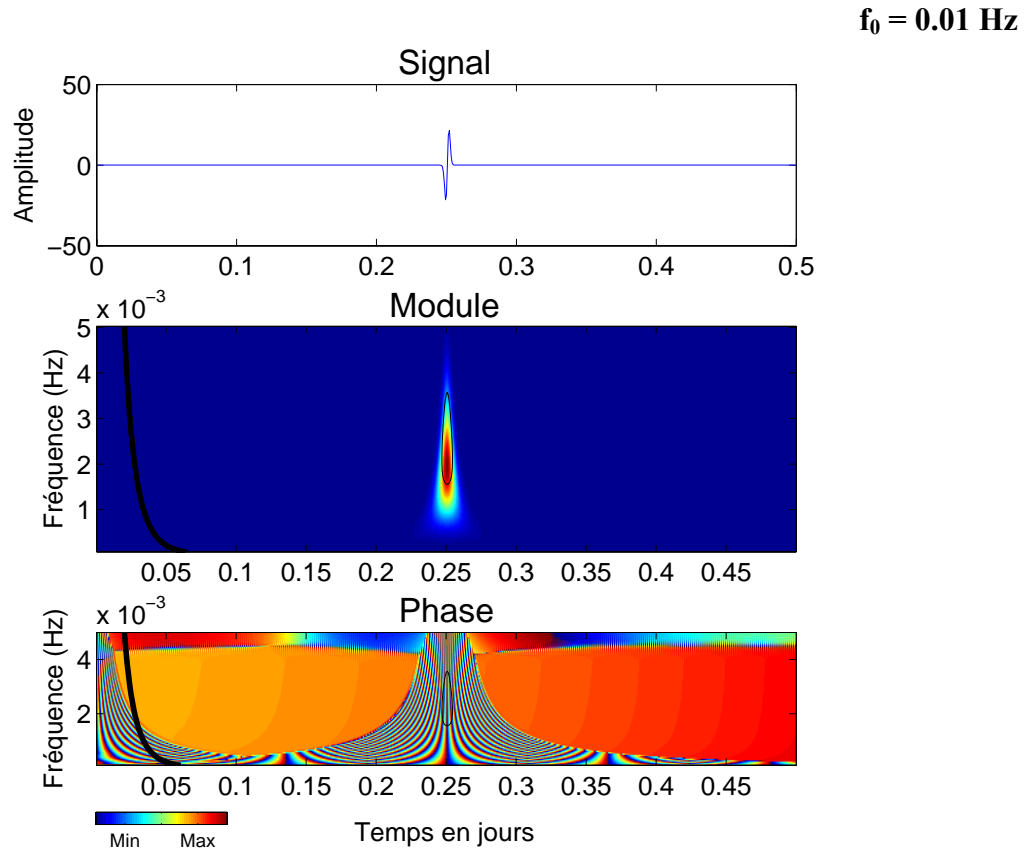


Fig. III. 7 Transformée en ondelettes de Morlet d'une perturbation brutale du signal dans le temps. De haut en bas, le signal, le module et la phase sont représentés. La singularité est définie à $t = 0.25$ jour. Les traits épais noirs aux extrémités du module et de la phase marquent la limite où les effets de bord deviennent importants. A l'extrémité droite nous avons coupé le graphe, d'où l'absence de trait épais noir. Le trait fin noir souligne les zones statistiquement significatives à 5% (niveau de confiance de 95%).

La transformée en ondelettes de Morlet d'une sinusoïde amortie est caractérisée en module par un paquet d'énergie autour de la fréquence principale et autour du temps du début d'excitation de la sinusoïde (Fig. III. 8). L'amortissement est indiqué par la forme du paquet qui s'aplatit avec le temps. La phase n'apporte pas d'information clairement apparente.

Nous considérons maintenant le cas synthétique du triplet de Slichter modélisé par la somme de trois sinusoïdes amorties, et de phases nulles.

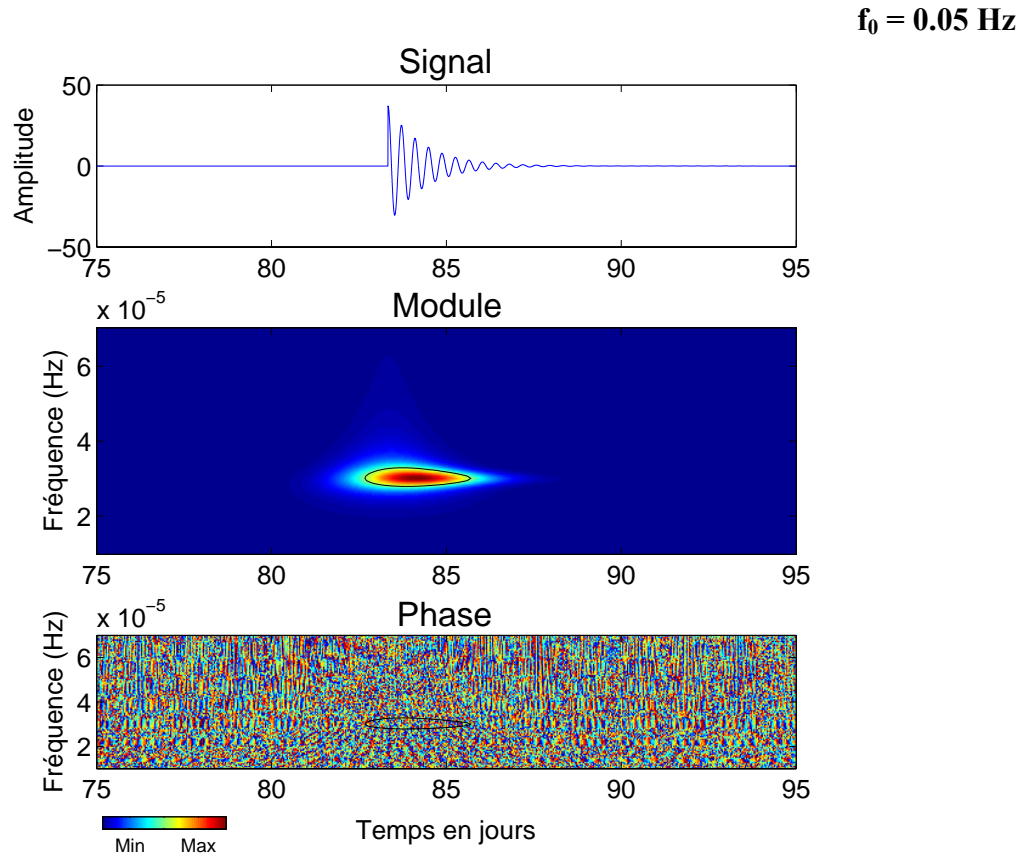


Fig. III. 8 Transformée en ondelettes de Morlet d'un signal harmonique amorti. De haut en bas, le signal, le module et la phase sont représentés. Le trait fin noir souligne les zones statistiquement significatives à 5% (niveau de confiance 95%). La zone considérée étant éloignée des bords, les limites où les effets de bord deviennent importants ne sont pas visibles.

Dans le cas de la figure (III. 9), l'amplitude A_i des trois sinusoïdes est fixée à un et les fréquences f_i sont respectivement $5.9 \cdot 10^{-5} \text{ Hz}$ (4.687 h), $6.5 \cdot 10^{-5} \text{ Hz}$ (4.255 h) et $7.1 \cdot 10^{-5} \text{ Hz}$ (3.894 h), correspondant aux périodes prédites par Rieutord (2002) pour le modèle de Terre 1066A (cf. première partie, chapitre 2). Les phases ϕ_i sont nulles. L'amortissement est supposé être le même pour les trois composantes et on choisit un temps caractéristique d'amortissement τ d'un jour. La transformée en ondelettes de Morlet de fréquence 0.1 Hz est suffisante dans ce cas pour distinguer les trois fréquences du triplet sur le scalogramme. La phase signale seulement la présence d'oscillations autour de $t = 4$ jours, temps auquel le signal est introduit.

La figure (III. 10) représente la somme de trois sinusoïdes d'amplitudes respectives 2 nm/s^2 , 1 nm/s^2 et 2 nm/s^2 , d'amortissement un jour, et de fréquences $6.92 \cdot 10^{-5}$, $7.37 \cdot 10^{-5}$ et $7.75 \cdot 10^{-5} \text{ Hz}$ correspondant aux fréquences de Slichter proposées par Courtier et al. (2000). Cette fonction source commence au temps $t_0 = 6$ jours. La transformée en ondelettes de Morlet de fréquence 0.01 Hz (voir Fig. III. 10 a) ne permet pas de distinguer les trois fréquences du triplet mais le début de l'excitation et l'enveloppe du signal sont clairement représentés. Par contre, avec une ondelette de Morlet de fréquence plus élevée (par exemple

0.1 Hz et 0.2 Hz sur les figures (III. 10) b et c), la phase n'apporte plus d'information sur le signal, mais le module s'étale mieux sur les fréquences du triplet. Cependant nous n'arrivons pas à résoudre les trois fréquences. Dans le cas de la figure (III. 10) (c) ($f_0 = 0.2$ Hz), le scalogramme respecte mieux l'amortissement du signal.

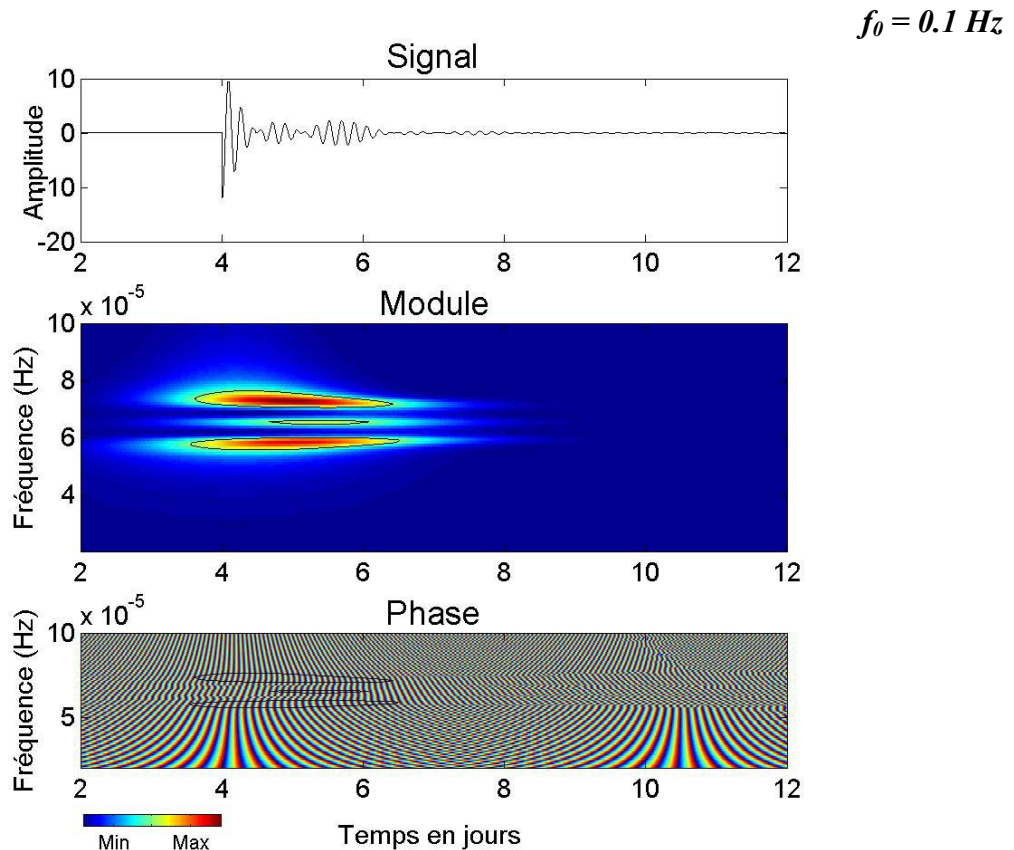
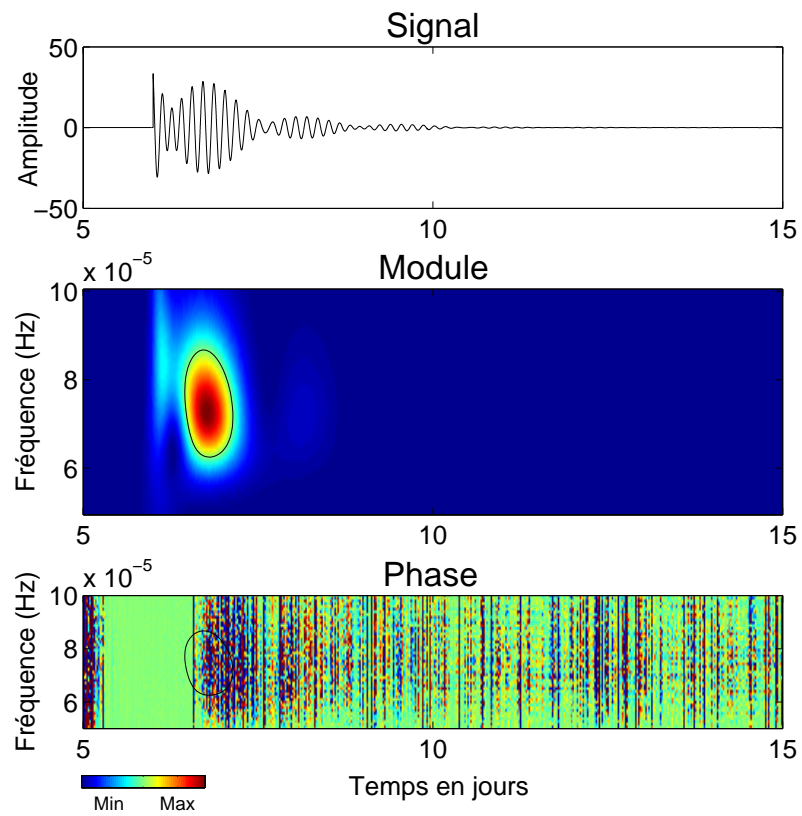


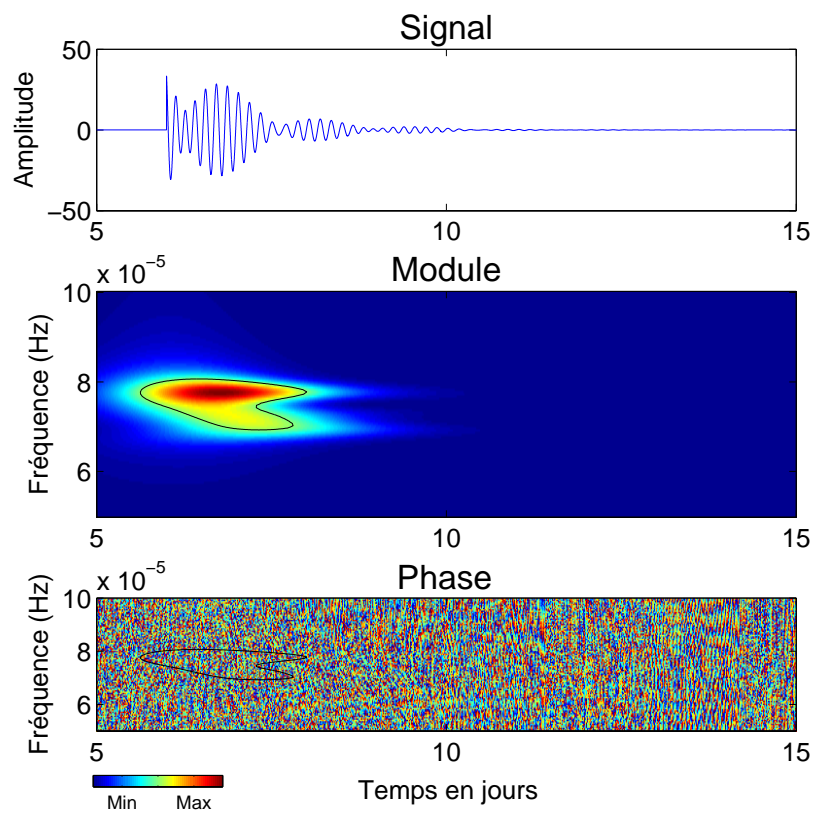
Fig. III. 9 Transformée en ondelettes de Morlet d'une somme de trois sinusoides de fréquences rapprochées. De haut en bas, le signal, le module et la phase sont représentés. Le trait fin noir souligne les zones statistiquement significatives à 5% (niveau de confiance 95%). Les amplitudes des trois sinusoides sont égales à 1, leurs fréquences sont respectivement $5.9 \cdot 10^{-5}$ Hz (4.687 h), $6.5 \cdot 10^{-5}$ Hz (4.255 h) et $7.1 \cdot 10^{-5}$ Hz (3.894 h), et le temps caractéristique τ d'amortissement du signal est d'un jour. La phase n'apporte qu'une très faible indication sur le signal. Par contre, le module met distinctement en évidence le triplet de fréquences.

Le choix de la fréquence de l'ondelette de Morlet est donc important. Par référence à l'inégalité de Gabor (cf. équation III. 1), une forte résolution temporelle est compensée par une faible résolution spectrale. Une transformée en ondelettes de Morlet, de fréquence f_0 faible, va plus s'étaler en temps car l'ondelette de Morlet aura de larges oscillations, mais du coup la transformée en ondelettes sera mieux résolue en fréquences, et vice-versa.

(a) $f_0 = 0.01$ Hz



(b) $f_0 = 0.1$ Hz



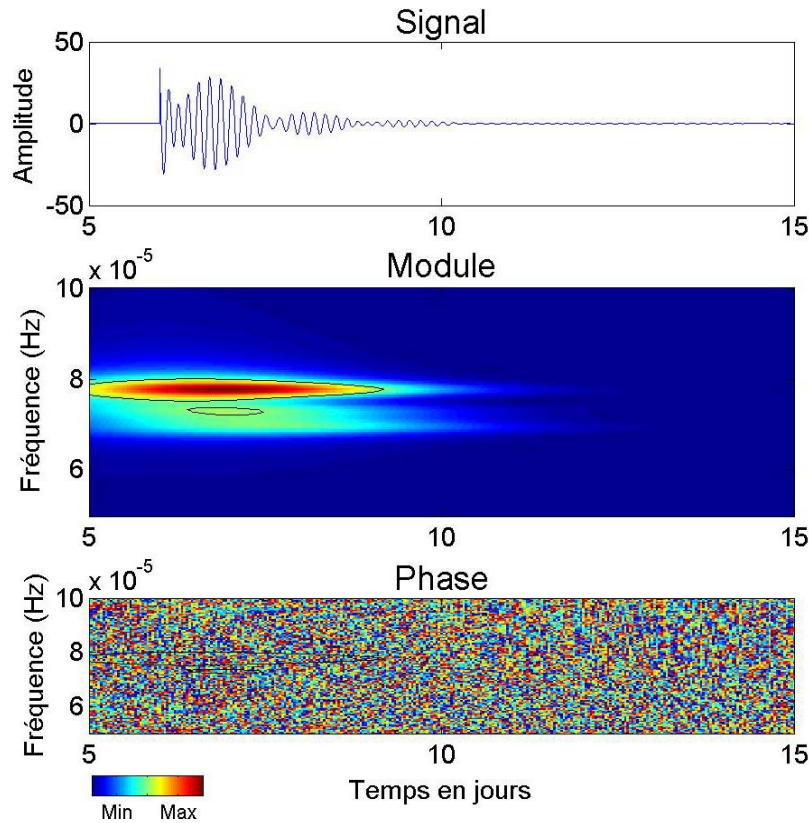
(c) $f_0 = 0.2$ Hz

Fig. III. 10 Transformée en ondelettes de Morlet de la somme de trois sinusoides d'amplitudes 2, 1, 2 nm/s^2 , d'amortissement un jour, et de fréquences $6.92 \cdot 10^{-5}$, $7.37 \cdot 10^{-5}$ et $7.75 \cdot 10^{-5}$ Hz qui correspondent aux fréquences de Slichter proposées par Courtier et al. (2000). Cette fonction source commence au temps $t_0 = 6$ jours. De haut en bas, le signal, le module et la phase sont représentés. Le trait fin noir souligne les zones statistiquement significatives à 5% (niveau de confiance 95%). La fonction génératrice est une ondelette de Morlet de fréquence (a) 0.01 Hz, (b) 0.1 Hz et (c) 0.2 Hz.

Nous avons considéré un an de données à la station gravimétrique de Strasbourg sur l'année 2000, échantillonnées à une minute. Les marées et l'effet de pression atmosphérique locale ont été ôtés par analyse avec le logiciel ETERNA (Wenzel, 1996) qui ajuste les facteurs gravimétriques locaux et une admittance barométrique. Les résidus de variations temporelles de gravité ont été corrigés des éventuels problèmes d'acquisition et des gros séismes présents dans les données avant l'analyse ETERNA. Nous avons ajouté à ce vrai signal gravimétrique, la somme de trois sinusoides excitées au 83^{ème} jour de l'année, d'amplitudes respectives 2, 1 et 2 nm/s^2 , amorties avec un temps caractéristique d'un jour et de fréquences $6.92 \cdot 10^{-5}$, $7.37 \cdot 10^{-5}$ et $7.75 \cdot 10^{-5}$ Hz qui correspondent aux fréquences de Slichter proposées par Courtier et al. (2000). Le signal ainsi constitué est représenté sur l'ensemble de l'année 2000 par la figure du haut (III. 11). Le module de la transformée en ondelettes de Morlet met en évidence la présence du signal oscillant dans les données. Cependant, seulement deux des trois pics du triplet injecté sont résolus par l'analyse de Morlet, et ce, quelle que soit la fréquence de l'ondelette de Morlet génératrice de la famille.

$f_0 = 0.1 \text{ Hz}$

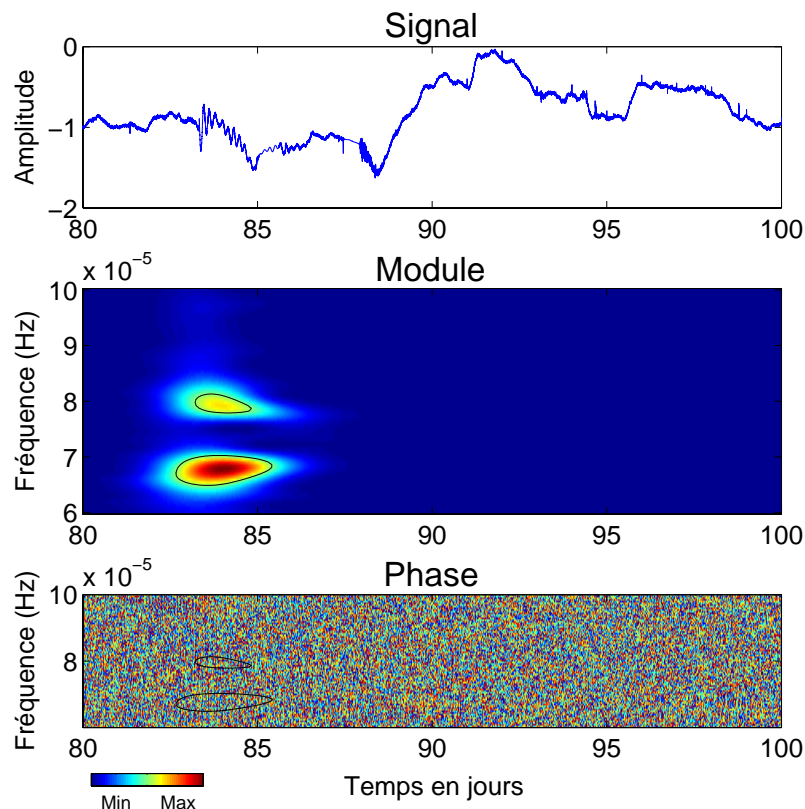


Fig. III. 11 Transformée en ondelettes de Morlet de la somme de trois sinusoides d'amplitudes 2, 1 et 2 nm/s^2 , d'amortissement 1 jour et de fréquences respectives $6.92 \cdot 10^{-5}$, $7.37 \cdot 10^{-5}$ et $7.75 \cdot 10^{-5} \text{ Hz}$ qui correspondent aux fréquences de Slichter proposées par Courtier et al. (2000). Ce triplet de fréquences a été injecté, au temps initial $t = 83$ jours, dans les résidus 1 min corrigés à Strasbourg à partir d'un an d'enregistrement sur l'année 2000. De haut en bas, le signal, le module et la phase sont représentés. Le trait fin noir souligne les zones statistiquement significatives à 5% (niveau de confiance 95%).

Nous avons repris les mêmes données et injecté la somme de trois sinusoides identiques aux précédentes, sauf que cette fois les trois amplitudes ont été fixées à 2 nm/s^2 . Cette fois, le pic central du triplet de fréquences ressort légèrement (Fig. III. 12).

Le module d'une transformée en ondelettes reproduit les variations de l'amplitude du signal. Cependant la phase perd sa signification lorsque le module est trop faible, et donc quand le rapport signal sur bruit n'est pas assez élevé. Ceci s'explique par l'absence de dépendance de la phase avec l'échelle (les parties réelle et imaginaire sont dépendantes de l'échelle mais leur rapport ne l'est plus), contrairement au module. Lorsque l'ondelette est dilatée, le module est conjointement rehaussé. Inversement, lorsqu'il y a contraction, le module est diminué. C'est pourquoi dans le cas où du bruit est introduit, la phase n'apporte aucune information.

Les transformées de Fourier des signaux synthétiques ci-dessus ne permettent pas de distinguer entre des signaux modulés en amplitude, en fréquences ou la somme de trois

sinusoïdes, contrairement aux analyses en ondelettes. Les spectres d'amplitude correspondants aux cas analysés ci-dessus sont représentés sur la figure (III. 13).

$f_0 = 0.1 \text{ Hz}$

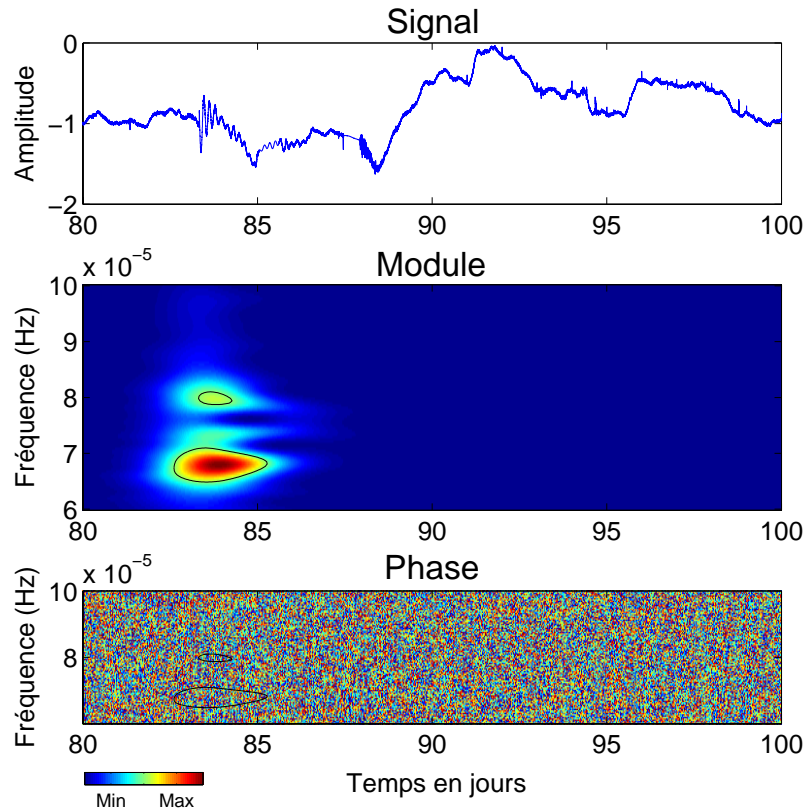


Fig. III. 12 Transformée en ondelettes de Morlet de la somme de trois sinusoïdes d'amplitudes 2 nm/s^2 , d'amortissement 1 jour et de fréquences $6.92 \cdot 10^{-5}$, $7.37 \cdot 10^{-5}$ et $7.75 \cdot 10^{-5} \text{ Hz}$ qui correspondent aux fréquences de Slichter proposées par Courtier et al. (2000). Ce triplet de fréquences a été injecté, au temps initial $t = 83$ jours, dans les résidus 1 min corrigés à Strasbourg à partir d'un an d'enregistrement sur l'année 2000. De haut en bas, le signal, le module et la phase sont représentés. Le trait fin noir souligne les zones statistiquement significatives à 5% (niveau de confiance de 95%).

Identifier les structures d'un signal à partir de données bruitées est un problème omniprésent en traitement du signal. La détermination des zones statistiquement significatives a été réalisée à l'aide de la méthode proposée par Torrence et Compo (1998). Mais ces niveaux de confiance doivent être interprétés avec prudence. En particulier, on doit regarder la taille des zones dites statistiquement significatives et leur distribution spatiale. Ces deux observations sont des mesures subjectives qui posent le même problème que dans l'analyse de Fourier. A-t-on un pic isolé dépassant à peine le seuil critique ou bien a-t-on un large pic au-dessus du seuil ? Le seuil choisi n'est qu'une aide pour décider si les résultats sont significatifs, mais pour cela il faut d'abord avoir des candidats. C'est pourquoi par la suite nous ne nous attacherons pas à ces problèmes de zones statistiquement significatives, mais nous inspecterons les scalogrammes en concentrant notre attention sur les échelles où il peut y avoir des pics « intéressants ».

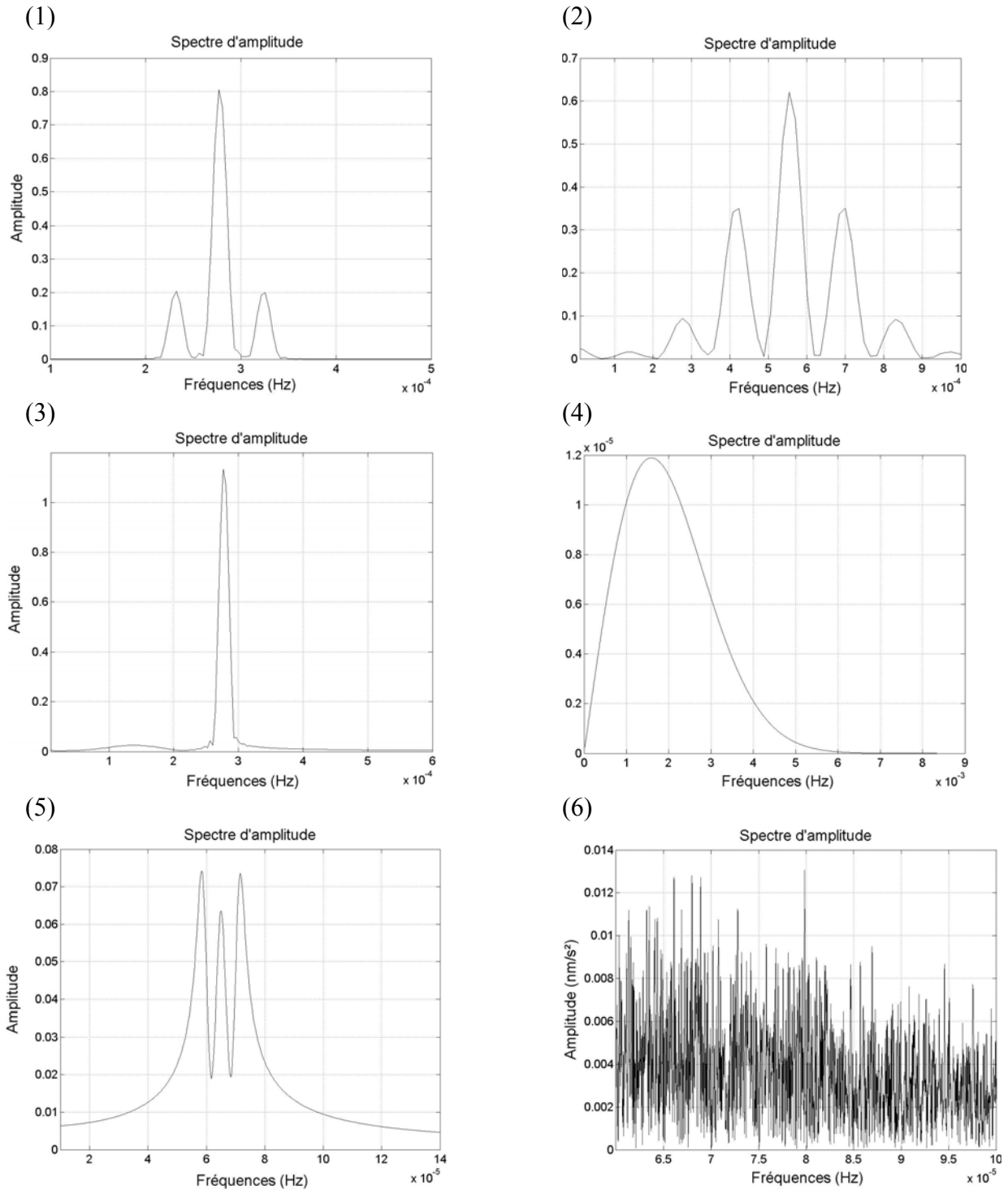


Fig. III. 13 Spectres de Fourier en amplitude pour différents signaux synthétiques. (1) signal modulé en amplitude, (2) modulation de fréquence, (3) changement brutal de fréquence, (4) changement brutal en temps, (5) triplet de fréquences et (6) triplet de fréquences injecté dans un vrai signal de gravité résiduelle enregistrée à Strasbourg (cas correspondant à la figure (III. 11)).

III.3 Création d'une ondelette « sinus amorti » admissible

En s'inspirant de la représentation en sinusoïde amortie, couramment utilisée pour décrire un signal géophysique, comme par exemple en sismologie pour les ondes et les modes propres, nous avons décidé d'utiliser une ondelette de cette forme en supposant que le signal recherché, le mode de translation de la graine, est un signal harmonique. Certes l'emploi d'une sinusoïde amortie est classique, mais ici nous la modifions, de manière similaire à l'ondelette de Morlet, afin de la rendre admissible.

III.3.1 Son expression

Un signal harmonique s'écrit dans le domaine complexe : $e^{2\pi i f_0 t} e^{-\alpha t}$ avec f_0 la fréquence propre du signal et α le taux d'amortissement donné par : $\alpha = 1/\tau$ où τ est le temps caractéristique de l'amortissement. La transformée de Fourier de cette fonction, en ne considérant que les fréquences positives, s'écrit (pp. 234-235 dans Dahlen et Tromp, 1998) :

$$\hat{g}_0(f) = \frac{1}{2[\alpha + 2\pi i(f - f_0)]}$$

Les parties réelle et imaginaire, ainsi que le spectre d'un signal harmonique amorti de fréquence f_0 sont représentées sur la figure (III. 14). La largeur à mi-hauteur du maximum du carré du module du spectre est notée Δf . Le facteur de qualité Q est défini par $\alpha = 2\pi f_0 / 2Q \Leftrightarrow Q = f_0 / \Delta f$.

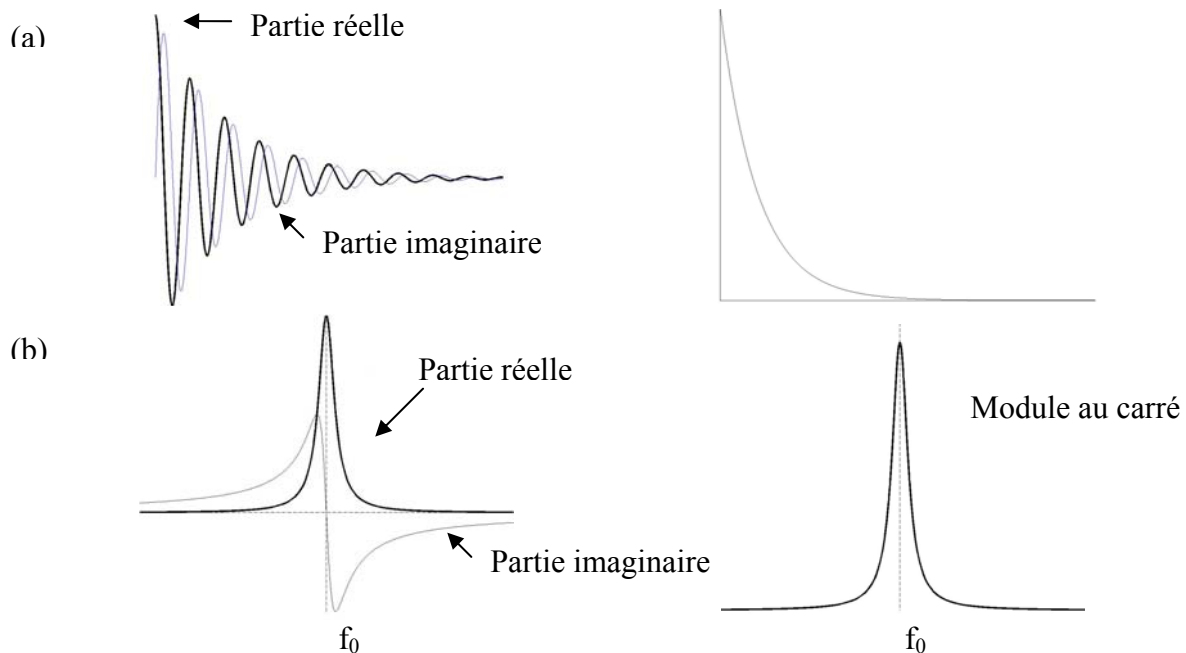


Fig. III. 14 (Gauche) Parties réelle et imaginaire (a) d'un signal harmonique amorti de fréquence propre f_0 et (b) de son spectre. (Droite) Module au carré (a) du signal harmonique et (b) de son spectre.

III.3.2 Orthogonalité et admissibilité

Orthogonalité

L'ondelette mère définie dans le paragraphe précédent ne permet pas de générer une famille d'ondelettes continues orthogonales si f_0 et α sont indépendants, c'est-à-dire dans deux plans différents. On introduit donc un paramètre K tel que $\alpha = K f_0$. Ce paramètre K est équivalent à l'inverse d'un facteur de qualité Q^{-1} . Vérifions maintenant l'admissibilité de l'ondelette génératrice ainsi créée.

Admissibilité

Le module au carré de la transformée de Fourier du signal harmonique s'écrit :

$$|\hat{g}_0(f)|^2 = \frac{1}{\alpha^2 + 4\pi^2(f - f_0)^2}$$

Pour tester son admissibilité, on définit $C_g = \int_0^{+\infty} \frac{|\hat{g}_0(f)|^2}{f} df = \int_0^{+\infty} \frac{1}{\alpha^2 f + 4\pi^2 f(f - f_0)^2} df$.

Nous avons vu au paragraphe III.1 que pour être admissible, C_g doit être fini en $+\infty$ et en 0, et que $\hat{g}_0(0) = 0$.

$$\left. \begin{array}{l} \lim_{f \rightarrow 0} \frac{|\hat{g}_0(f)|^2}{f} \rightarrow +\infty \\ \lim_{f \rightarrow +\infty} \frac{|\hat{g}_0(f)|^2}{f} \rightarrow 0 \end{array} \right\} \Rightarrow g_0 \text{ est non admissible !}$$

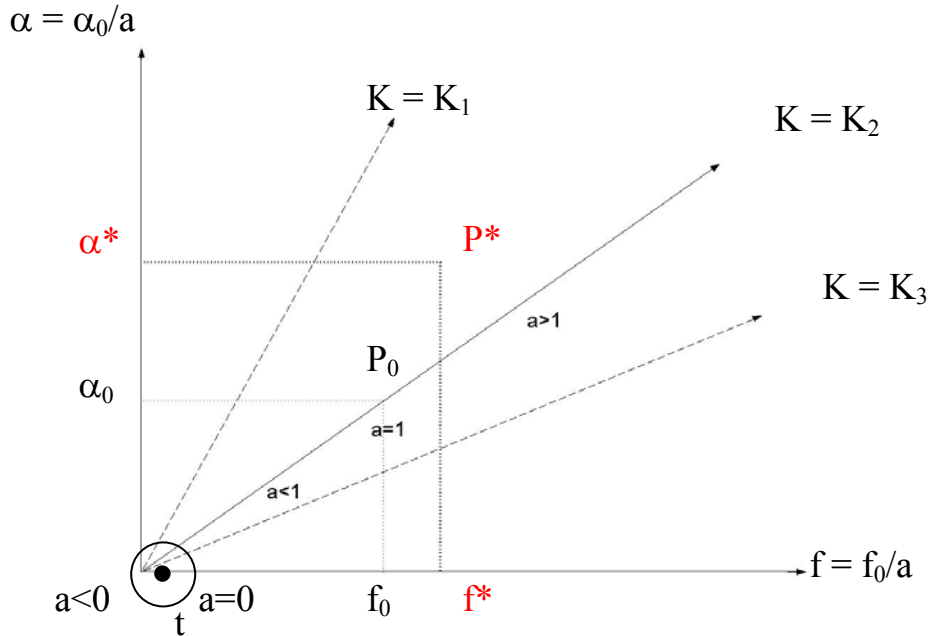
Pour rendre cette ondelette admissible, on s'inspire du cas de l'ondelette de Morlet à laquelle un terme correctif a été ajouté. Le problème de notre ondelette provient des basses fréquences. On ajoute donc un terme de forme analogue au terme principal qui permet d'éliminer les basses fréquences en ajoutant des hautes fréquences. L'ondelette mère g est donc remplacée par l'ondelette h dont le spectre s'écrit sous la forme :

$$\hat{h}_0(f) = \frac{1}{\alpha + 2\pi i(f - f_0)} - \frac{1}{\alpha - 2\pi i f_0(1 + 2\pi f)}, \text{ avec } \alpha = K f_0.$$

Cette fois la condition $\hat{h}_0(0) = 0$ est bien respectée et si on calcule de nouveau C_h pour cette nouvelle expression, on obtient :

$$\frac{|\hat{h}_0(f)|^2}{f} = \frac{4\pi^2(f + 4\pi^2 f_0^2 f + 4\pi f_0 f)}{[\alpha^2 + 4\pi^2(f - f_0)^2][\alpha^2 + 4\pi^2 f_0^2(1 + 2\pi f)^2]} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} \lim_{f \rightarrow 0} \frac{|\hat{h}_0(f)|^2}{f} \rightarrow 0 \\ \lim_{f \rightarrow +\infty} \frac{|\hat{h}_0(f)|^2}{f} \rightarrow 0 \end{array} \right\} \Rightarrow h_0 \text{ est admissible}$$

Nous avons donc cherché à rendre l'ondelette admissible, même si, par la suite, nous ne nous intéresserons qu'à l'analyse de signaux et non à leur reconstruction avec cette famille d'ondelettes. Cela fera l'objet d'un travail futur.



$P_0 : (f_0, \alpha_0)$ paramètres de l'ondelette mère

$P^* : (f^*, \alpha^*)$ paramètres de la source cherchée

Fig. III. 15 Schéma explicatif des paramètres de l'ondelette génératrice. Les droites de pente K sont dessinées pour différentes valeurs de K : K_1 supérieure à α^*/f^* , K_2 et K_3 inférieures à α^*/f^* .

L'intérêt majeur d'introduire une constante K entre la fréquence f_0 et l'amortissement α , est, par orthogonalité, l'unicité du signal transformé. En effet, considérons deux signaux, l'un de fréquence élevée et rapidement amorti puis re-excité, l'autre de fréquence plus faible mais faiblement amorti. Les transformées en ondelette de ces deux signaux seront les mêmes si on ne considère pas cette constante K entre la fréquence et l'amortissement, bien qu'ils aient des enveloppes différentes. En contraignant $\alpha = K f_0$, on tient compte de la forme de l'enveloppe et ainsi on définit bien le bon signal.

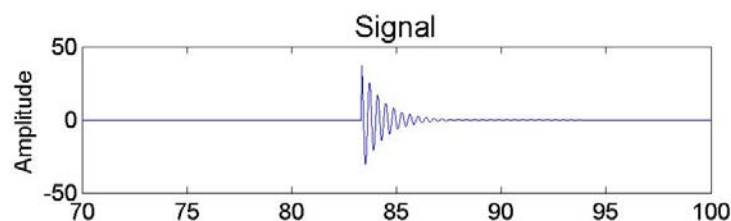
La famille d'ondelettes ainsi générée dépend donc du paramètre K . Nous avons représenté schématiquement (III. 15), le paramètre α en fonction de la fréquence.

Si P^* appartient au plan de la transformée en ondelette (plan (K, t)), $a = f_0/f^*$ et $\alpha_0/\alpha^* = a$, sinon $f_0/f^* \neq \alpha_0/\alpha^*$. Il s'agit donc de trouver K tel que la droite $\alpha = K f$ passe par le point P^* de coordonnées (f^*, α^*) . Pour cela, nous cherchons la valeur de K correspondant au scalogramme de plus grande amplitude maximale.

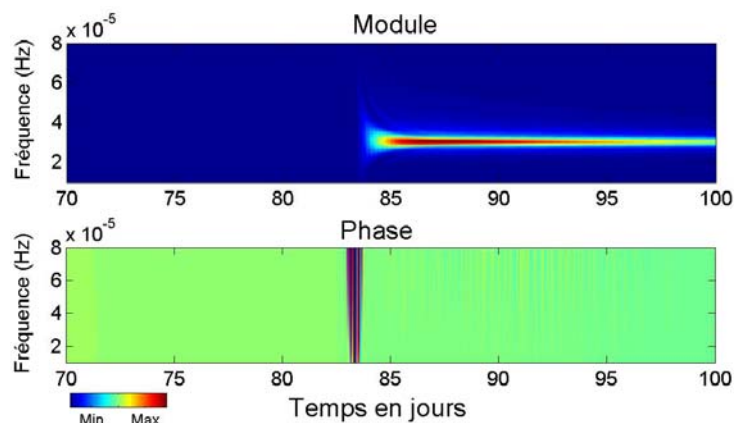
III.3.3 Influence du paramètre K : Cas d'une sinusoïde amortie

Considérons une sinusoïde amortie de fréquence $3 \cdot 10^{-5}$ Hz avec un taux d'amortissement d'un jour, échantillonnée à une minute. Dans ce cas, $K = 1/1 \text{ jour} / 3 \cdot 10^{-5} \text{ Hz} = 0.38$. La représentation temporelle de ce signal synthétique est montrée dans le graphique du haut de la figure (III. 16). Sa transformée en ondelettes de Morlet est symétrique en temps autour du début de l'excitation (cf. Fig. III. 8). La forme de la sinusoïde amortie n'est pas conservée. Par contre, en utilisant une famille d'harmoniques amorties comme décrite précédemment au paragraphe (III.3), on obtient sa transformée en ondelettes « sinus amorti » qui représente la forme du signal source et surtout, rend clairement visible le début de l'excitation (Fig. III. 16) : il n'y a plus d'étalement symétrique autour du temps origine de la source. En comparant les phases, l'analyse en sinus amorti (Fig. III. 16) apporte de l'information sur le début du signal alors qu'on ne peut rien déduire de la phase obtenue dans l'analyse de Morlet.

Lorsqu'on diminue la valeur K de la fonction génératrice, la transformée en ondelettes « sinus amorti » se concentre sur la fréquence de la source mais s'allonge en temps (cf. Fig. III. 16 a). En effet, plus K est petit, moins l'ondelette mère est amortie. Au contraire, si K a une valeur supérieure à celle du signal analysé, l'ondelette est plus vite amortie donc plus localisée en temps et la transformée en ondelettes « sinus amorti » a un module plus concentré sur le début de l'excitation et plus étalé en fréquences (cf. Fig. III. 16 c).



(a) $K = 0.01$



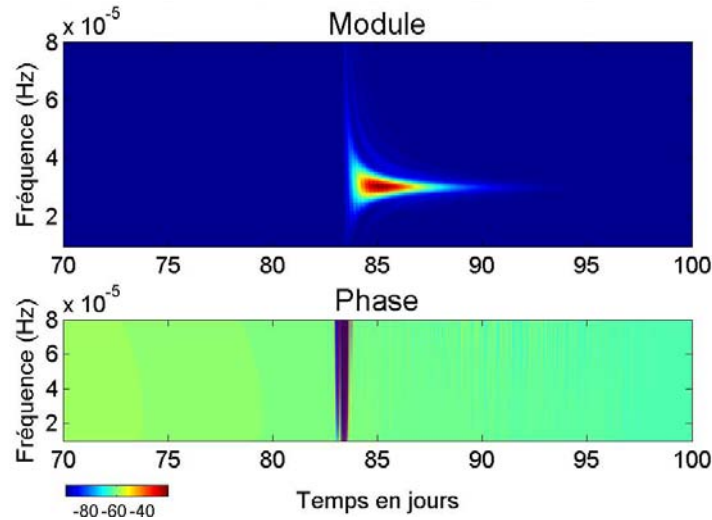
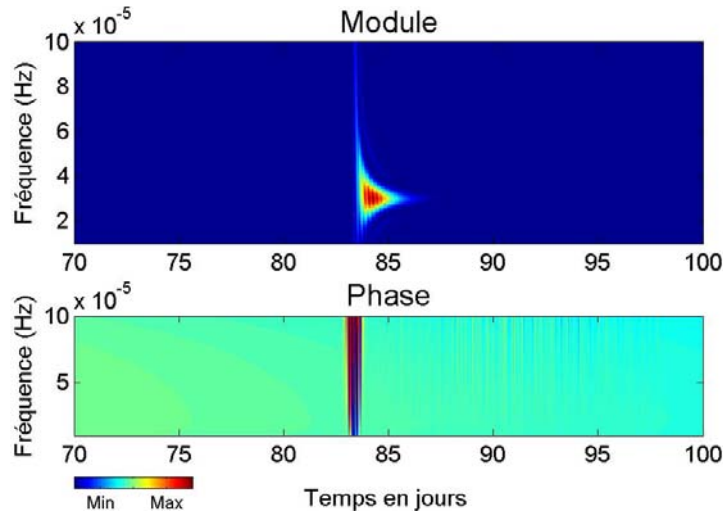
(b) $K = 0.1$ (c) $K = 0.5$ 

Fig. III. 16 Transformée en ondelettes « sinus amorti » d'une sinusoïde amortie de fréquence principale $f_0 = 3 \cdot 10^{-5}$ Hz avec un temps caractéristique de décroissance τ d'un jour. De haut en bas, le signal, le module et la phase de la transformée en ondelettes « sinus amorti » avec (a) $K = 0.01$, (b) $K = 0.1$ et (c) $K = 0.5$ sont représentés.

Par construction de l'ondelette « sinus amorti », lorsque K augmente, le temps caractéristique d'amortissement τ diminue (α augmente) et donc la région où les effets de bord deviennent importants est plus étroite. Donc, plus K est élevé, plus on a de signal temps – échelle représentatif. C'est ce que nous voyons sur les tests synthétiques du paragraphe suivant.

III.3.4 Applications à des synthétiques et comparaison avec l'ondelette de Morlet

Reprenons les signaux synthétiques analysés dans la section (III.2.2) avec une famille d'ondelettes de Morlet, pour les analyser à l'aide d'ondelettes « sinus amorti ». Dans ce cas, le temps caractéristique nécessaire pour que la puissance de l'ondelette soit amortie de e^{-2} est le temps d'amortissement $\tau = 1/\alpha$. Nous n'avons pas calculé les zones statistiquement significatives dans le cas de notre ondelette car nous n'utiliserons pas ces seuils de détection dans nos analyses sur les données réelles. Mais cela pourra être éventuellement fait dans un futur travail.

La transformée en ondelettes « sinus amorti » d'une sinusoïde modulée en amplitude (Fig. III. 17) se caractérise par une succession de paquets centrés sur la fréquence dominante $2.8 \cdot 10^{-4}$ Hz, soit une période d'une heure, correspondant bien à la fréquence fondamentale ω injectée, de manière analogue à l'analyse utilisant une ondelette de Morlet. Cependant si le paramètre K est trop faible (ex. $K = 0.5$), le module de la transformée en ondelettes « sinus amorti » tend vers une droite centrée sur la fréquence dominante d'une heure, mais n'apporte plus d'information sur le caractère modulé du signal (Fig. III. 17 a). Avec un paramètre K plus élevé (ex. $K = 2$), les paquets se distinguent (Fig. III. 17 b) et sont donc caractéristiques d'un signal modulé en amplitude.

Une modulation en fréquence s'illustre, comme avec l'ondelette de Morlet, par des arches dans le module du scalogramme (Fig. III. 18), qui se distinguent mieux avec $K = 2$ par exemple (Fig. III. 18 b) plutôt qu'avec $K = 0.5$ (Fig. III. 18 a). En outre, chaque oscillation est plus détaillée qu'avec une analyse en ondelette de Morlet.

La variation brutale de fréquence est soulignée par un décalage dans les fréquences d'environ $1.4 \cdot 10^{-4}$ Hz (2 h) à environ $2.8 \cdot 10^{-4}$ Hz (1 h) à $t = 0.2$ jour (Fig. III. 19). Ce sont bien les périodes du signal synthétique respectivement avant et après $t = 0.2$ jour. La variation brutale de fréquence est caractérisée également dans la phase de la transformée en ondelettes « sinus amorti » par un gradient temporel élevé autour de $t = 0.2$ jour. Contrairement aux deux cas précédents de signal modulé en amplitude ou en fréquence, l'analyse avec un paramètre K de l'ordre de 0.5 (Fig. III. 19 a) par exemple, permet de mieux faire ressortir le changement de fréquence que celle utilisant $K = 2$ (Fig. III. 19 b).

Une perturbation brutale du signal à $t = 0.25$ jour est nettement détectée et localisée en temps et en fréquence par l'analyse (Fig. III. 20), aussi bien avec le module qu'avec la phase. Là aussi il vaut mieux utiliser un paramètre K assez faible.

De ces tests nous pouvons conclure, qu'une analyse en ondelettes « sinus amorti » de paramètre K plutôt grand, est appropriée à la recherche de modulation (en amplitude ou en fréquence) de signaux, tandis l'utilisation d'un paramètre K plutôt petit est plus adaptée à la recherche de singularité.

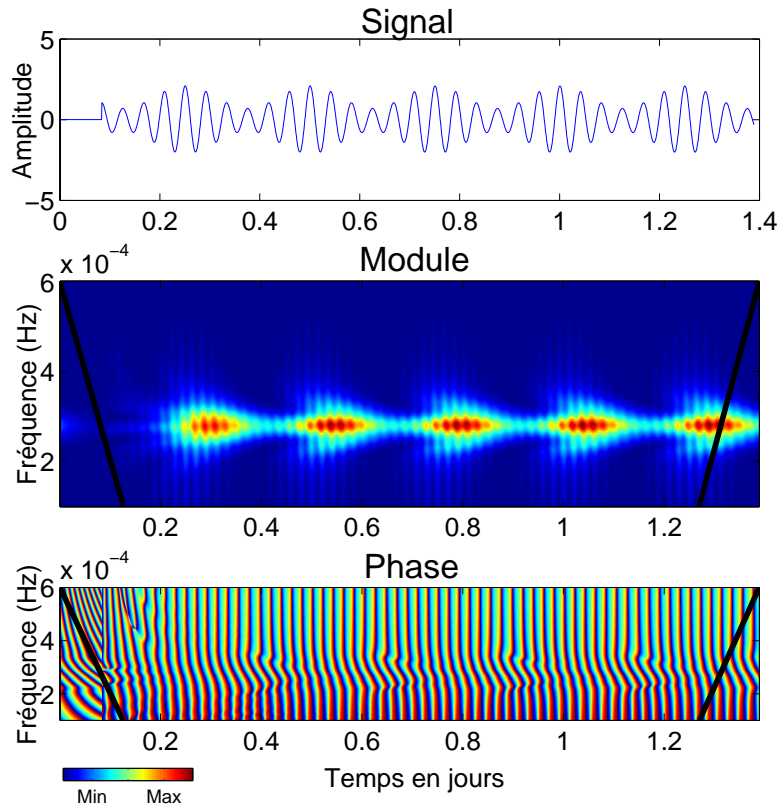
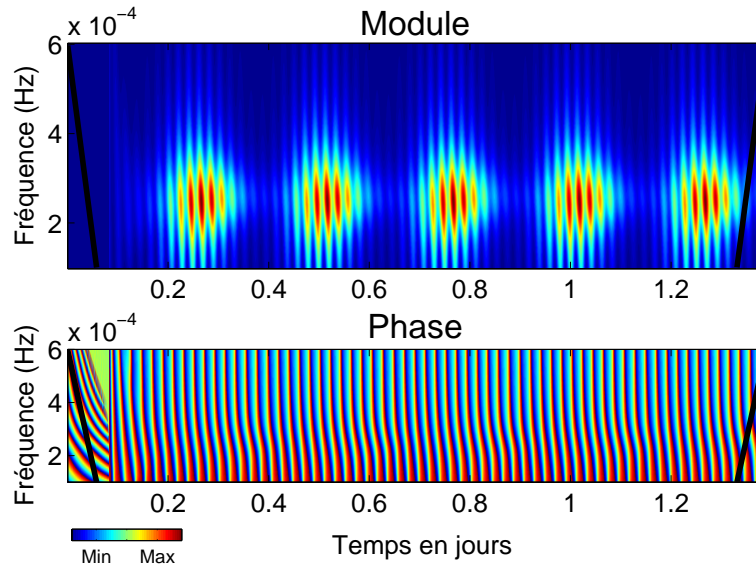
(a) $K = 0.5$ (b) $K = 2$ 

Fig. III. 17 Transformée en ondelettes « sinus amorti » d'un signal périodique modulé en amplitude. De haut en bas, le signal, le module et la phase sont représentés. La fréquence dominante apparaît comme une succession de paquets concentriques sur la fréquence 2.8×10^{-4} Hz, correspondant bien à la fréquence fondamentale ω de la sinusoïde. Les couleurs vont du bleu (valeur minimale) au rouge (valeur maximale). Les traits épais aux extrémités du module et de la phase marquent la limite où les effets de bord deviennent importants (la plus grande largeur correspond à τ). Le paramètre K a été respectivement fixé à (a) 0.5 et (b) 2.

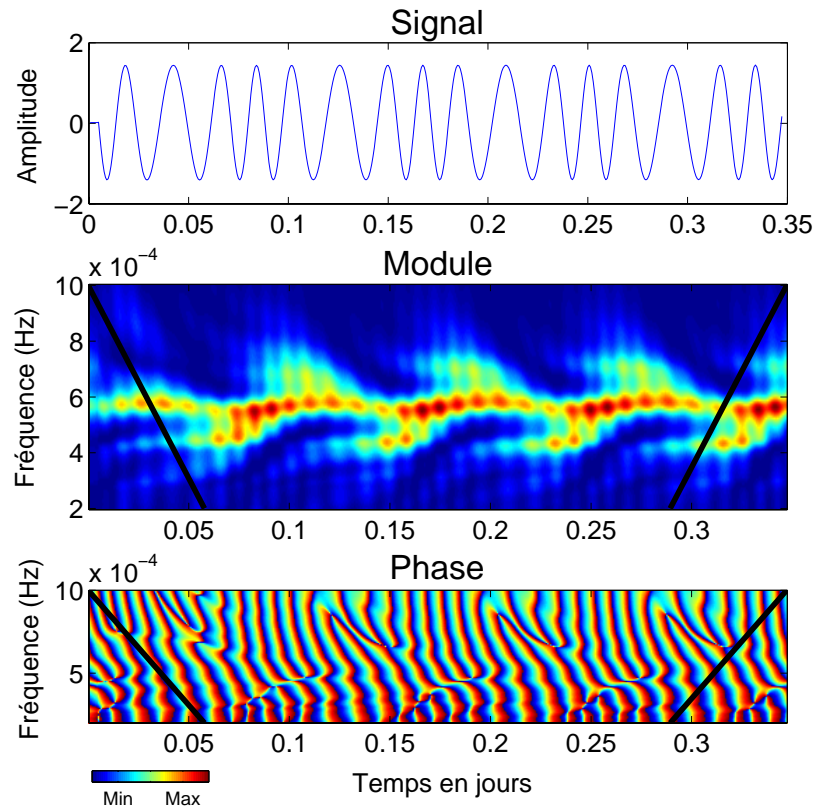
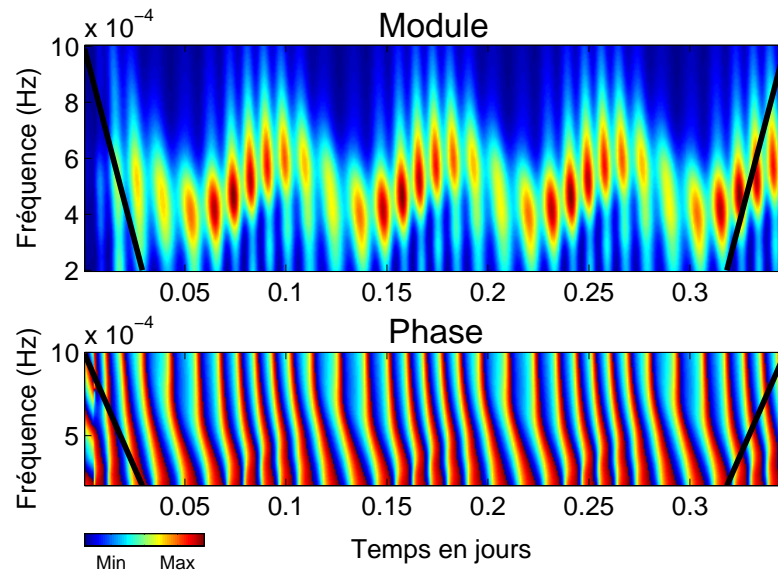
(a) $K = 0.5$ (b) $K = 2$ 

Fig. III. 18 Transformée en ondelettes « sinus amorti » d'un signal modulé en fréquence. De haut en bas, le signal, le module et la phase sont représentés. La transformée d'un tel signal apparaît comme une succession d'éléments oscillants formant des arches de minimum proche de $5 \cdot 10^{-4}$ Hz (soit une période de 0.5 h) pour augmenter à une fréquence de $6.5 \cdot 10^{-4}$ Hz (soit une période de 0.4 h). Le paramètre K a été respectivement fixé à (a) 0.5 et (b) 2. L'augmentation de K permet de mieux faire ressortir la forme du signal injecté. Sur la phase, l'information est marquée par des traits verticaux qui ondulent.

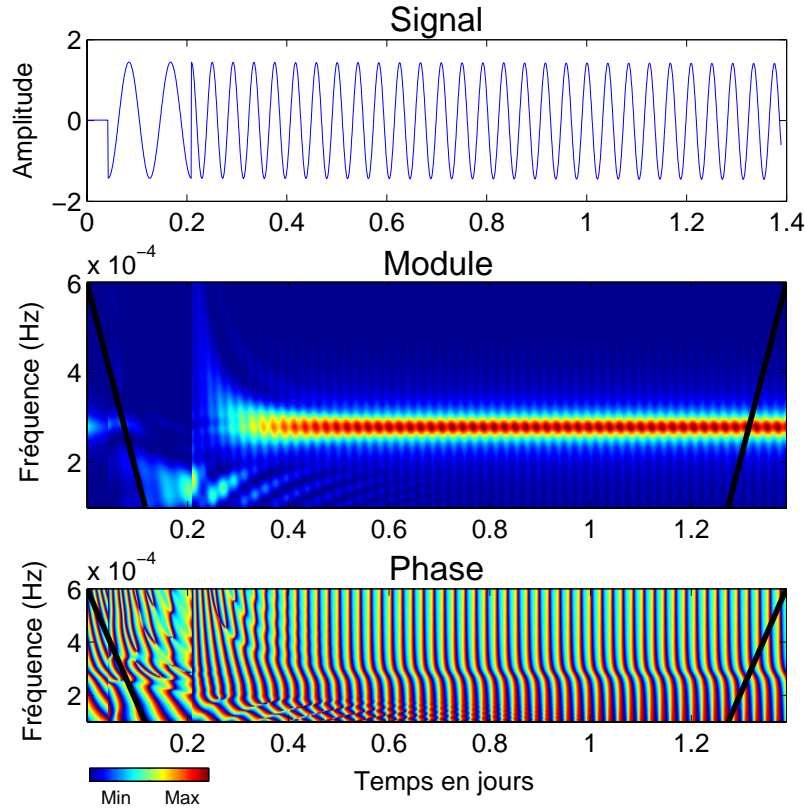
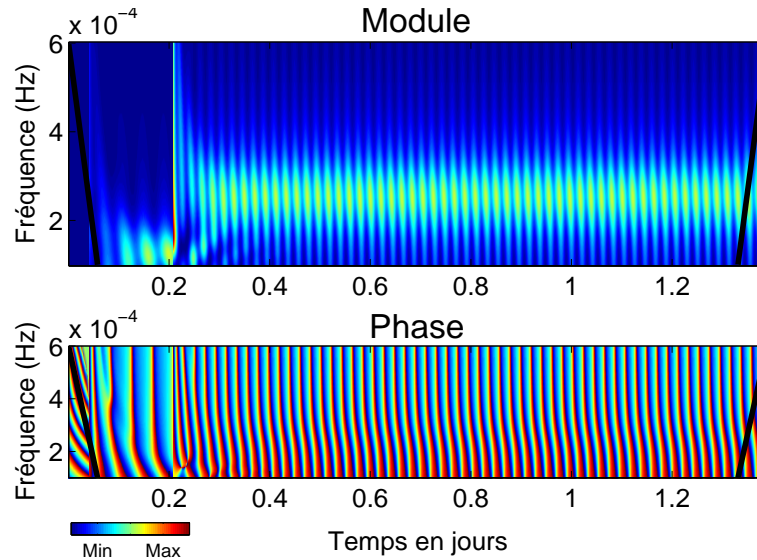
(a) $K = 0.5$ (b) $K = 2$ 

Fig. III. 19 Transformée en ondelettes « sinus amorti » d'une brutale variation de fréquence. De haut en bas, le signal, le module et la phase sont représentés. La variation brutale de fréquence est soulignée par un décalage dans les fréquences d'environ $1.4 \cdot 10^{-4}$ Hz (2 h) à environ $2.8 \cdot 10^{-4}$ Hz (1 h) à $t = 0.2$ jour. Ce sont bien les périodes du signal synthétique respectivement avant et après $t = 0.2$ jour. La variation brutale de fréquence est caractérisée également dans la phase par un gradient temporel élevé autour de $t = 0.2$ jour. Le paramètre K a été respectivement fixé à (a) 0.5 et (b) 2.

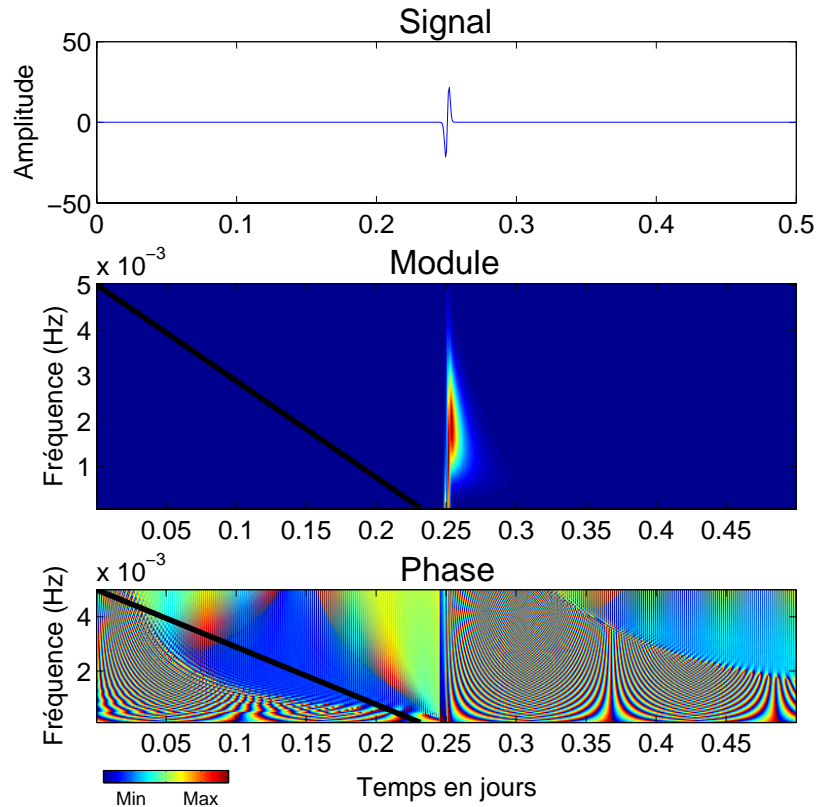
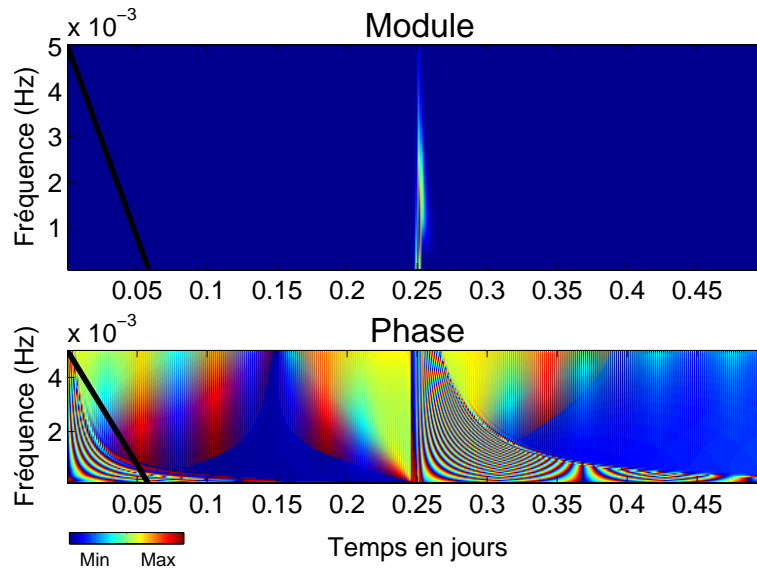
(a) $K = 0.5$ (b) $K = 2$ 

Fig. III. 20 Transformée en ondelettes « sinus amorti » d'une perturbation brutale du signal dans le temps. De haut en bas, le signal, le module et la phase sont représentés. La singularité est définie à $t = 0.25$ jour. Le trait épais noir à l'extrémité du module et de la phase marque la limite où les effets de bord deviennent importants. Nous sommes éloignés de la fin du signal, c'est pourquoi la limite des effets de bord à droite n'est pas visible. Le paramètre K a été respectivement fixé à (a) 0.5 et (b) 2.

Reprenons le cas d'un triplet de fréquences. Pour analyser une somme de sinusoides, il s'avère être plus efficace de prendre une valeur de K faible, voire très faible. Les amplitudes des trois sinusoides sont égales à un, leurs fréquences sont respectivement $5.9 \cdot 10^{-5}$ Hz, $6.5 \cdot 10^{-5}$ Hz et $7.1 \cdot 10^{-5}$ Hz, et le temps caractéristique τ est d'un jour. Nous avons représenté les scalogrammes, déterminés par transformée en ondelettes « sinus amorti », pour $K = 0.05$ (Fig. III. 21 a) et $K = 0.2$ (Fig. III. 21 b). La phase apporte une indication plus marquée sur le début du signal. Le module met en évidence les trois fréquences de façon aussi distincte qu'avec l'analyse en ondelettes de Morlet. La forme est respectée et le caractère amorti ressort nettement. Mais avec un K trop faible, le temps d'amortissement est artificiellement augmenté. Si l'on veut estimer l'amortissement, il est donc impératif d'estimer d'abord le paramètre K optimal (c'est-à-dire Q^{-1}). Cela fera l'objet d'un travail ultérieur.

Dans le cas d'une somme de trois sinusoides dont l'une est d'amplitude plus faible que les deux autres, il n'est pas possible de distinguer les trois pics de fréquence (Fig. III. 22) mais seulement les deux fréquences extrêmes, comme dans le cas de l'analyse avec une famille d'ondelettes de Morlet (cf. figure (III. 10)). L'ordre de grandeur optimal du paramètre K semble, là aussi, être de 0.05 (Fig. III. 22 b).

L'analyse en ondelettes « sinus amorti » d'un signal formé de la somme de trois sinusoides injectée dans les résidus de gravité à Strasbourg sur l'année 2000 a été réalisée (voir le module de la transformée en ondelettes « sinus amorti » sur la figure (III. 23)). Les deux fréquences extrêmes, d'amplitudes deux fois plus élevées que celle correspondant à la fréquence centrale, ressortent très bien, comme avec l'analyse en ondelettes de Morlet (cf. Fig. III. 11). Par contre, dans les deux cas, la fréquence centrale n'est pas du tout visible. La forme de sinusoides amorties s'observe clairement et le début du triplet d'oscillations périodiques est nettement marqué, contrairement au cas de l'ondelette de Morlet. La phase semble clairement marquer le début de l'oscillation.

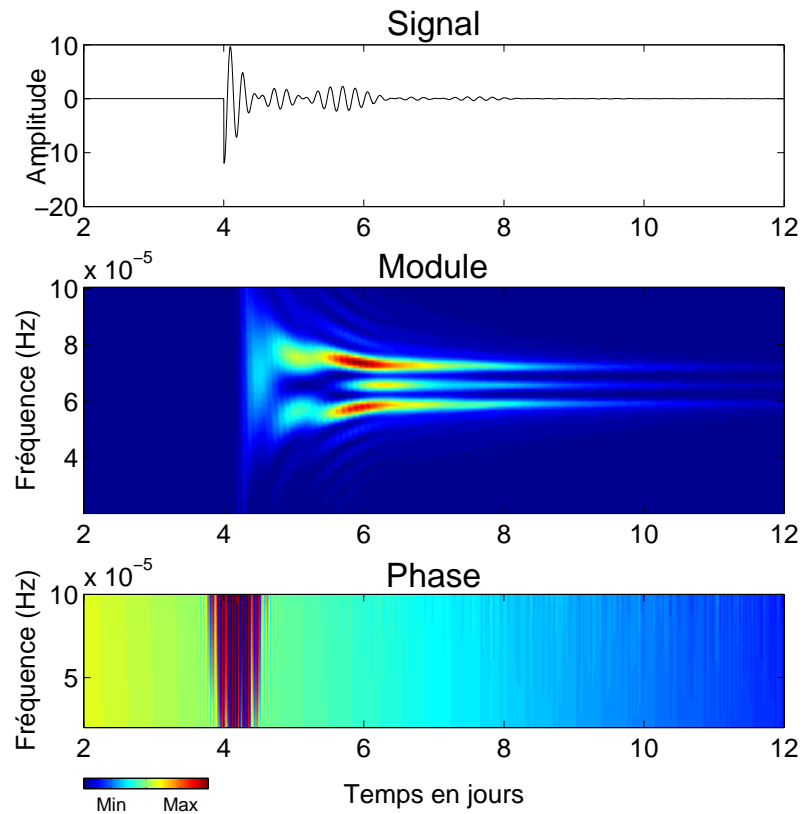
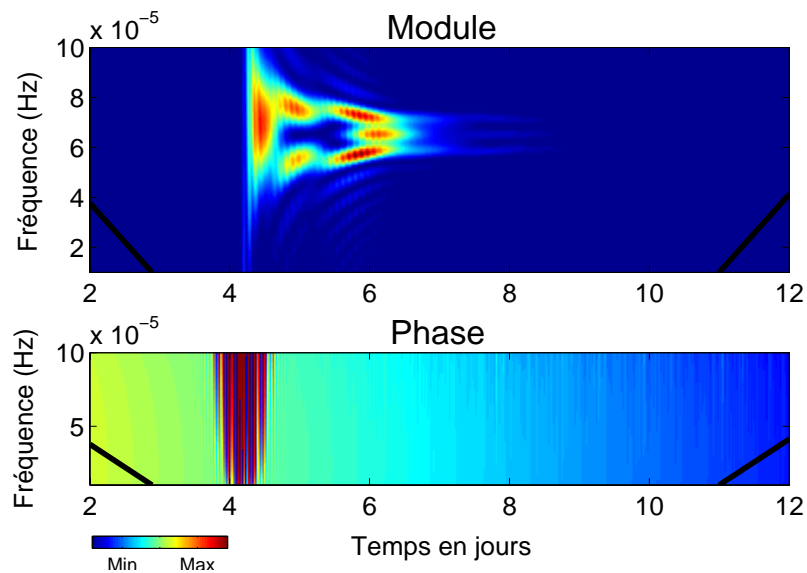
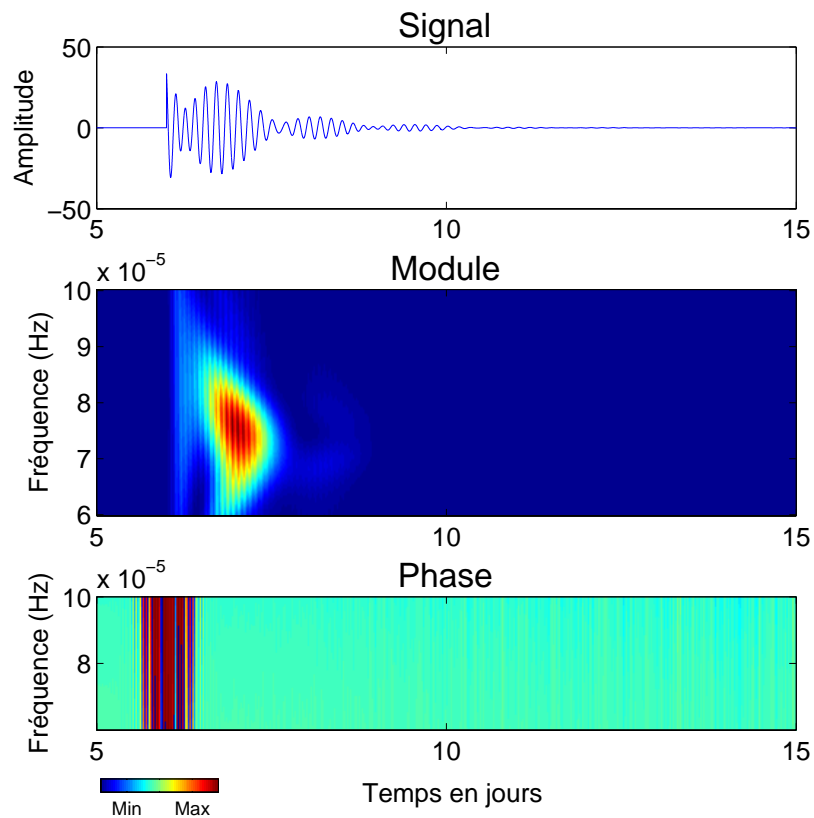
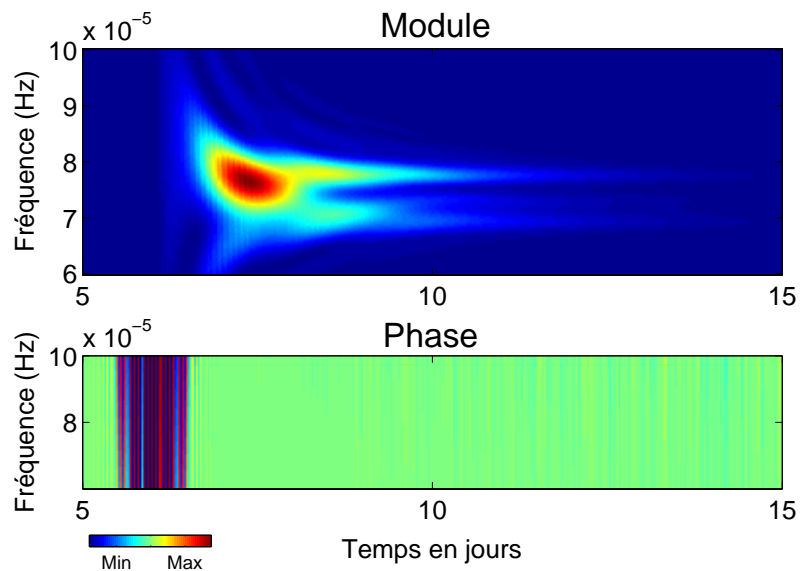
(a) $K = 0.05$ (b) $K = 0.2$ 

Fig. III. 21 Transformée en ondelettes « sinus amorti » d'une somme de trois sinusoides de fréquences rapprochées. De haut en bas, le signal, le module et la phase sont représentés. Les amplitudes des trois sinusoides sont égales à 1, leurs fréquences sont respectivement $5.9 \cdot 10^{-5}$ Hz, $6.5 \cdot 10^{-5}$ Hz et $7.1 \cdot 10^{-5}$ Hz, et le temps caractéristique τ d'amortissement est d'un jour. La phase apporte une indication plus marquée sur le début du signal. Le module met en évidence le triplet de fréquences. Le paramètre K a été respectivement fixé à (a) 0.05 et (b) 0.2.

(a) $K = 0.5$ **(b) $K = 0.05$** 

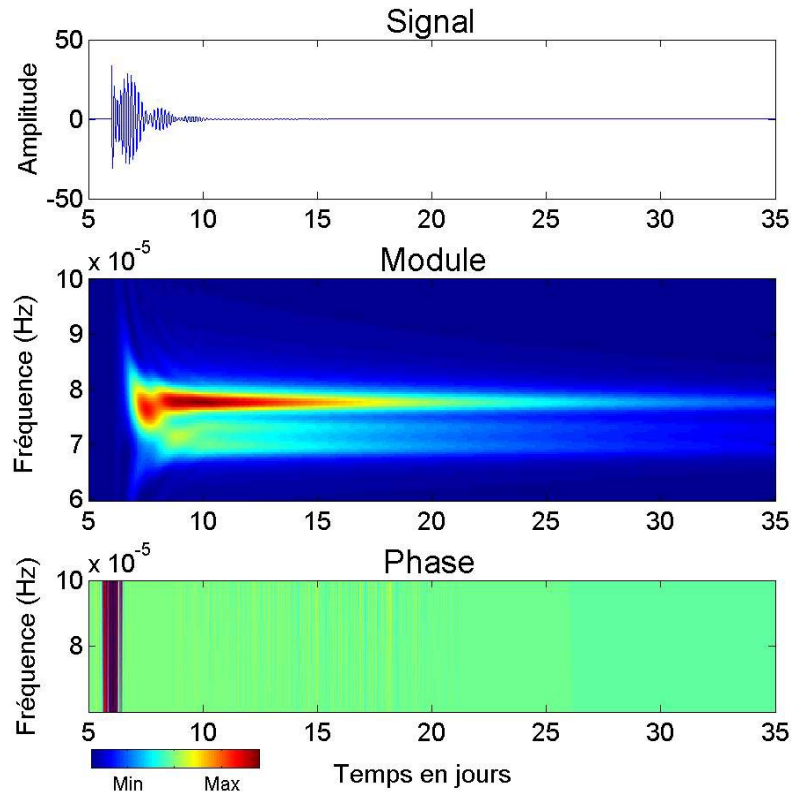
(c) $K = 0.005$ 

Fig. III. 22 Transformée en ondelettes « sinus amorti » de la somme de trois sinusoïdes d'amplitudes 2, 1, 2 nm/s^2 , d'amortissement 1 jour et de fréquences $6.92 \cdot 10^{-5}$, $7.37 \cdot 10^{-5}$ et $7.75 \cdot 10^{-5}$ Hz qui correspondent aux fréquences de Slichter proposées par Courtier et al. (2000). Le signal synthétique commence au temps $t_0 = 6$ jours. De haut en bas, le signal, le module et la phase sont représentés. Le paramètre K a été respectivement fixé à (a) 0.5, (b) 0.05 et (c) 0.005.

Lorsqu'on ajoute du bruit, la phase n'apporte plus d'information, c'est pourquoi nous ne l'avons pas dessinée dans les figures (III. 23) et (III. 24).

Dans le cas de la figure (III. 24), les trois amplitudes sont identiques et égales à 2 nm/s^2 . La fréquence centrale ressort alors mieux. Dans le cas d'une analyse en ondelettes de Morlet (Fig. III. 12), les trois fréquences sont visibles, en particulier la plus basse.

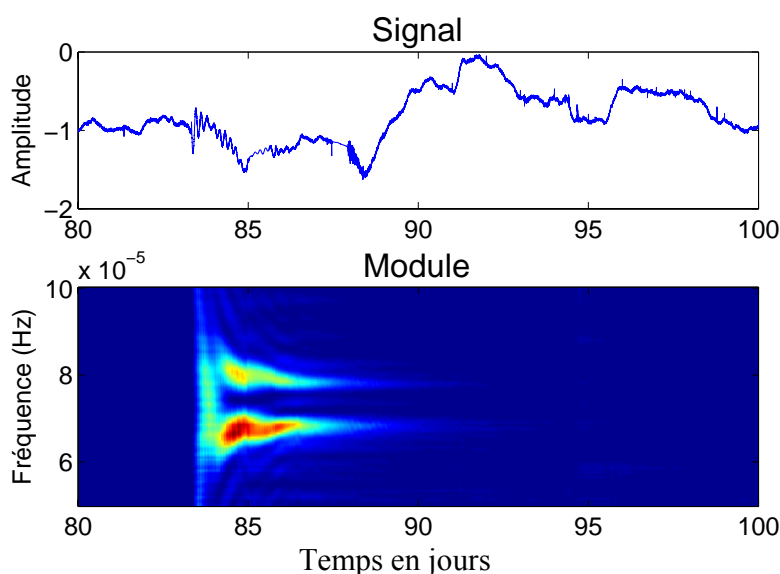
K = 0.05

Fig. III. 23 Transformée en ondelettes « sinus amorti » avec $K = 0.05$ de la somme de 3 sinusoïdes d'amplitudes 2, 1 et 2 nm/s^2 , d'amortissement 1 jour et de fréquences $6.92 \cdot 10^{-5}$, $7.37 \cdot 10^{-5}$ et $7.75 \cdot 10^{-5}$ Hz qui correspondent aux fréquences de Slichter proposées par Courtier et al. (2000). Ce triplet a été injecté au temps $t = 83$ jours dans les résidus 1 min à Strasbourg d'un an d'enregistrement sur l'année 2000. De haut en bas, le signal et le module sont représentés.

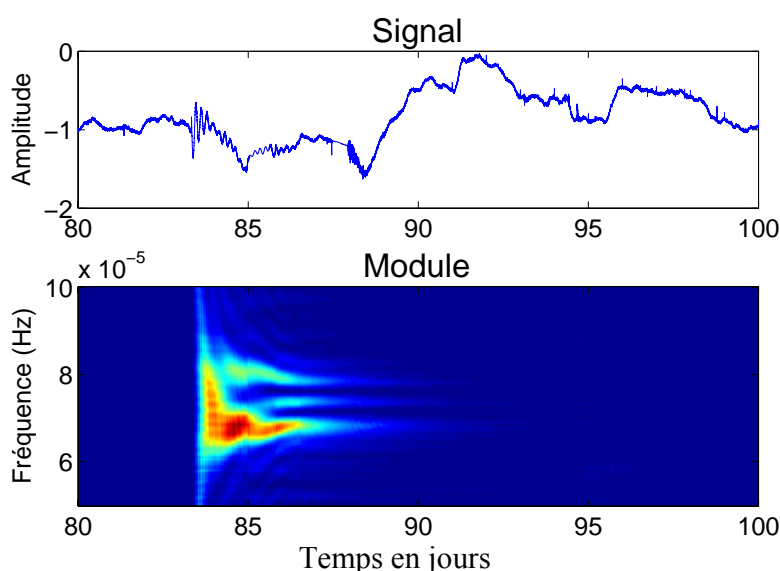
K = 0.05

Fig. III. 24 Transformée en ondelettes « sinus amorti » avec $K = 0.05$ de la somme de 3 sinusoïdes d'amplitudes 2 nm/s^2 , d'amortissement 1 jour et de fréquences $6.92 \cdot 10^{-5}$, $7.37 \cdot 10^{-5}$ et $7.75 \cdot 10^{-5}$ Hz qui correspondent aux fréquences de Slichter proposées par Courtier et al. (2000). Ces fréquences ont été injectées à $t = 83$ jours dans les résidus 1 min à Strasbourg d'un an d'enregistrement sur l'année 2000. De haut en bas, le signal et le module sont représentés.

III.3.5 Triplet de Slichter synthétique

Nous considérons la somme de trois sinusoïdes d'amplitudes 0.05 nm/s^2 , de fréquences $6.9186 \cdot 10^{-5}$, $7.3767 \cdot 10^{-5}$ et $7.7544 \cdot 10^{-5} \text{ Hz}$, sur 200000 points échantillonnés à une minute (la longueur du signal est donc d'environ 139 jours), injectée dans un bruit blanc d'écart – type 0.5 nm/s^2 . Ce triplet synthétique est amorti avec un temps caractéristique $\tau = 6$ jours, correspondant à un facteur de qualité de 120, qui est la valeur estimée par Smylie (1992) à partir de ses observations. Cette somme de sinusoïdes modélise l'effet en gravité, enregistré à une station de coordonnées (θ_i, ϕ_i) de la surface terrestre, du mouvement de translation de la graine sous la forme :

$$g = A_p \cos(\omega_p t - \phi_i) \sin(\theta_i) + A_a \cos(\omega_a t) \cos(\theta_i) + A_r \cos(\omega_r t + \phi_i) \sin(\theta_i)$$

Nous considérons ce signal aux stations Cantley, Canberra, Matsushiro, Strasbourg et Vienne. Il est évident qu'une analyse spectrale sur ces signaux synthétiques ne permet pas d'observer le triplet injecté, car il est de faible amplitude et n'est présent que 6 jours sur les 139 jours de données considérées. Cette modélisation simpliste pourrait être étendue à une simulation plus réaliste basée sur une succession aléatoire d'excitation de sinusoïdes amortie, de manière analogue à ce qu'ont fait Jensen et al. (1995b) et Hinderer et al. (1995).

La transformée en ondelettes « sinus amorti », avec un paramètre $K = 0.02$, des séquences issues de l'analyse multi – station effectuée à partir des signaux synthétiques aux stations Cantley, Canberra, Matsushiro, Strasbourg et Vienne donnent les trois scalogrammes de la figure (III. 25). Ces scalogrammes mettent clairement en évidence les trois modes $m = -1$ (Fig. III. 25 a), $m = 0$ (Fig. III. 25 b) et $m = 1$ (Fig. III. 25 c). L'inversion du mode rétrograde fait également ressortir le mode $m = -1$ (Fig. III. 25 c). Les maxima des scalogrammes correspondent aux fréquences détectées et sont très proches des fréquences injectées. Les différences observées proviennent du manque de résolution fréquentiel de notre analyse. Nous avons réalisé le calcul sur 100 échelles réparties dans la bande de fréquences allant de $6 \cdot 10^{-5} \text{ Hz}$ à 10^{-4} Hz . Si l'on veut déterminer avec précision la valeur de fréquence correspondant au maximum du spectrogramme, il faut refaire une analyse en ondelettes en centrant l'analyse sur une bande de fréquence plus étroite et/ou augmenter le nombre d'échelles auxquelles les calculs ont été effectués. Mais il restera toujours une incertitude liée à l'étalement de l'ondelette en fréquence et en temps.

Si on introduit les coordonnées de la station Sutherland dans l'analyse multi – station, seul le mode axial ressort nettement du bruit et correspond au maximum du scalogramme (

Fig. III. 26 b). Nous avons déjà constaté au chapitre I que l'introduction de Sutherland renforçait le mode axial au détriment des deux modes équatoriaux, par sa situation géographique. La fréquence du maximum pour le mode axial est exactement la valeur de la fréquence injectée. Les modes prograde et rétrograde sont certes visibles, mais d'autres zones du scalogramme sont mises en valeur (Fig. III. 26 a et c) et le maximum du scalogramme ne permet pas de retrouver la fréquence du signal injecté. L'ondelette « sinus amorti », de paramètre K faible, est appropriée à la détection de signaux harmoniques amortis, mais elle peut également se corrélérer avec du bruit lorsque le signal cherché est d'amplitude proche du niveau de bruit. Le bruit a en effet parfois une forme de perturbation brutale dans le temps, comme une sinusoïde rapidement amortie. L'ondelette « sinus amorti » se corrèle alors très bien avec cette forme de bruit. C'est ce qui doit se passer dans le cas des figures (III. 26) (a) et (c).

III.4 Conclusion

L'analyse multi – échelle par transformée en ondelettes est sans conteste une méthode plus efficace pour l'étude de signaux non stationnaires que la transformée de Fourier. Nous avons comparé deux familles d'ondelettes sur des signaux synthétiques, la première étant la très répandue famille d'ondelettes de Morlet, la seconde est une famille que nous avons générée afin de respecter la forme de sinusoïde amortie, qui est le type de signal couramment utilisé pour modéliser des modes propres sismiques ou sub-sismique, tel que le triplet de Slichter.

L'ondelette « sinus amorti » n'est pas simplement une fonction sinusoïde amortie, déjà connue et utilisée par ailleurs en sismologie ou en sismique par exemple, mais nous avons considéré le rapport temps de relaxation sur la période constant et nous lui avons ajouté un terme correctif, afin de la rendre admissible. Cet ajout d'un terme correctif est comparable à celui apporté à la sinusoïde d'enveloppe gaussienne, pour la rendre admissible et former l'ondelette de Morlet. C'est le caractère d'admissibilité qui confère aux ondelettes la possibilité de générer une famille de fonctions orthogonales pour la représentation et la reconstruction des signaux.

Nous avons montré que l'ondelette « sinus amorti » est plus apte à détecter le début d'une oscillation, par le module (comparaison Fig. III. 12 et Fig. III. 24) ou par la phase (comparaison Fig. III. 10 et Fig. III. 22) et surtout permet d'apporter de l'information sur le temps d'amortissement du signal. Nous verrons par la suite qu'elle est également très sensible à toute petite perturbation dans le signal, contrairement à l'ondelette de Morlet qui peut être qualifiée de plus 'grossière'. L'analyse avec l'ondelette de Morlet pourra donc servir de repérage pour la présence de signaux dans des données réels, mais pour repérer le début du signal et estimer son amortissement, l'ondelette de type sinusoïde amortie est mieux appropriée.

En outre, la phase peut apporter de l'information si le rapport signal sur bruit est suffisant, mais dans la recherche de faibles signaux tels que le triplet de Slichter, elle sera certainement inutile.

L'ondelette « sinus amorti », que nous avons rendue admissible, est un outil performant pour détecter les modulations de signaux mais aussi et surtout la présence de signaux harmoniques amortis. Cependant, la présence de bruit dans les signaux dégrade la qualité de l'analyse en ondelettes dans la mesure où l'ondelette « sinus amorti » peut se corrélérer avec du bruit et ainsi faire apparaître du signal là où il n'y en a pas. Lors de la recherche de triplets de fréquences, dans des données réelles au chapitre II de la dernière partie, il faudra donc être précautionneux dans les interprétations des scalogrammes.

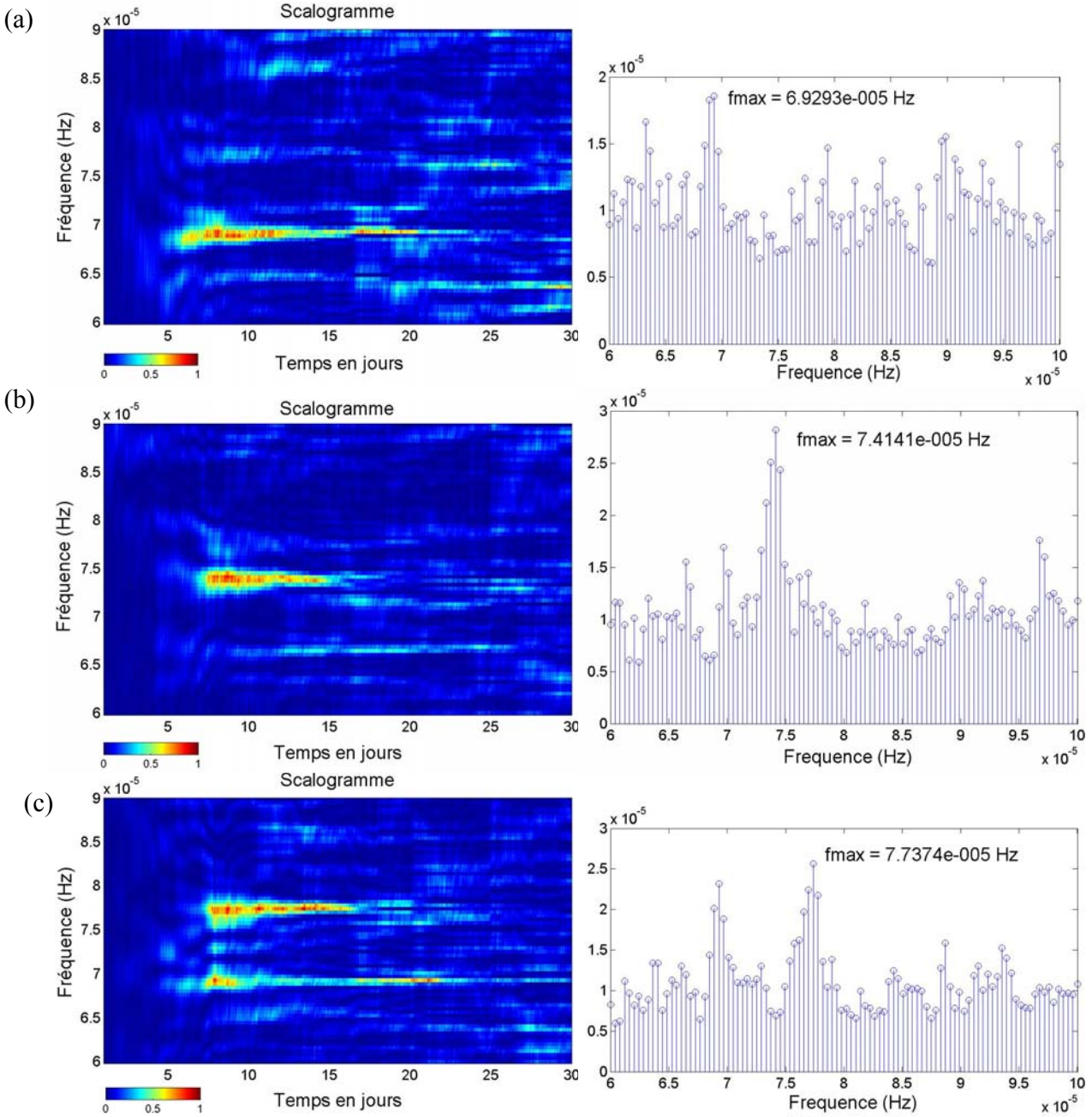


Fig. III. 25 Transformée en ondelettes « sinus amorti » (gauche) et valeurs maximales pour chaque fréquence du scalogramme (droite) des séquences (a) prograde, (b) axiale et (c) rétrograde issues de l'analyse multi – station aux stations Cantley, Canberra, Matsushiro, Strasbourg et Vienne, des synthétiques constitués de la somme de trois sinusôides d'amplitude 0.05 nm/s^2 , de temps caractéristique 6 jours et de fréquences $6.92 \cdot 10^{-5}$, $7.37 \cdot 10^{-5}$ et $7.75 \cdot 10^{-5} \text{ Hz}$ qui correspondent aux fréquences de Slichter proposées par Courtier et al. (2000). Ce triplet de fréquences a été injecté au temps initial $t = 4$ jours dans un bruit blanc d'écart type 0.5 nm/s^2 . Le paramètre K utilisé est de 0.02.

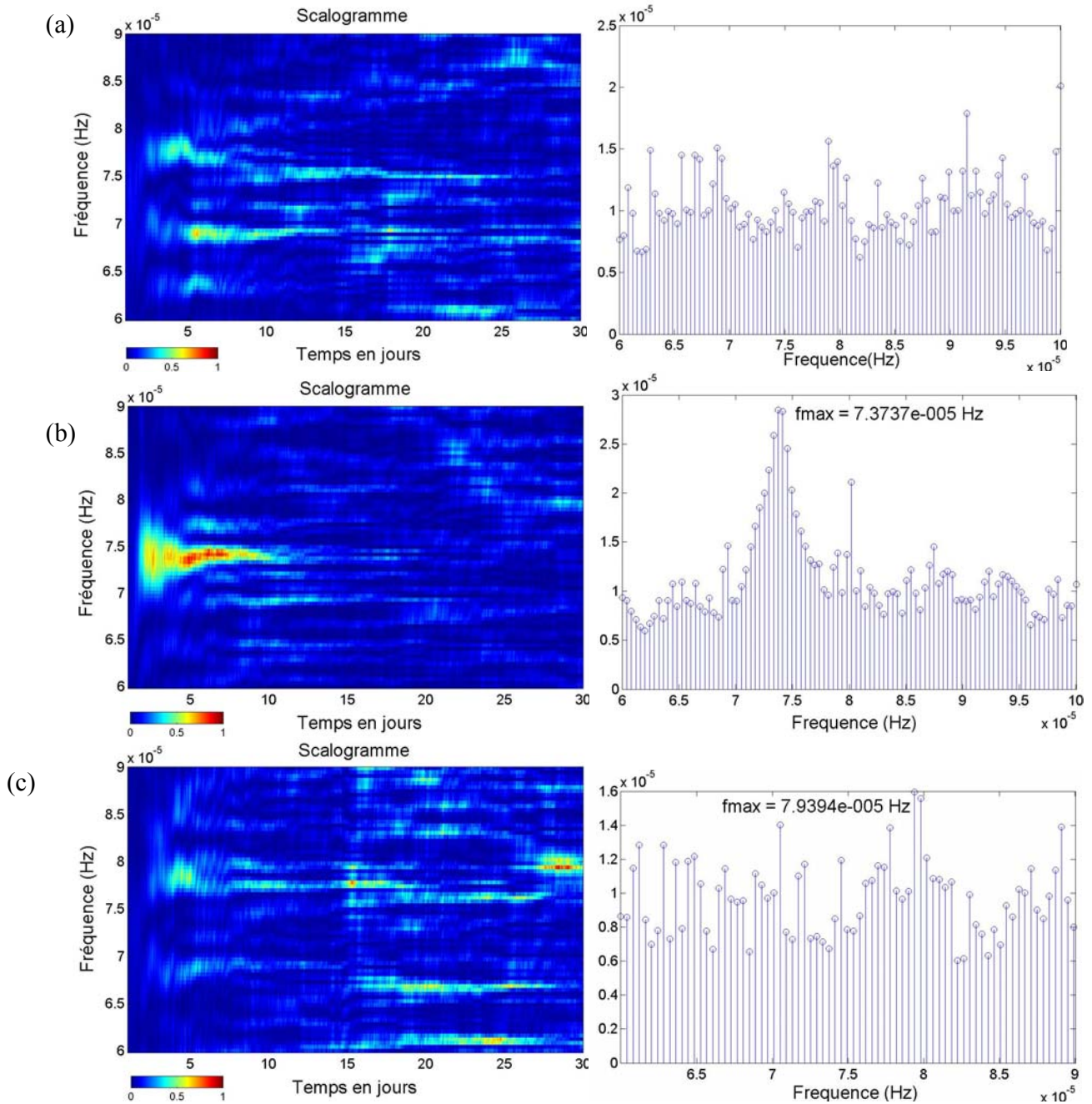


Fig. III. 26 Transformée en ondelettes « sinus amorti » (gauche) et valeurs maximales pour chaque fréquence du scalogramme (droite) des séquences (a) prograde, (b) axiale et (c) rétrograde issues de l'analyse multi – station aux stations Cantley, Canberra, Matsushiro, Strasbourg, Sutherland et Vienne, des synthétiques constitués de la somme de trois sinusoïdes d'amplitude 0.05 nm/s^2 , de temps caractéristique 6 jours et de fréquences 6.92×10^{-5} , 7.37×10^{-5} et $7.75 \times 10^{-5} \text{ Hz}$ qui correspondent aux fréquences de Slichter proposées par Courtier et al. (2000). Ce triplet a été injecté au temps initial $t = 4$ jours dans un bruit blanc d'écart type 0.5 nm/s^2 . Le paramètre K utilisé est de 0.02.

Quatrième partie

Apport des gravimètres supraconducteurs à l'étude des modes sismiques et sub- sismiques

I.1 Intérêt des modes sismiques les plus graves

*C'est une erreur capitale que de bâtir des théories tant qu'on n'a pas de données.
Insensiblement, on se met à torturer les faits pour les faire cadrer avec les théories,
Au lieu d'adapter les théories aux faits.*

Sir Arthur Conan Doyle, *Sherlock Holmes, Un scandale en Bohême*

CHAPITRE I

Apport des gravimètres supraconducteurs à l'étude des modes sismiques longue période

Des études précédentes ont montré que les gravimètres supraconducteurs (dans la suite nous utilisons la notation SG) n'étaient pas d'aussi bonne qualité que les sismomètres STS-1 dans la bande sismique (Freybourger et al., 1997 ; Van Camp, 1999). Cependant des résultats plus récents (Widmer-Schmidrig, 2003) et l'analyse des niveaux de bruit dans les stations GGP du chapitre I de la deuxième partie, ont prouvé que la nouvelle génération de SG pouvait surpasser, en terme de niveaux de densités spectrales, les meilleurs sismomètres longue période dans la bande sismique 0.3 - 1 mHz.

Dans ce chapitre nous mettons en évidence la contribution unique des SG à la sismologie longue période à travers deux exemples 1/ l'étude du splitting du mode propre fondamental ${}_0S_2$ et 2/ la détection du mode sismique longue période ${}_2S_1$.

Ces résultats ont fait l'objet d'une publication insérée à la fin de cet ouvrage.

I.1. Intérêt des modes sismiques les plus graves

Les fréquences des modes dépendent de la forme de la Terre, de la structure en densité, du module de cisaillement et du module d'incompressibilité. En outre, la profondeur de pénétration des contraintes augmente avec la période d'oscillation. Les ondes sismiques longues périodes sont donc capables d'échantillonner l'intérieur profond de la Terre. La connaissance de la structure interne de la Terre nécessite donc, entre autre, l'étude des modes propres les plus graves.

Le mode propre sismique le plus grave est ${}_0S_2$, appelé le mode « football » (voir chapitre I de la première partie) de par la forme de la Terre perturbée qui se déforme sous la forme d'un ballon de rugby. La Terre entière prend part à ce mouvement (Fig. I. 1).

Le deuxième mode sismique sphéroïdal le plus grave après ${}_0S_2$ est ${}_2S_1$. Il s'agit d'un mode de degré un, particulier dans la mesure où il implique une translation presque solide à la fois de la graine et du noyau liquide dans la même direction (Fig. I. 2). Il s'agit du premier harmonique du mode sub-sismique ${}_1S_1$, appelé mode de Slichter, qui consiste en une translation rigide de la graine solide par rapport au noyau fluide et au manteau.

L'amélioration des modèles de densité 1D est réalisable à partir de l'observation du splitting de Zeeman (splitting dû à la rotation) de multiplets et du couplage de Coriolis entre des multiplets sphéroïdaux et toroïdaux (Widmer-Schmidrig, 2003). Le splitting dû à la rotation est important pour les modes graves du fait de leur plus grande proximité de la fréquence de rotation terrestre. Incidemment, les SG ont contribué à quelques uns des meilleures identifications du mode fondamental toroïdal ${}_0T_2$ (Zürn et al., 2000). De plus, le splitting des modes au-dessous de 1 mHz est fortement sensible à la structure de densité 3D du manteau et du noyau terrestres. Ainsi, les SG vont apporter des contraintes supplémentaires sur les modèles de densité à travers l'observation du splitting des modes les plus graves.

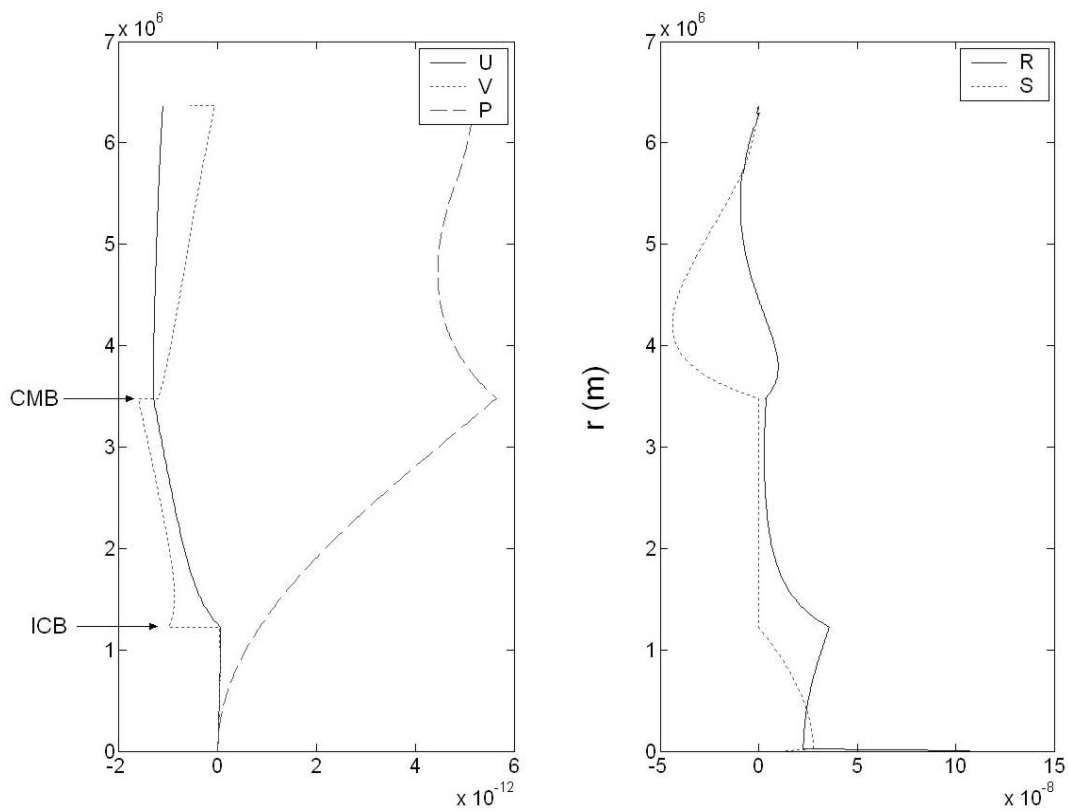


Fig. I. 1 *Fonctions propres normalisées du mode sismique ${}_0S_2$ (MINOS). U, V, P, R et S désignent respectivement le déplacement radial, le déplacement transverse, la perturbation du potentiel, la contrainte radiale et la contrainte transverse.*

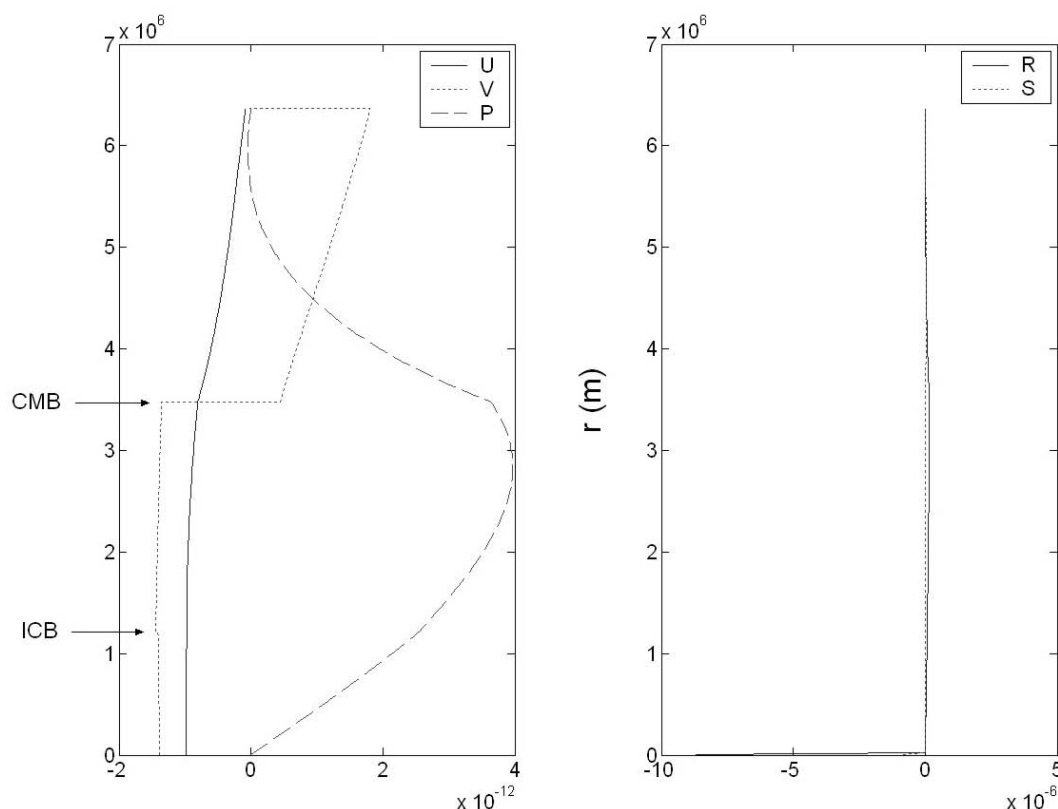


Fig. I. 2 Fonctions propres normalisées du mode sismique $2S_1$ (MINOS). U , V , P , R et S désignent respectivement le déplacement radial, le déplacement transverse, la perturbation du potentiel, la contrainte radiale et la contrainte transverse.

I.2. Analyses spectrales après le séisme du Pérou

Le séisme du Pérou du 23 juin 2001 de magnitude $M_s = 8.4$, a permis de s'orienter vers l'étude des modes propres sismiques les plus graves. Les résidus de gravité considérés par la suite ont été obtenus à chaque station par soustraction d'une marée synthétique locale et de l'effet de pression atmosphérique locale via un facteur d'admittance de $-3 \text{ nm/s}^2/\text{hPa}$.

I.2.1 Effet de la réduction de pression atmosphérique

Pour des fréquences inférieures à 1 mHz, la correction de pression atmosphérique diminue considérablement le niveau de bruit des sismomètres et des gravimètres relatifs (Zürn et Widmer, 1995 ; Beaudin, 1996 ; Beaudin et al., 1996 ; Freybourger et al., 1997 ; Rault et Crawford, 2000 ; Rosat et al., 2002 ; voir aussi le chapitre I de la deuxième partie). La figure (I. 3) illustre l'importance de la réduction de pression atmosphérique locale sur l'étude des modes propres sismiques longue période. Les données du sismomètre STS-1 de Matsushiro et

du SG de Strasbourg mettent clairement en évidence les modes propres fondamentaux ${}_0S_2$, ${}_0S_3$ et ${}_0S_4$ après correction de pression.

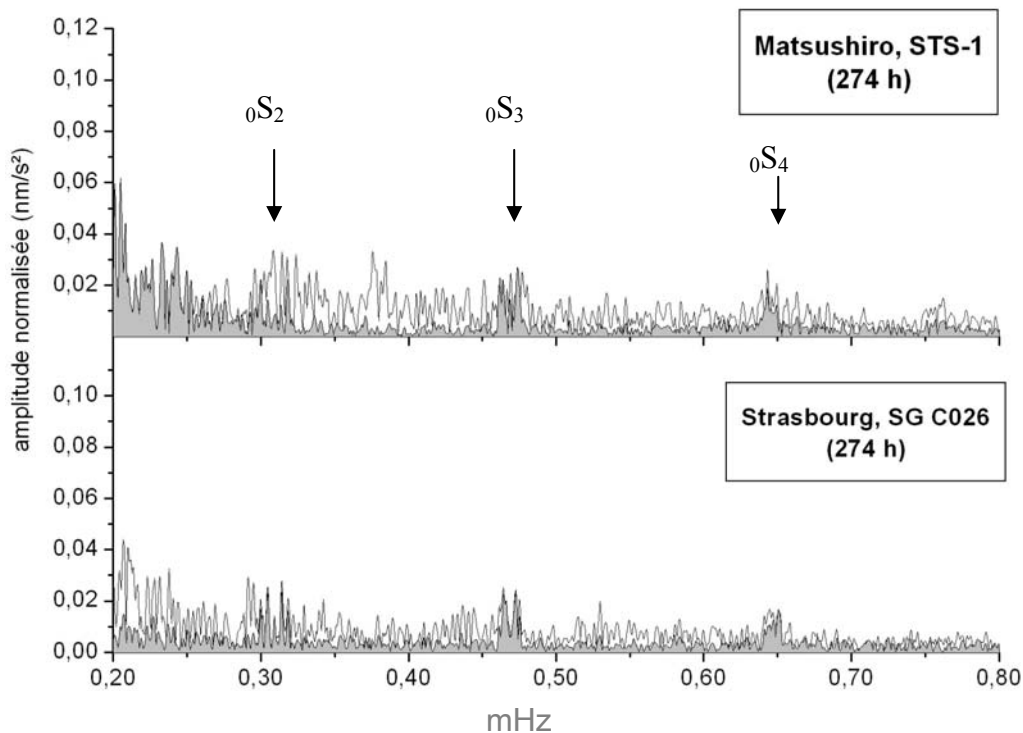


Fig. I. 3 *Influence de la correction de l'effet de la pression atmosphérique locale sur le spectre de l'enregistrement du sismomètre STS-1 à Matsushiro et du SG à Strasbourg après le séisme du Pérou de 2001. Dans le spectre en grisé, la pression a été ôtée via une admittance barométrique constante de $-3 \text{ nm/s}^2/\text{hPa}$.*

L'utilisation d'une admittance variable en fonction de la fréquence permettrait d'améliorer légèrement le rapport signal sur bruit des modes propres sismiques, puisque l'admittance barométrique évolue en fonction de la période étudiée et en fonction de la fréquence des phénomènes étudiés (Crossley et al., 1995).

I.2.2 Comparaison sismomètres et gravimètres supraconducteurs

L'étude des niveaux de bruit dans la bande sismique longue période (cf. paragraphe I.4 du chapitre I de la deuxième partie) a montré que les gravimètres supraconducteurs atteignaient des niveaux de bruit meilleurs que la plupart des sismomètres Streckeisen STS-1. Les amplitudes spectrales des données enregistrées par des gravimètres supraconducteurs sont comparées sur les figures (I. 4) et (I. 5) aux enregistrements verticaux de sismomètres STS-1 à Canberra, Australie (station du réseau GEOSCOPE) et Matsushiro, Japon (station du réseau GSN). A Canberra et Matsushiro, le rapport signal sur bruit est plus grand pour les SG que pour les STS-1. A Canberra, le mode ${}_1S_2$, d'amplitude proche du nanogal (10^{-2} nm/s^2), est clairement visible. Le niveau de détection des petits signaux atteint donc le nanogal dans cette bande de fréquence pour cette station.

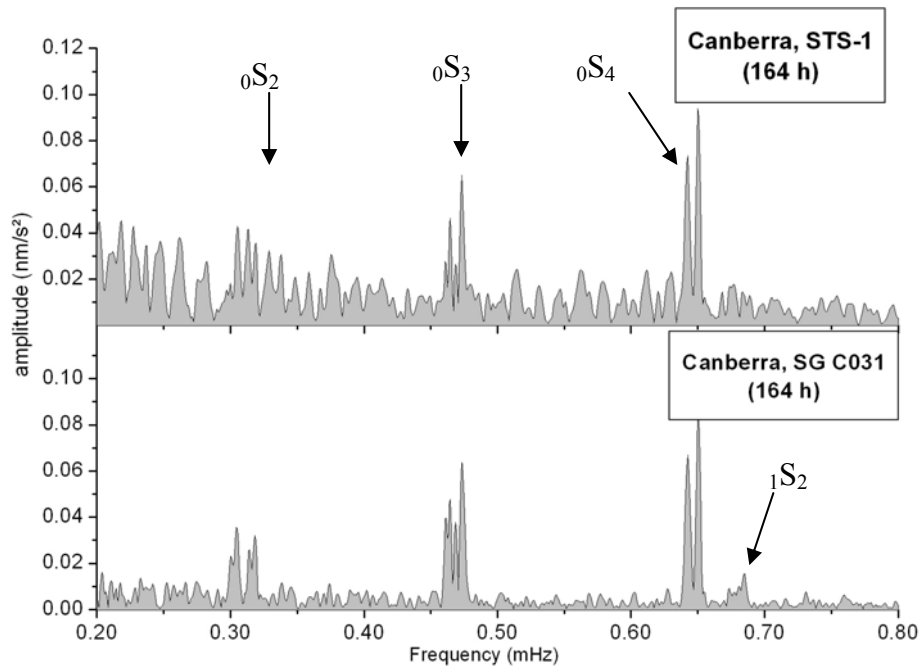


Fig. I. 4 Spectres d'amplitude sur 164 h d'enregistrement du sismomètre STS-1 (en haut) et du gravimètre supraconducteur (en bas) à Canberra (Australie) après le séisme du Pérou de juin 2001.

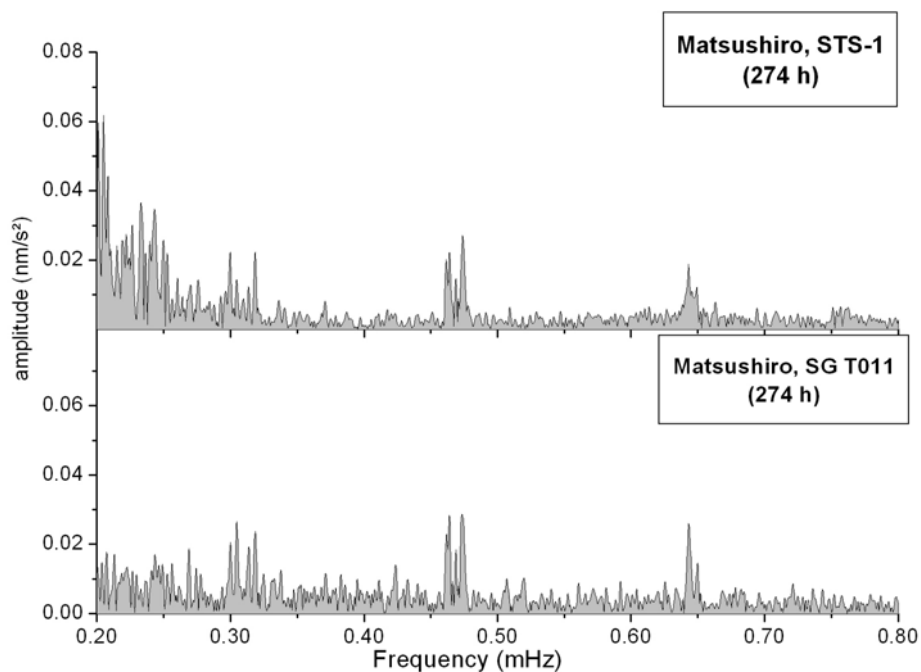


Fig. I. 5 Spectres d'amplitude sur 274 h d'enregistrement du sismomètre STS-1 (en haut) et du gravimètre supraconducteur (en bas) à Matsushiro (Japon) après le séisme du Pérou de juin 2001.

I.3. Etude du splitting du mode sphéroïdal ${}_0S_2$

I.3.1 Etude des fréquences propres

Précédemment nous avons montré des spectres calculés sur 164 h ou sur 274 h après l'occurrence du séisme du Pérou. La longueur sur laquelle le spectre est calculé dépend de l'amortissement du mode que l'on cherche à étudier. En général, on considère un enregistrement de longueur correspondant au temps d'amortissement τ , soit 1 Q - cycle, (Dahlen, 1982) où Q est le facteur de qualité du mode étudié. Il s'agit d'un compromis entre la résolution spectrale et l'atténuation du signal (rapport signal sur bruit). Dans le cas de ${}_0S_2$, si l'on prend 164 h de données, la résolution spectrale peut être améliorée afin d'étudier le splitting (cf. Fig. I. 6). Ainsi sur 274 h de données, la résolution est meilleure et permet de mieux distinguer les cinq singlets qui composent le mode ${}_0S_2$ (cf. Fig. I. 7). Il n'est pas possible de considérer un enregistrement plus long à cause de la présence d'un second événement 13 jours après le début du séisme du Pérou. Un agrandissement sur le mode propre fondamental ${}_0S_2$ est représenté sur la figure (I. 8).

Pour la première fois, une identification parfaite des cinq singlets qui composent le mode ${}_0S_2$ est possible à l'aide d'un seul enregistrement.

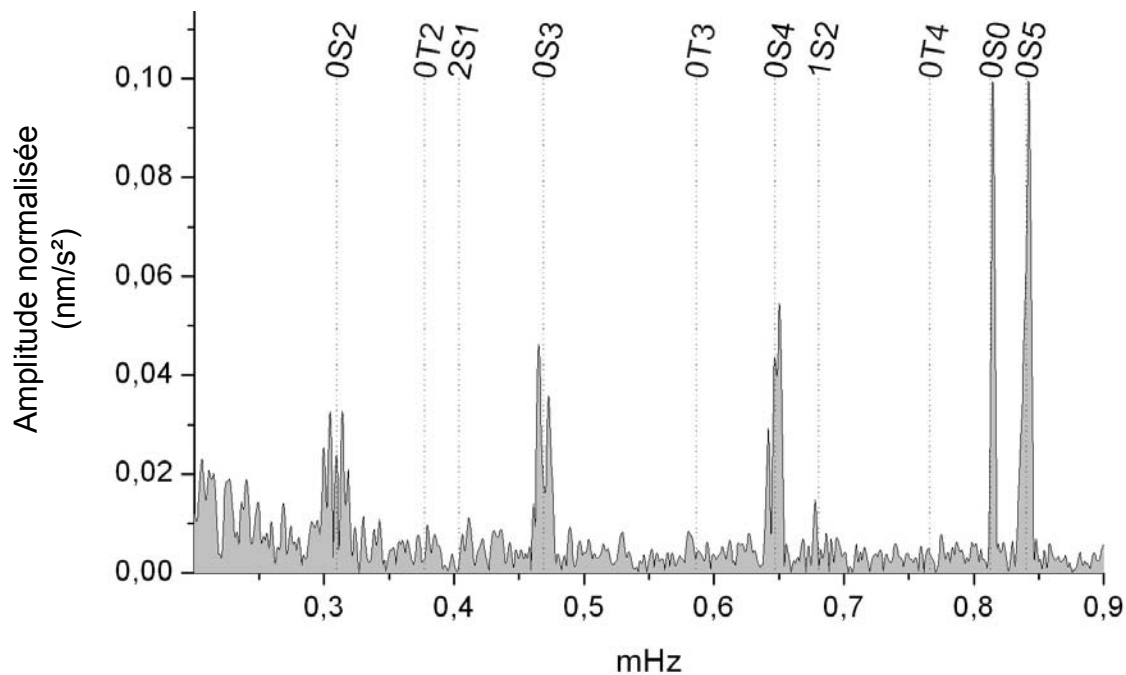


Fig. I. 6 Spectre d'amplitude normalisé à Strasbourg sur 164 h d'enregistrement du SG après le séisme du Pérou.

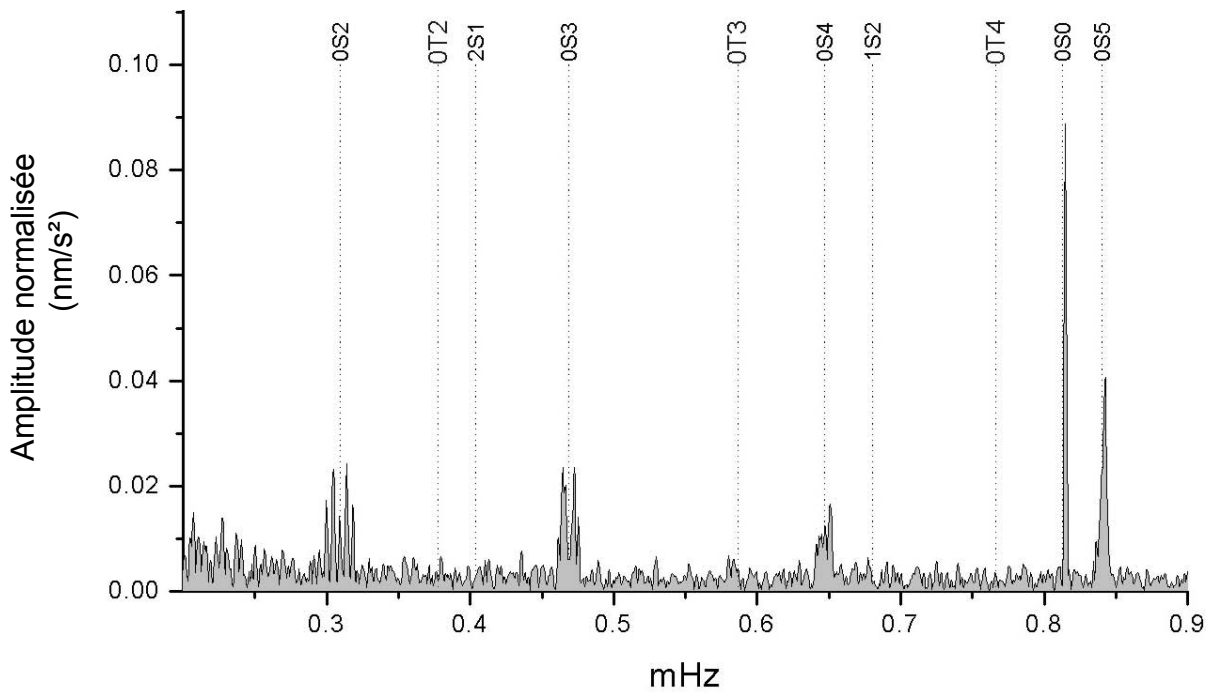


Fig. I. 7 Spectre d'amplitude normalisé à Strasbourg sur 274 h d'enregistrement du SG après le séisme du Pérou.

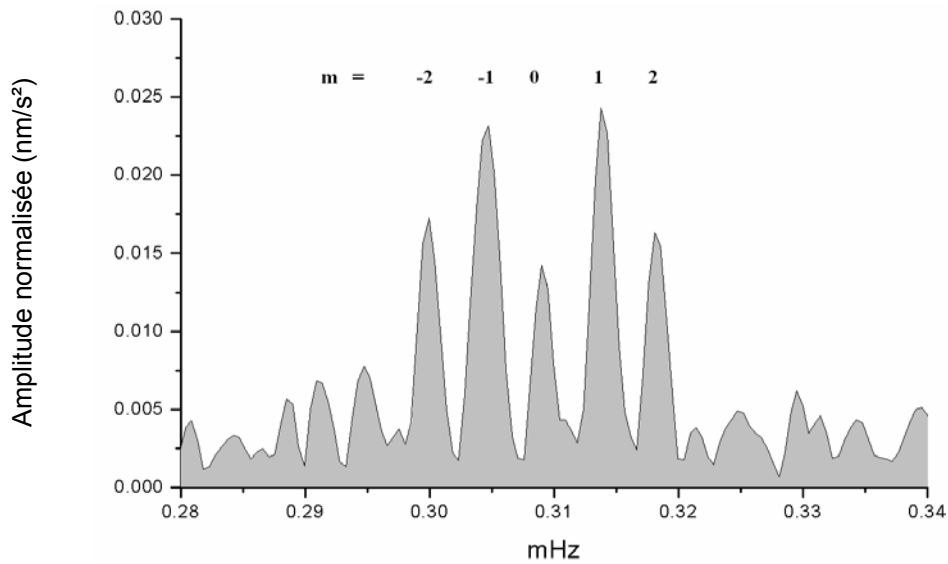


Fig. I. 8 Spectre d'amplitude à Strasbourg (ST) sur 274 h d'enregistrement du SG après le séisme du Pérou. Zoom sur le mode fondamental $0S_2$.

L'analyse spectrale des données d'autres stations du réseau GGP est présentée sur la figure (I. 9) pour les gravimètres cryogéniques à Canberra (Australie), Esashi (Japon), Moxa (Allemagne) et Ny-Alesund (Norvège).

L'instrument à Moxa est un SG à double sphère. Pour l'étude de ${}_0S_2$ nous n'avons considéré que les données correspondant à la sphère du bas, celle du haut donnant un spectre d'amplitude équivalent. A Canberra, quatre singlets sur les cinq sont clairement visibles. Celui correspondant à l'ordre $m = 0$ n'est pas présent. Le calcul de l'excitation théorique de ${}_0S_2$ après le séisme du Pérou (cf. Fig. I. 10) confirme que Canberra est sur un nœud pour ce mode et ce séisme. A Esashi, seuls les singlets pour $m = -1, 1$ et 2 sont visibles et à Moxa ceux pour $m = -1, 0, 1$ et 2 . A Ny-Alesund, seul le mode axial ($m = 0$) est observé.

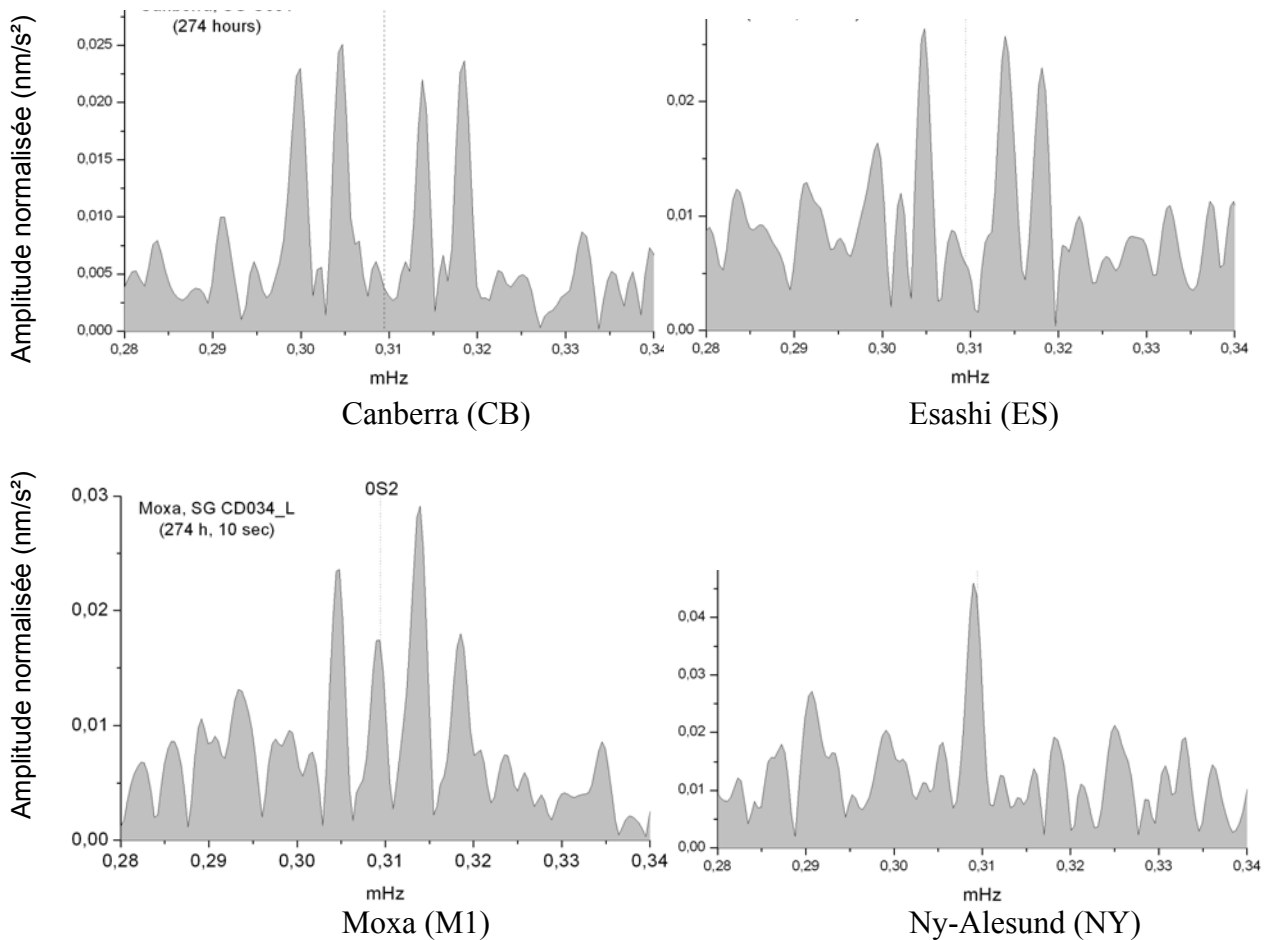


Fig. I. 9 Spectres d'amplitude normalisés en nm/s² sur 274 h d'enregistrement de SG après le séisme du Pérou aux stations GGP de Canberra (Australie), Esashi (Japon), Moxa (Allemagne) et Ny-Alesund (Norvège). Zoom sur le mode fondamental ${}_0S_2$.

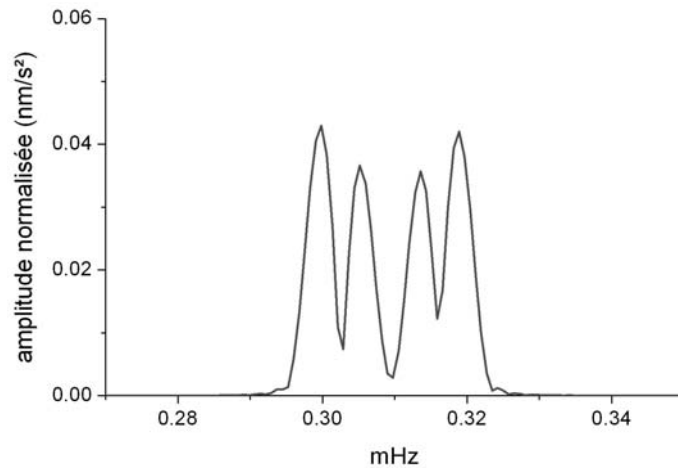


Fig. I. 10 *Spectre normalisé de l'excitation à Canberra du mode $0S_2$ après le séisme du Pérou prédite par la théorie pour un modèle de Terre hydrostatique en rotation.*

Afin de déterminer les fréquences propres de $0S_2$ que l'on observe à partir des données des gravimètres cryogéniques, on peut ajuster à chaque pic spectral k une fonction de résonance, qui s'écrit, en ne considérant que les fréquences positives :

$$r_k(\omega) = \frac{1}{2[\alpha_k + i(\omega - \omega_k)]}, \quad (\text{I. 1})$$

avec α_k le taux d'amortissement défini en fonction du facteur de qualité Q par $\alpha_k = \omega_k/(2Q_k)$ et ω_k la pulsation du mode k considéré (Dahlen et Tromp, 1998). Les erreurs peuvent être déterminées de différentes manières. Soit on considère les erreurs formelles qui ne tiennent compte que du processus d'ajustement, soit on évalue des erreurs en utilisant la méthode proposée par Dahlen (1976 ou 1982). La première méthode de Dahlen (1976) permet d'estimer des erreurs sur l'estimation de fréquence à partir du rapport signal sur bruit de chaque singlet. La seconde (Dahlen, 1982) est basée sur un calcul qui tient compte de l'erreur d'ajustement et de la fenêtre d'apodisation utilisée pour le calcul spectral. Dans notre cas, les erreurs estimées par la méthode de Dahlen (1982) sont du même ordre de grandeur que les erreurs formelles, alors que celles évaluées à partir du rapport signal sur bruit sont d'un ordre de grandeur plus élevées. Les erreurs purement formelles n'ont pas grand intérêt ; au contraire, des erreurs basées sur le rapport signal sur bruit ont clairement plus de signification et sont donc à considérer dans toute estimation de fréquence.

Nous avons appliqué la méthode de sommation de Cummins, présentée au chapitre I de la troisième partie, et pour chaque ordre m rehaussé, la fréquence a été estimée par ajustement d'une fonction de résonance définie par la relation (I. 1). Ces estimations des cinq fréquences propres sont comparées dans le tableau (I. 1) et sur la figure (I. 11) avec les valeurs obtenues par analyse d'un seul spectre (Strasbourg), avec celles observées par Ritzwoller et al. (1986), par Lindberg (1986) et Buland et al. (1979), ainsi qu'avec les valeurs que nous avons estimées pour les modèles de Terre PREM isotrope et 1066A. Notre estimation des fréquences propres splittées par la rotation et l'aplatissement de la Terre est basée sur la méthode de perturbation au premier ordre en ellipticité et au second ordre en

rotation de Dahlen et Sailor (1979) que nous avons appliquée aux fonctions propres calculées à l'aide du code MINOS (Woodhouse, 1988).

Les valeurs proposées par Lindberg (1986) ont été obtenues à partir d'une somme en harmoniques sphériques des enregistrements de sept stations équipées avec des gravimètres Lacoste - Romberg du réseau IDA après le séisme indonésien de 1977. Buland et al. (1979) ont effectué également un stack de six enregistrements de stations longue période du réseau IDA sur 155 h après le séisme d'Indonésie de 1977. Ritzwoller et al. (1986) ont appliqué une méthode de 'stacking et stripping' à partir de plus d'une centaine d'enregistrements, après plusieurs séismes, et en ont déduit des fréquences pour ${}_0S_2$.

Fréquences propres de ${}_0S_2$ (mHz)	$m = -2$	$m = -1$	$m = 0$	$m = 1$	$m = 2$	<i>moyenne</i>
Strasbourg (C026)	0.29986 $\pm 5.3 \cdot 10^{-5}$	0.30450 $\pm 6.8 \cdot 10^{-5}$	0.30905 $\pm 5.7 \cdot 10^{-5}$	0.31386 $\pm 5.0 \cdot 10^{-5}$	0.31811 $\pm 6.4 \cdot 10^{-5}$	0.30908 $\pm 5.8 \cdot 10^{-5}$
Stack de 5 SG (CB, ES, M1, ST, NY)	0.29989 $\pm 3.2 \cdot 10^{-5}$	0.30488 $\pm 5.9 \cdot 10^{-5}$	0.30921 $\pm 6.1 \cdot 10^{-5}$	0.31319 $\pm 6.8 \cdot 10^{-5}$	0.31815 $\pm 4.3 \cdot 10^{-5}$	0.30906 $\pm 4.4 \cdot 10^{-5}$
PREM *	0.2998479	0.3047817	0.3093972	0.3140127	0.3183099	0.3092699
1066 A *	0.2999310	0.3047944	0.3094921	0.3140210	0.3183800	0.3093237
'stripping' à partir de plusieurs séismes (Ritzwoller et al., 1986)	0.299722 $\pm 1.4 \cdot 10^{-4}$	0.304890 $\pm 4.1 \cdot 10^{-4}$	0.309200 $\pm 2.7 \cdot 10^{-4}$	0.314300 $\pm 2.7 \cdot 10^{-4}$	0.318774 $\pm 1.0 \cdot 10^{-4}$	0.309377 $\pm 2.4 \cdot 10^{-4}$
Stack (Lindberg, 1986)¹	0.2999911 $\pm 6.1 \cdot 10^{-5}$	0.304718 $\pm 4.14 \cdot 10^{-4}$	0.309372 $\pm 9.5 \cdot 10^{-5}$	0.314255 $\pm 1.21 \cdot 10^{-3}$	0.318298 $\pm 7.5 \cdot 10^{-5}$	0.309311 $\pm 3.7 \cdot 10^{-4}$
Stack (Buland et al., 1979)²	0.30001	0.304799	0.30949	0.31399	0.31849	0.30936 $\pm 9.8 \cdot 10^{-5}$

* fréquences que nous avons estimées en utilisant une méthode de perturbation (Dahlen et Sailor, 1979) et les fonctions propres obtenues avec le logiciel MINOS (Woodhouse, 1988).

¹ stack de 7 enregistrements de stations longue période du réseau IDA après le séisme d'Indonésie de 1977.

² stack de 6 enregistrements de stations longue période du réseau IDA sur 155 h après le séisme d'Indonésie de 1977.

Tableau I. 1 *Fréquences propres de ${}_0S_2$ estimées à partir des observations et prédites pour les modèles de Terre PREM et 1066A par différents auteurs. Les erreurs sur l'estimation des fréquences à partir des données de Strasbourg et du stack de 5 SG sont des erreurs formelles d'ajustement par moindres carrés d'une fonction de Lorentz.*

Nos erreurs issues de l'ajustement par moindres carrés de la fonction de résonance sont plus faibles que celles obtenues par Ritzwoller et al. (1986) et Lindberg (1986). Si nous estimons des erreurs à partir du rapport signal sur bruit (méthode de Dahlen, 1976), nos barres d'erreur sont d'un ordre de grandeur plus grandes (cf. Tableau I. 2). Cette méthode donne une estimation grossière de la qualité des observations. La méthode proposée par Dahlen en 1982

I.3 Etude du splitting du mode sphéroïdal ${}_0S_2$

est plus complète puisqu'elle tient compte à la fois du niveau de bruit et de la fenêtre d'apodisation utilisée pour le calcul du spectre. Les valeurs des erreurs ainsi calculées sont plus faibles pour $m = -2, -1$ et 0 , mais plus élevées pour $m = 1$ et 2 . Mais l'ordre de grandeur est à peu près le même.

Erreurs en mHz sur les fréquences propres de ${}_0S_2$ observées à Strasbourg (C026)	$m = -2$	$m = -1$	$m = 0$	$m = 1$	$m = 2$
Erreurs d'ajustement par moindres carrés	$\pm 5.3 \cdot 10^{-5}$	$\pm 6.8 \cdot 10^{-5}$	$\pm 5.7 \cdot 10^{-5}$	$\pm 5.0 \cdot 10^{-5}$	$\pm 6.4 \cdot 10^{-5}$
Erreurs estimées par la méthode de Dahlen (1976)	$\pm 7.2 \cdot 10^{-4}$	$\pm 6.5 \cdot 10^{-4}$	$\pm 7.9 \cdot 10^{-4}$	$\pm 6.3 \cdot 10^{-4}$	$\pm 7.2 \cdot 10^{-4}$
Erreurs estimées par la méthode de Dahlen (1982)	$\pm 4.9 \cdot 10^{-5}$	$\pm 4.3 \cdot 10^{-5}$	$\pm 3.3 \cdot 10^{-5}$	$\pm 6.9 \cdot 10^{-5}$	$\pm 1.5 \cdot 10^{-4}$

Tableau I. 2 *Différentes estimations des erreurs sur les fréquences propres de ${}_0S_2$ observées après le séisme du Pérou avec le SG C026 de Strasbourg.*

Les fréquences de ${}_0S_2$ observées à l'aide de l'enregistrement du gravimètre cryogénique installé à Strasbourg et celles observées à partir du stack des cinq enregistrements de gravimètres supraconducteurs sont légèrement plus basses que ce que prévoit la théorie et le splitting est légèrement plus large, ce qui revient à changer le modèle de densité ou l'atténuation.

Buland et al. (1979) ont déduit une fréquence dégénérée pour ${}_0S_2$ à l'aide de la valeur moyenne des fréquences propres observées. Ils ont utilisé la relation $\omega_{\text{moyen}} = \omega_d (1+p)$ où p est le paramètre du splitting et ω_{moyen} la moyenne des fréquences propres du multiplet. Le paramètre p utilisé par Buland et al. (1979) est de $-1.04 \cdot 10^{-4}$. A partir de la moyenne des fréquences déduites de la sommation des cinq enregistrements de SG (Tableau I. 1), la fréquence dégénérée serait alors de 0.30909 mHz, ce qui est bien inférieur aux fréquences dégénérées des modèles de Terre, tels que PREM et 1066A, ainsi qu'à la valeur de 0.30939 mHz obtenue par Buland et al. (1979).

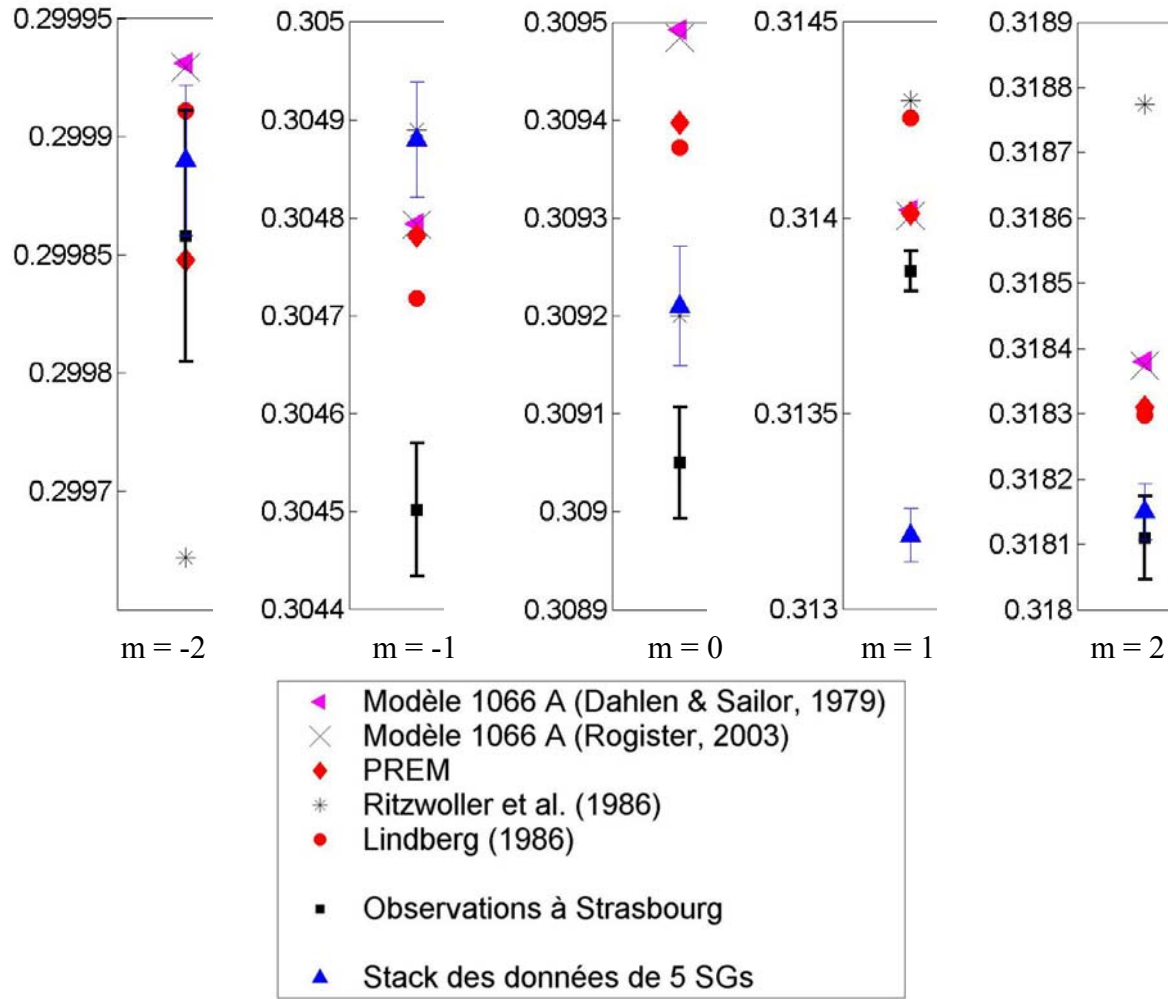


Fig. I. 11 Comparaison des fréquences des singlets de ${}_0S_2$ et leurs barres d'erreur observées avec des SG (avec le SG de Strasbourg seul et avec le résultat après sommation en harmoniques de surface (méthode de Cummins et al., 1991) de cinq observations de SG), avec les valeurs observées par Ritzwoller et al. [1986], par Lindberg [1986] avec des sismomètres longue période et avec les valeurs prédites par différents auteurs pour les modèles de Terre 1066A et PREM.

I.3.2 Etude de l'atténuation de ${}_0S_2$

En général, les observations individuelles de facteur de qualité Q sont difficilement réalisables pour les modes fondamentaux de fréquences supérieures à environ 6 mHz, à cause de l'interférence significative avec les plus proches voisins. Dans le cas de ${}_0S_2$, le splitting en rotation du multiplet est suffisamment large pour séparer complètement en fréquence les singlets individuels. Tanimoto (1990) a utilisé la variation apparente des valeurs de Q des singlets de ce mode afin d'en déduire la structure anélastique non sphérique à grande échelle du manteau inférieur. Widmer (1991) a repris les mêmes données pour montrer que les valeurs de Q des singlets dépendent fortement de la longueur de l'enregistrement utilisée dans l'analyse, ce qui suggère qu'une analyse en terme de structure de Q asphérique est prématurée.

La moyenne des Q de singlets semble cependant être déterminée de manière robuste permettant ainsi d'en déduire la structure sphérique moyenne de Q .

Tanimoto (1990) a estimé les facteurs de qualité Q pour les cinq singlets, à partir de l'enregistrement d'un extensomètre après le séisme du Chili de 1960, pour $m = -1$ et $m = 1$, et à partir de trois enregistrements de gravimètres à ressort du réseau IDA, pour $m = -2, 0$ et 2 , après le séisme indonésien (Sumbawa) de 1977. Il a déterminé Q pour chaque singlet grâce à un ajustement itératif par moindres carrés d'une fonction de résonance à chacun des pics spectraux. Ses résultats sont comparés sur la figure (I. 12) aux valeurs prédites (Raphaëlle Millot-Langet, *communication personnelle*) pour le modèle PREM anisotrope et aux estimations de Q à partir de l'enregistrement du SG à Strasbourg, selon une méthode décrite ci-après.

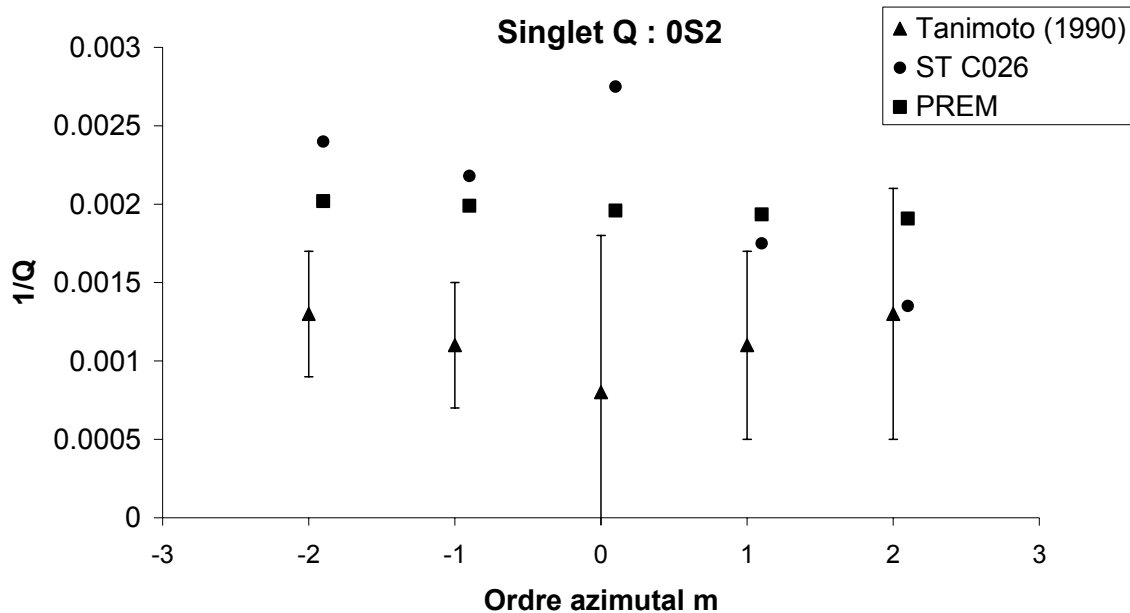


Fig. I. 12 Valeurs de Q mesurées pour les cinq singlets. Les cercles solides correspondent à nos estimations après le séisme du Pérou à l'aide des données du SG C026 de Strasbourg (Roult et al., 2004, en préparation). Les triangles sont les valeurs obtenues par Tanimoto (1990) après les séismes de Sumbawa (1977), à partir de données de gravimètres relatifs à ressort du réseau IDA, pour $m = -2, 0$ et 2 , et du Chili (1960), à l'aide de l'enregistrement d'un extensomètre, pour $m = -1$ et 1 . Les carrés sont les facteurs de qualité prédits par la théorie pour le modèle de Terre PREM anisotrope.

Il existe deux voies principales pour mesurer l'atténuation. Certains auteurs analysent les pics de résonance spectraux des oscillations libres sur de longues séries. La deuxième technique classique est basée sur l'analyse des amplitudes des ondes de surface de Rayleigh et de Love. Les différences entre les valeurs de Q mesurées à partir des modes propres ou des ondes de surface sont bien connues. Des différences existent également d'un modèle à l'autre. Roult et Clévédy (2000) proposent une nouvelle méthode afin de tenter de réconcilier les deux types de mesure. Ils utilisent une approche classique basée sur la décroissance de l'amplitude

d'une oscillation libre dans le temps. L'exactitude et la précision des mesures de l'atténuation dans la Terre s'avèrent être améliorées par leur technique de mesure. Une étude théorique de la méthode a été proposée par Roult (1975), et Jobert et Roult (1976).

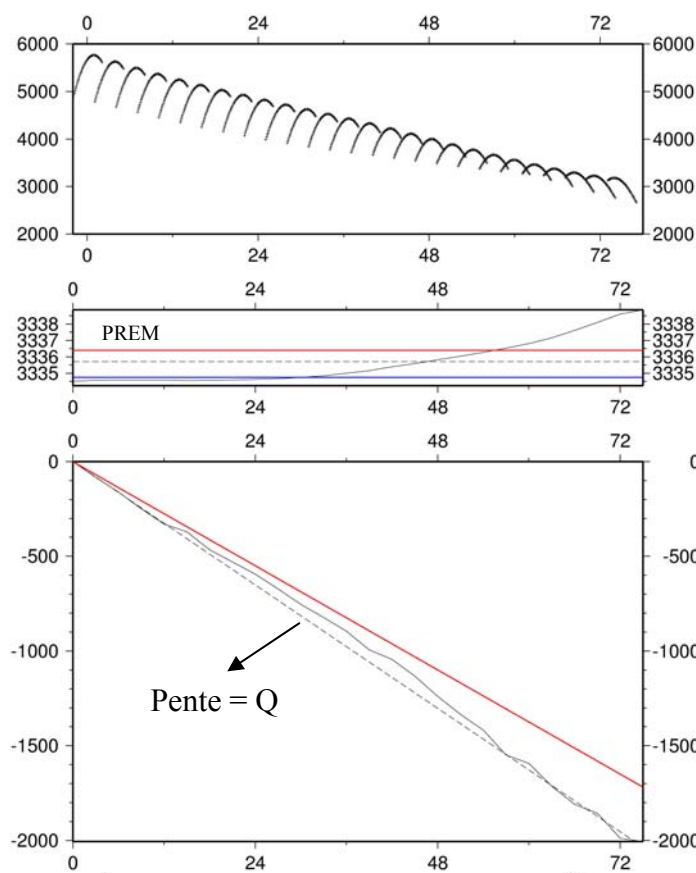
Les mesures de la fréquence d'un mode impliquent simplement de pointer le pic dans le spectre d'amplitude de Fourier. Mais cela peut introduire un biais s'il y a des modes proches qui interfèrent. Pour y remédier il est nécessaire de prendre des séries suffisamment longues en fonction de la période du mode étudié, ce qui n'est pas toujours possible avec les sismomètres qui deviennent rapidement très bruités aux basses fréquences.

Les amplitudes des cinq singlets de ${}_0S_2$ sont calculées par ajustement d'une fonction de résonance sur le spectre obtenu pour un certain nombre de séries (26 par exemple dans le cas de $m = -2$) de fenêtres temporelles de longueur 240 h décalées de 3 h. Pour chaque mode d'ordre azimutal m , la variation de l'amplitude de la forme $A(t)$ ajustée au pic spectral sur les différentes séries est représentée en fonction du temps dans les graphes supérieurs des figures (I. 13) (a), (b), (c), (d) et (e). Le graphe du milieu correspond à la variation de la valeur de la période propre $T(n)$ ajustée pour chaque série n , en fonction du temps. Enfin, le graphe du bas représente la variation de $y(n)Q = \pi T(n) \log(A(n)/A_{\max})$ en fonction du temps. La fenêtre appliquée à la série de données de durée $2L$ est la fonction : $y(t) = (1-(t-L)^2/L^2)^2$. $T(n)$ est la période propre de la $n^{\text{ième}}$ séquence, A_{\max} est l'amplitude maximale (correspondant forcément à celle de la première séquence) et $A(n)$ est l'amplitude de la $n^{\text{ième}}$ séquence. Dans les cas favorables, la courbe ainsi définie est très proche d'une droite de pente Q , et ce facteur de qualité Q est facilement déterminé par moindres carrés (Roult et Clévédy, 2000).

Pour les différents singlets, le nombre de séries ajustées change, car il n'est pas toujours possible d'ajuster une droite. Il faut tâtonner pour trouver la bonne longueur d'analyse. Ainsi, pour le singlet $m = -1$, par exemple, nous nous sommes limités à 8 séries.

Les valeurs de Q ainsi estimées pour chaque singlet de ${}_0S_2$ observé avec l'enregistrement du SG C026 de la station Strasbourg après le séisme du Pérou sont comparées aux valeurs obtenues par Tanimoto (1990) sur la figure (I. 12). Nos facteurs de qualité sont très différents, sauf pour $m = 2$. Par contre, nos valeurs sont plus proches de celles prédites par la théorie pour le modèle de Terre PREM anisotrope (Raphaëlle Millot-Langet, *communication personnelle*).

(a) $m = -2$

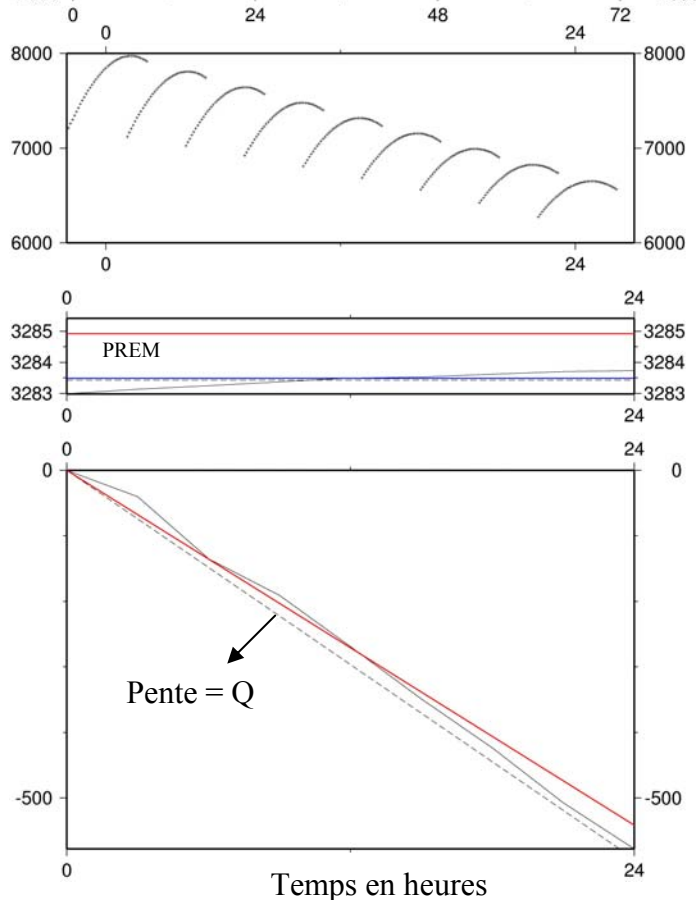


Amplitude du pic ajusté $A(t)$

Période $T(n)$ du maximum en secondes

Courbe : $\pi T(n) \log(A(n)/A_{\max})$

(b) $m = -1$

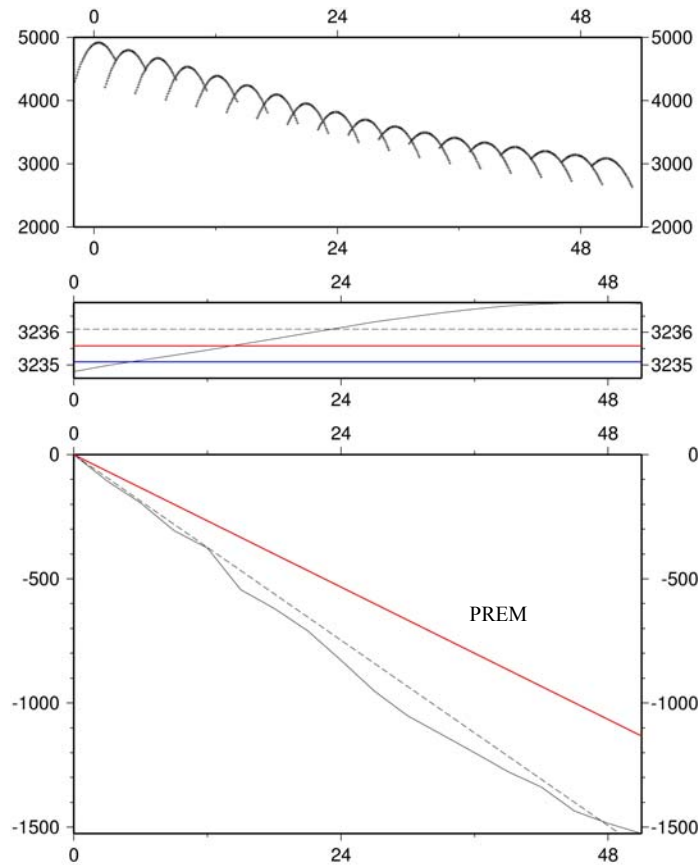
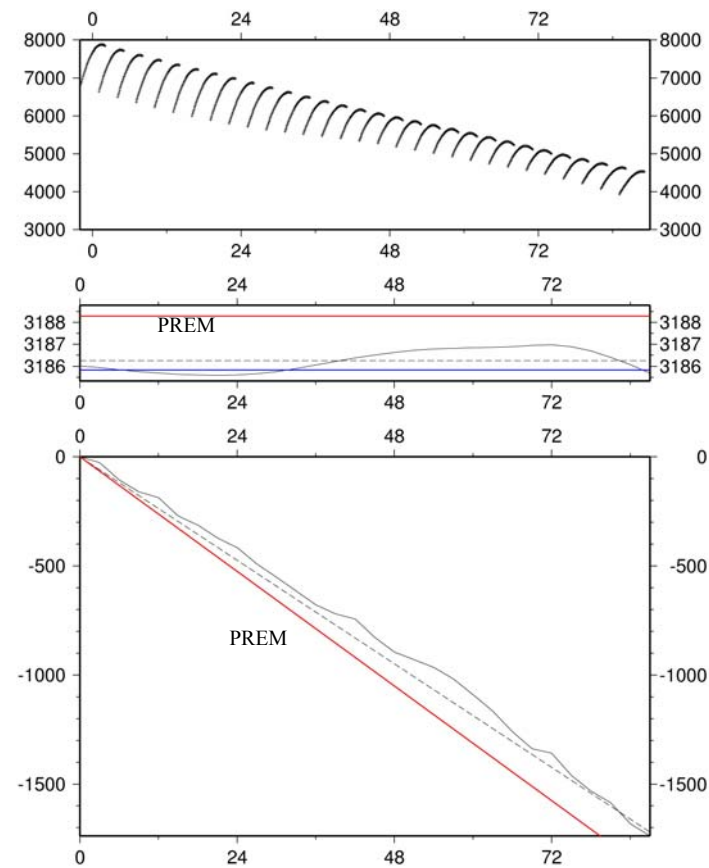


Amplitude du pic ajusté $A(t)$

Période $T(n)$ du maximum en secondes

Courbe : $\pi T(n) \log(A(n)/A_{\max})$

Temps en heures

(c) $m = 0$ Amplitude du
pic ajusté $A(t)$ Période $T(n)$ du
maximum en
secondesCourbe :
 $\pi T(n) \log(A(n)/A_{\max})$ (d) $m = 1$ Amplitude du
pic ajusté $A(t)$ Période $T(n)$ du
maximum en
secondesCourbe :
 $\pi T(n) \log(A(n)/A_{\max})$

Temps en heures

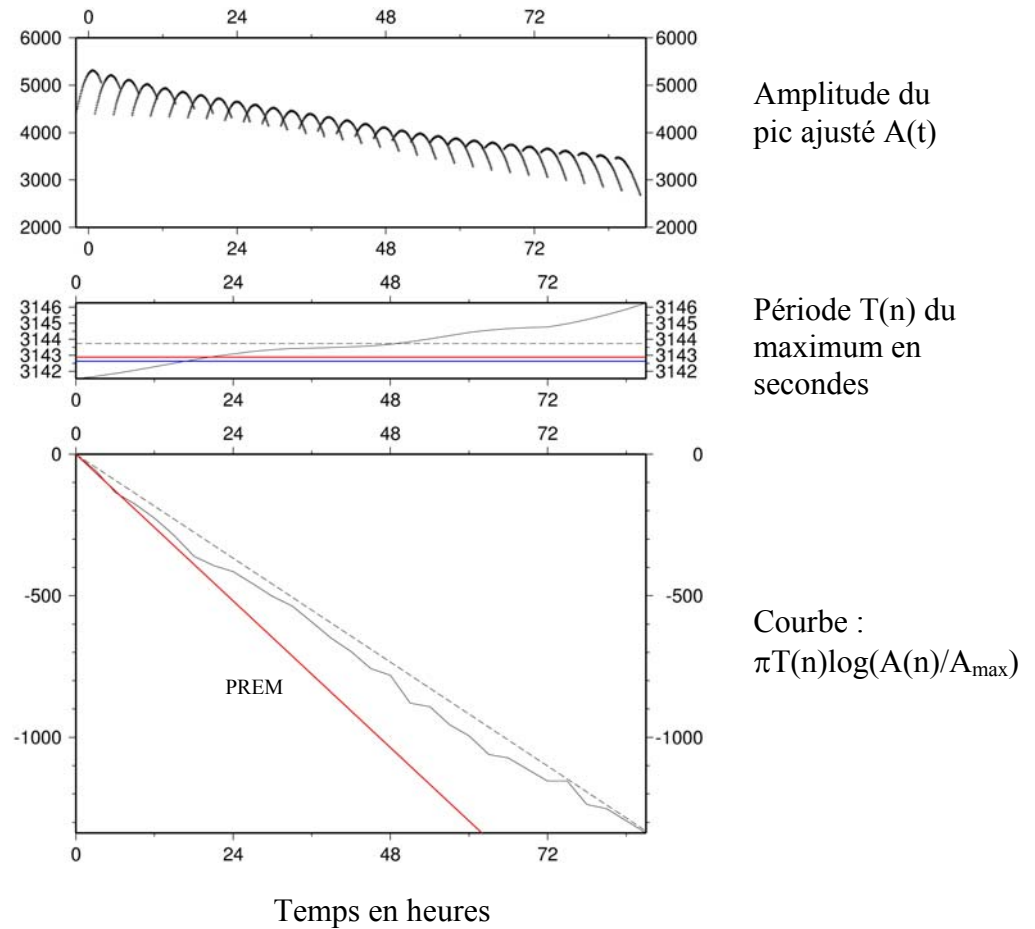
(e) $m = 2$ 

Fig. I. 13 Détermination du facteur de qualité Q pour (a) le singlet $m = -2$ du mode $0S_2$ en utilisant 26 séries de durée 240 h, décalées de 3 h, (b) le singlet $m = -1$ du mode $0S_2$ en utilisant 9 séries de durée 240 h décalées de 3 h, (c) le singlet l'ordre $m = 0$ du mode $0S_2$ en utilisant 18 séries de durée 240 h décalées de 3 h, (d) le singlet $m = 1$ du mode $0S_2$ en utilisant 30 séries de durée 240 h décalées de 3 h et (e) le singlet $m = 2$ du mode $0S_2$ en utilisant 30 séries de durée 240 h décalées de 3 h. Le graphe du haut correspond à la variation des résonances en amplitudes ajustées au pic en fonction du temps. Au milieu, la moyenne des périodes de chaque série est dessinée en pointillés noirs, la période observée à Strasbourg est en trait continu bleu et la valeur estimée pour le modèle PREM anisotrope est représentée en trait continu rouge. La courbe noire correspond aux périodes instantanées (périodes des maxima). Le graphe du bas correspond à la fonction $y(t)Q = \pi T(t) \log(A(t)/A_{\max})$, en trait continu noir, la droite ajustée par moindres carrés de pente Q est en pointillés noirs et la valeur théorique de Q estimée pour le modèle PREM anisotrope est indiquée en trait continu rouge. (Roult et al., 2004, en préparation).

I.3.3 Interprétations

La fréquence de chaque singlet est affectée par l'existence des singlets qui l'entourent, car série par série, la résolution spectrale est insuffisante, il y a donc interférence des singlets. C'est pourquoi, l'ensemble des périodes estimées série par série et représentées dans les graphes du milieu des figures (I. 13) (a), (b), (c), (d) et (e) n'est pas constante mais oscille.

Il est intéressant de noter dans les graphes ci-dessus que l'écart entre les valeurs de Q pour les singlets $m = -2$ et $m = +2$ est plus élevé que celui prédit pour le modèle PREM anisotrope. Le problème majeur des déterminations de Q avec cette méthode est que l'estimation des erreurs est difficile, du fait que le résultat fluctue beaucoup avec les paramètres du calcul utilisés (nombre de séries, longueurs temporelles des séries, existence de pics identifiables). Le résultat est jugé satisfaisant quand le graphe du bas représente une droite. L'erreur peut alors être estimée dans ce cas inférieure à 20%. L'erreur a été estimée pour des enregistrements théoriques. Elle est inférieure à 1% pour chaque singlet, pour un signal théorique sans bruit et pour un pic suffisamment isolé ; elle dépend énormément de la présence de bruit et de l'existence de pics de résonance voisins. Le calcul ne peut se faire de façon automatique, une discrimination visuelle doit être faite. Dans notre cas, après sélection humaine visuelle, l'erreur est inférieure à $\pm 10\%$ (calcul estimé à partir d'essais différents en faisant varier les paramètres cités plus haut ; Roult, G., *Communication personnelle*). La détermination des valeurs de Q des singlets pour un grand nombre de séismes d'une part, un grand nombre de stations d'autre part, s'avère indispensable et possible dans le futur.

I.4. Analyses en ondelettes du mode ${}_0S_2$

Le mode ${}_0S_2$ ressort nettement des analyses en ondelettes basées aussi bien sur l'ondelette de Morlet que sur le « sinus amorti » (cf. Fig. I. 14 (a) et (b) et Fig. I. 15). Les singlets se distinguent nettement dans les deux cas, en prenant une fréquence pour l'ondelette de Morlet suffisamment élevée, un paramètre K pour la sinusoïde amortie suffisamment faible (se référer au chapitre III de la troisième partie pour des explications concernant ces ondelettes et leur paramètre). Cependant, seule l'analyse en ondelettes « sinus amorti » permet de bien distinguer le singlet $m = 0$ (Fig. I. 15), avec une amplitude aussi forte que les quatre autres singlets. La transformée en ondelettes de Morlet de fréquence élevée (par exemple 4 Hz, sur la figure (I. 14) (b)) semble souligner la présence du singlet central $m = 0$, mais la transformée en ondelettes de Morlet correspondante a un module très faible par rapport aux autres singlets. Même en augmentant la fréquence de l'ondelette de Morlet mère, le singlet $m = 0$ ne ressort pas nettement par rapport aux quatre autres singlets.

L'analyse en ondelettes « sinus amorti » est très sensible à toutes les petites variations dans le signal ; en particulier des pics dans le signal temporel introduisent des traits verticaux de forte amplitude dans le module de la transformée en ondelettes « sinus amorti » (Fig. I. 15). Dans le cas de l'utilisation d'ondelettes de Morlet, ces perturbations sont ignorées : l'ondelette de Morlet effectue une analyse moins détaillée du signal.

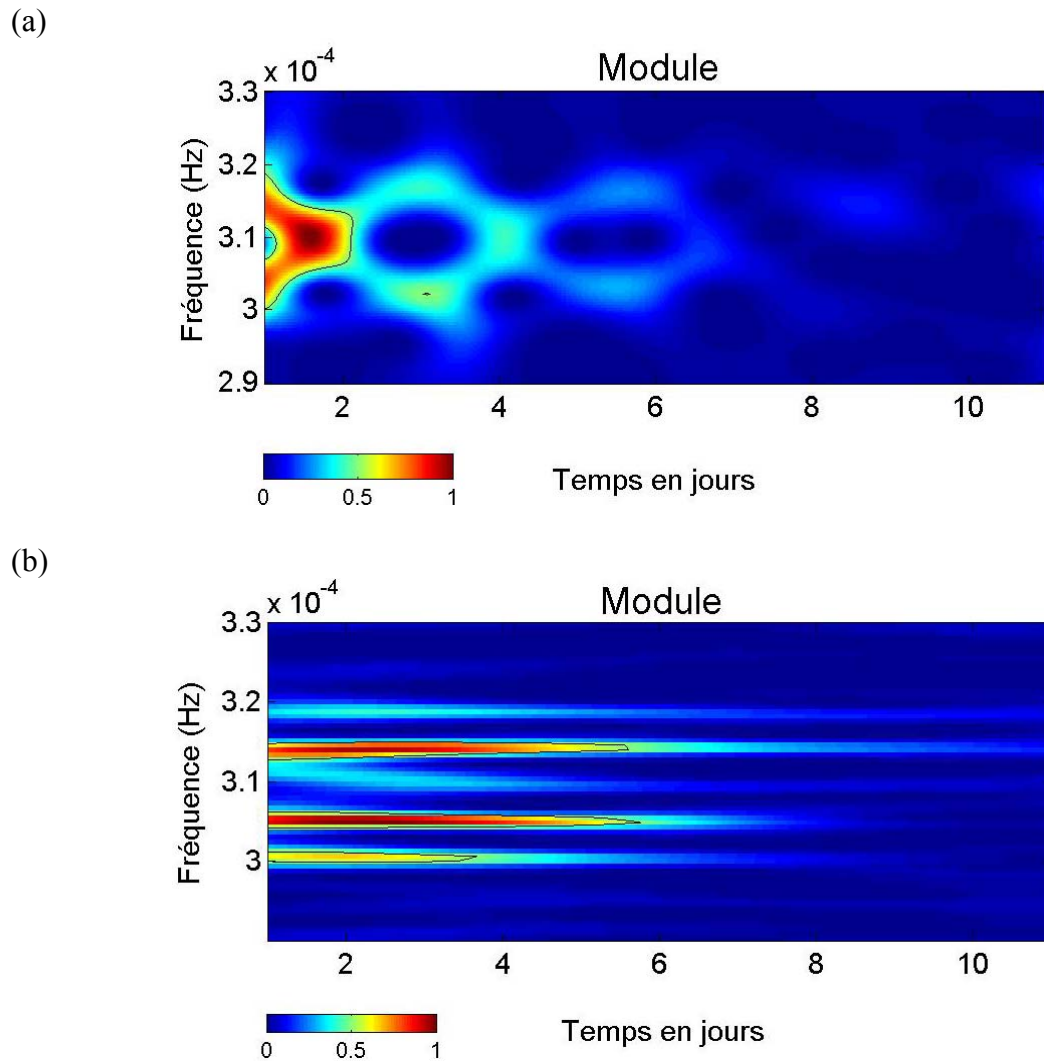


Fig. I. 14 Transformée en ondelettes de Morlet du spectre des résidus à Strasbourg après le séisme du Pérou. L'ondelette de Morlet génératrice a une fréquence de (a) 1 Hz, (b) 4 Hz. Les résidus de gravité ont été analysés sur 274 h après le séisme.

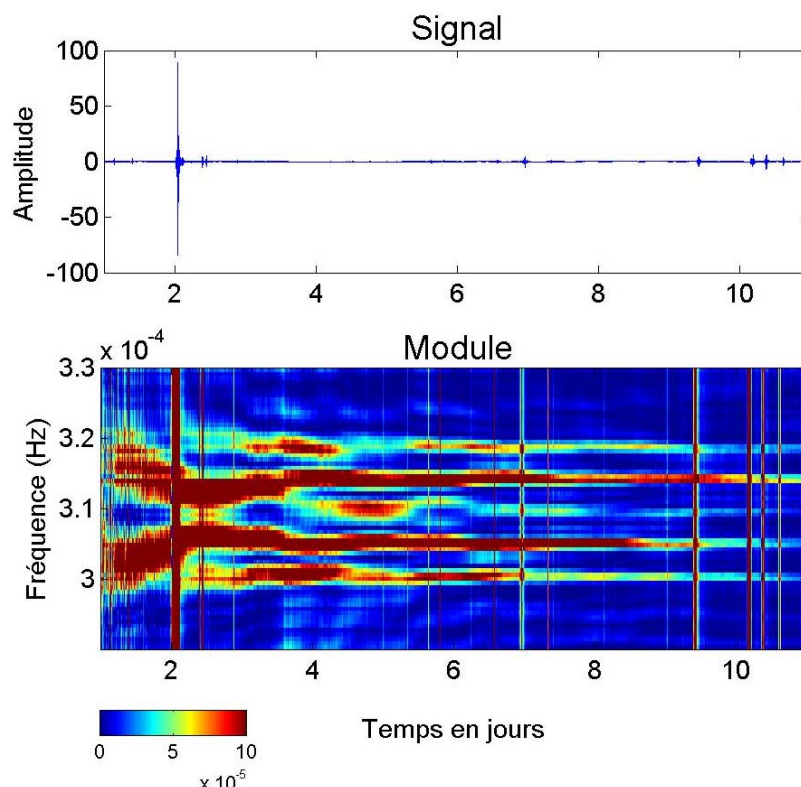


Fig. I. 15 Transformée en ondelettes « sinus amorti » du spectre des résidus à Strasbourg après le séisme du Pérou. Le paramètre K utilisé a une valeur de 0.01. Les résidus de gravité ont été analysés sur 274 h après le séisme.

I.5. Détection du mode sismique ${}_2S_1$

Le mode propre sphéroïdal ${}_2S_1$ est un mode élastique qui n'avait pas été observé jusque maintenant (voir par exemple Table 1 dans Dahlen et Sailor, 1979 ; Table 2 dans Crossley, 2003 ; le site Internet de REM (Reference Earth Model) <http://mahi.ucsd.edu/Gabi/rem.html>). Pourtant, en regardant plus précisément les spectres de Zürn et al. (1991, Fig. 6) et Widmer-Schmidrig (2003, Fig. 5), un faible pic semble émerger à la fréquence prédite de ${}_2S_1$. Cependant, les auteurs n'ont pas discuté sa présence éventuelle et n'ont pas recherché le splitting.

Les spectres d'amplitude sur quatre jours (soit 96 h) de données après le séisme du Pérou aux stations Strasbourg et Sutherland (Fig. I. 16) font apparaître de l'énergie aux fréquences qui correspondent respectivement aux singlets $m = 1$, de fréquence proche de 0.41 mHz, et $m = -1$, de fréquence proche de 0.4 mHz. Les mêmes spectres mais sur 164 h d'enregistrements (Fig. I. 17) ne montrent plus de pics qui ressortent légèrement du bruit aux fréquences théoriques de ${}_2S_1$ qui sont indiquées en pointillés sur les figures (I. 16) et (I. 17).

I.5.1 Analyse multi - station

Nous essayons alors de détecter la présence du mode de degré un $2S_1$ par une analyse multi – station selon la méthode de Courtier et al. (2000), présentée dans la troisième partie, chapitre I. Nous avons pour cela considéré les enregistrements de gravimètres supraconducteurs sur 164 h après le séisme du Pérou aux stations Cantley, Canberra, Strasbourg, Sutherland et Vienne qui forment une répartition géographique assez bien éparse et qui ont un bon niveau de bruit dans la bande sismique longue période (se référer à la deuxième partie de ce travail). Le résultat de cette analyse multi – station a fait l’objet d’une publication insérée à la fin de l’ouvrage. Les spectres des trois séquences issues de l’analyse mettent en valeur les trois singlets de $2S_1$ sur la figure (I. 18). La séquence axiale (figure I. 18 (b)) fait également ressortir le mode toroïdal $0T_2$. A partir de ces trois spectres, nous avons ajusté une fonction de résonance (équation I. 1) afin d’estimer les trois fréquences propres observées de $2S_1$. Ces estimations sont comparées dans le tableau (I. 3) avec nos valeurs prédites pour les modèles de Terre PREM isotrope et 1066A. Nos calculs théoriques de fréquences splittées ont été effectués à partir des fonctions propres calculées par MINOS (Woodhouse, 1988) et à l’aide d’une méthode de perturbation identique à celle de Dahlen et Sailor (1979) (voir le paragraphe I.3.1 pour plus de détails).

Nous avons indiqué deux types d’erreurs : les erreurs formelles d’ajustement par moindres carrés et les erreurs estimées à partir du rapport signal sur bruit selon la méthode de Dahlen (1976). Ces barres d’erreurs sont bien plus élevées mais elles sont plus significatives. Des barres d’erreur qui ne tiennent pas compte du rapport signal sur bruit n’ont pas de sens.

Le graphe de la figure (I. 19) compare nos estimations des fréquences de $2S_1$ à partir des ajustements spectraux sur les résultats de l’analyse multi – station, en fonction des valeurs prédites pour les modèles de Terre PREM et 1066A. Nous avons indiqué les barres d’erreur formelles, bien qu’elles ne soient pas significatives. Les erreurs estimées à partir du rapport signal sur bruit (Dahlen, 1976) englobent largement les fréquences théoriques. Notre observation n’est donc pas suffisamment précise pour apporter de nouvelles contraintes, dans le noyau, sur les modèles de Terre. D’autres observations de $2S_1$ sont nécessaires pour diminuer les erreurs sur les fréquences propres observées et ainsi pouvoir affiner les modèles de densité en profondeur.

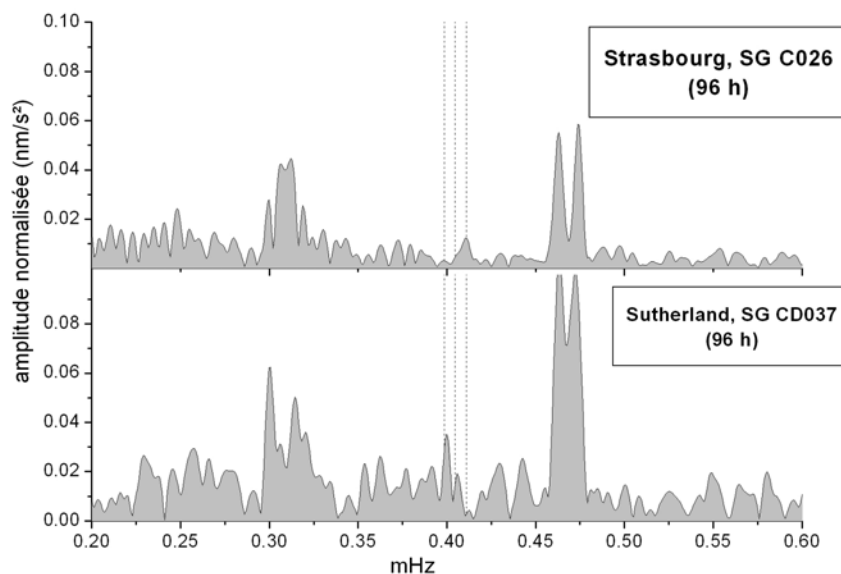


Fig. I. 16 Spectres d'amplitude sur 96 h d'enregistrement après le séisme du Pérou à Strasbourg et Sutherland. Les fréquences propres de ${}_2S_1$ prédites par la théorie sont indiquées en pointillés verticaux.

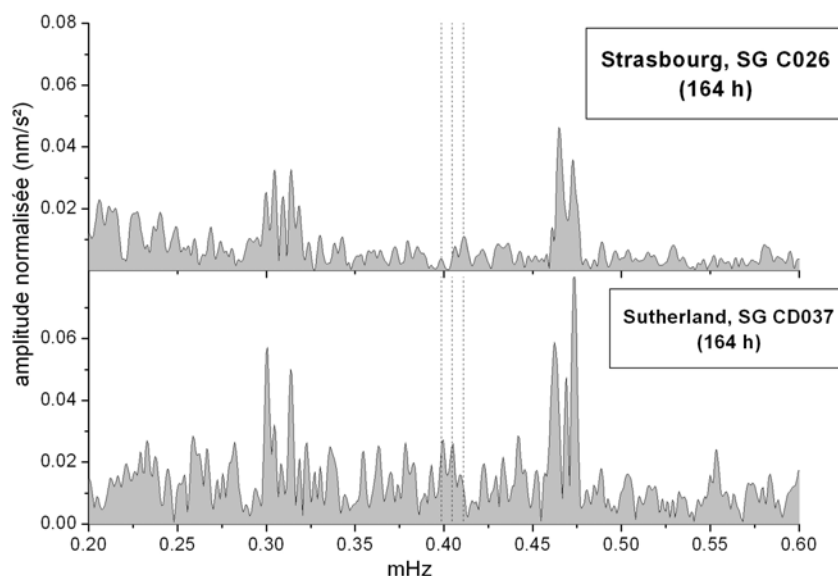


Fig. I. 17 Spectres d'amplitude sur 164 h d'enregistrement après le séisme du Pérou à Strasbourg et Sutherland. Les fréquences propres de ${}_2S_1$ prédites par la théorie sont indiquées en pointillés verticaux.

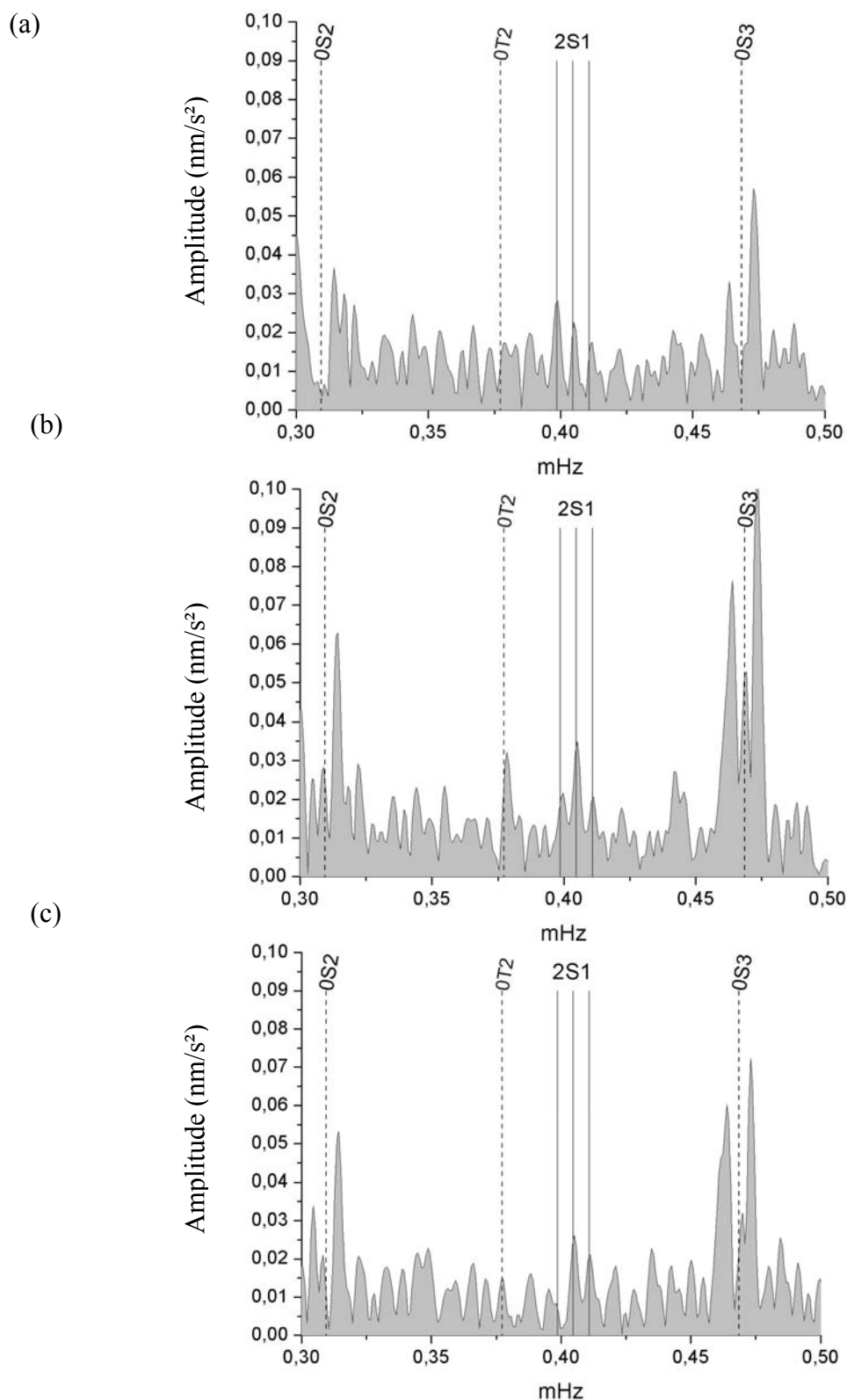


Fig. I. 18 Spectres d'amplitudes normalisés des séquences (a) prograde ($m = -1$), (b) axiale ($m = 0$) et (c) rétrograde ($m = 1$) issues de l'analyse multi-station de cinq enregistrements de SG des stations de Cantley, Canberra, Strasbourg, Sutherland et Vienne, sur 164 h de données après le séisme du Pérou.

	Observations et erreurs formelles	Erreurs (Dahlen, 1976)	Modèle PREM	Modèle 1066A
$m = -1$	$0.39863 \pm 5.5 \cdot 10^{-5}$ mHz	$1.3 \cdot 10^{-3}$ mHz	0.39875 mHz	0.398708 mHz
$m = 0$	$0.40492 \pm 7.3 \cdot 10^{-5}$ mHz	$1.2 \cdot 10^{-3}$ mHz	0.404727 mHz	0.404690 mHz
$m = 1$	$0.41109 \pm 5.9 \cdot 10^{-5}$ mHz	$1.7 \cdot 10^{-3}$ mHz	0.410948 mHz	0.410880 mHz

Tableau I. 3 Comparaison des fréquences de ${}_2S_1$ estimées à partir des résultats de l'analyse multi - station avec les valeurs que nous avons calculées pour les modèles de Terre PREM isotrope et 1066A. Les erreurs de la deuxième colonne ont été calculées à partir du rapport signal sur bruit.

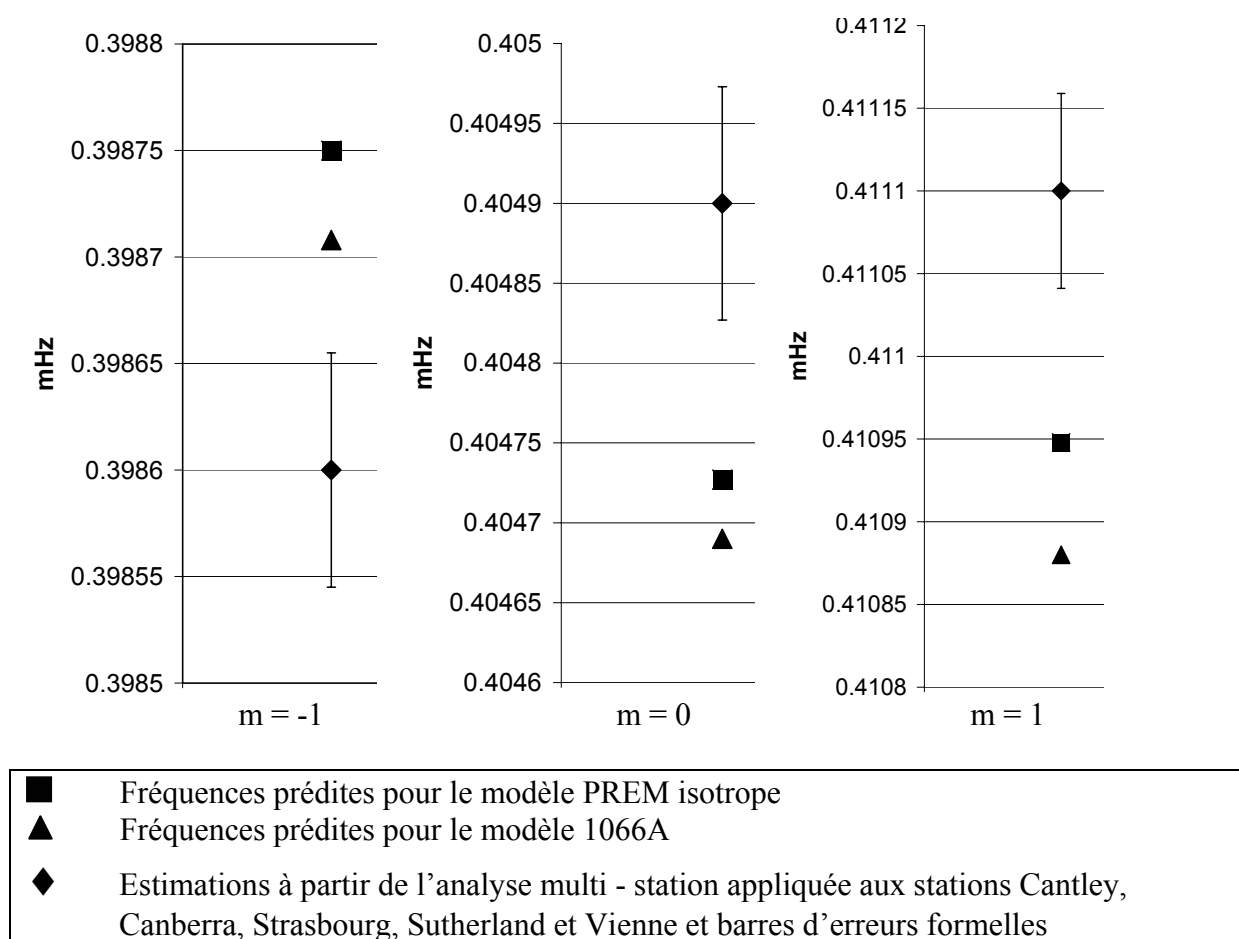


Fig. I. 19 Comparaison des fréquences des singlets de ${}_2S_1$ et leurs barres d'erreur observées après l'analyse multi - station de cinq observations de SG à Cantley, Canberra, Strasbourg, Sutherland et Vienne, avec les valeurs prédites pour les modèles de Terre 1066A et PREM. Les erreurs sont des erreurs d'ajustement par moindres carrés d'une fonction de résonance de Lorentz sur le pic spectral. Les barres d'erreur obtenues en fonction du rapport signal sur bruit (Dahlen, 1976) sont suffisamment larges pour englober l'ensemble des valeurs théoriques et ne sont donc pas représentées.

I.5.2 Détection de triplet dans le spectre produit

Afin de confirmer la détection du mode de degré un $2S_1$, nous appliquons la méthode de détection de multiplet présentée au chapitre II de la troisième partie, qui recherche des triplets de fréquences obéissant à une loi de splitting quadratique et extrait le meilleur candidat à partir du maximum de l'énergie spectrale de chaque triplet candidat. Le spectre produit des trois séquences précédentes ($m = -1$, $m = 0$ et $m = 1$), issues de l'analyse multi-station, est balayé afin de détecter l'ensemble des triplets dont les fréquences respectent l'écartement prédit. Ce spectre produit est représenté sur la figure (I. 20). Les valeurs de fréquences prédites par la théorie pour le mode $2S_1$ sont indiquées par les traits verticaux continus.

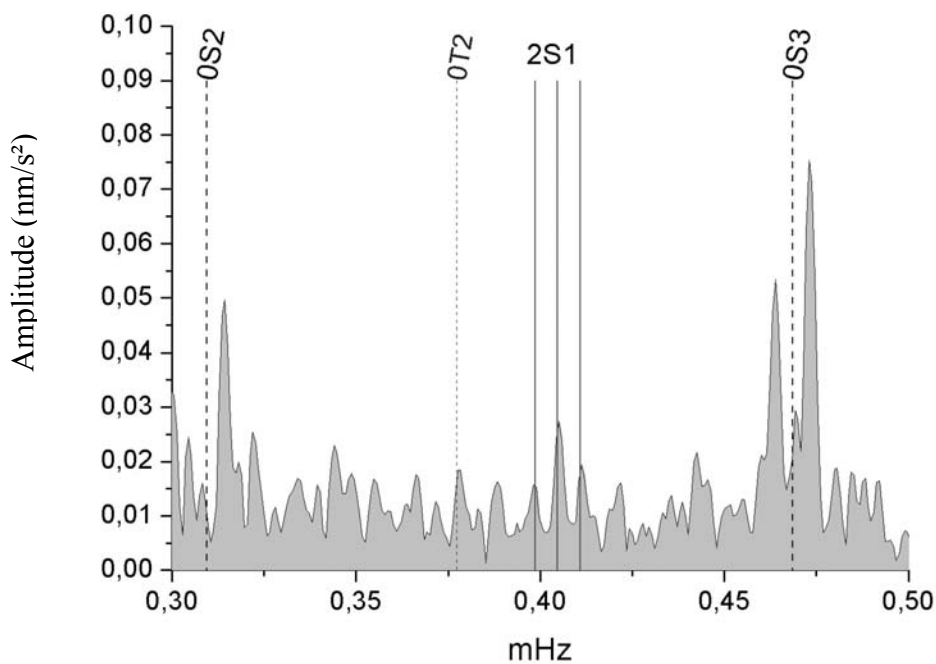


Fig. I. 20 Spectre produit des séquences prograde ($m = -1$), axiale ($m = 0$) et rétrograde ($m = 1$) issues de l'analyse multi-station de cinq enregistrements de SG des stations de Cantley, Canberra, Strasbourg, Sutherland et Vienne, sur 164 h de données après le séisme du Pérou. Les traits verticaux indiquent les fréquences prédites par la théorie.

Le produit spectral normalisé des triplets de fréquences candidats pour $2S_1$ est représenté sur la figure (I. 21) en fonction de la fréquence centrale de chacun des triplets. Le maximum de ce produit est obtenu pour les trois fréquences 0.39877 0.40478 0.41094 mHz, ce qui correspond aux fréquences prédites pour $2S_1$ à 10^{-5} mHz près.

La méthode de scan confirme donc la détection du mode $2S_1$.

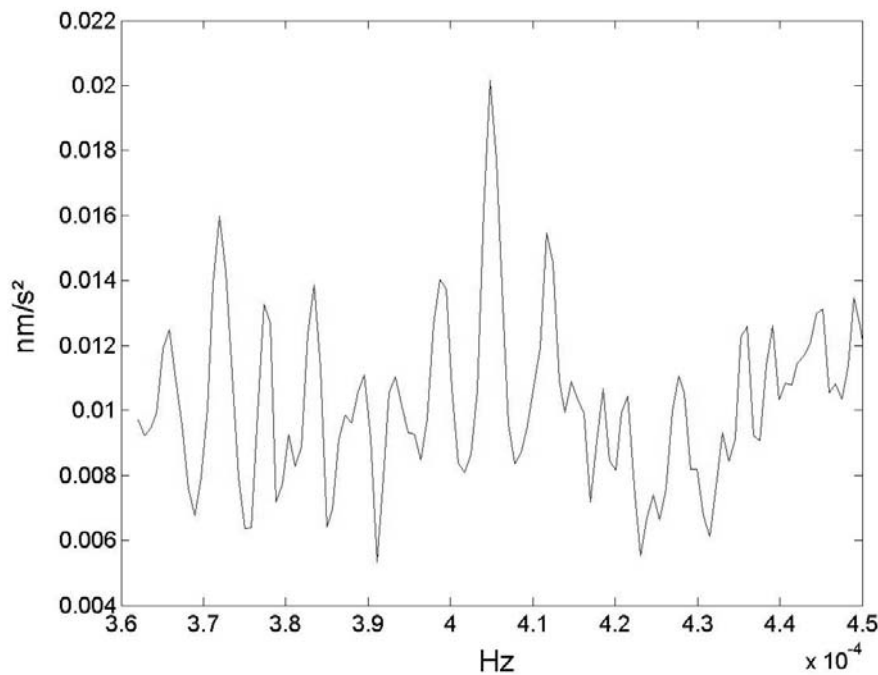


Fig. I. 21 *Produit spectral normalisé des triplets obéissant à une loi de splitting quadratique en fonction de la fréquence centrale du triplet.*

I.5.3 Analyses en ondelettes

Après avoir mis en évidence le triplet de fréquences du mode ${}_2S_1$, par l'analyse spectrale et par le scan du spectre produit des séquences prograde, axiale et rétrograde, résultant de l'analyse multi – station des résidus aux stations Cantley, Canberra, Strasbourg, Sutherland et Vienne, nous essayons de faire ressortir ${}_2S_1$ par des analyses en ondelettes. Cela donnera un argument supplémentaire de détection, et surtout, l'amortissement pourra être déduit des transformées en ondelettes « sinus amorti » lorsque, dans un travail futur, nous aurons mis au point une méthode pour optimiser le paramètre K de l'ondelette (se référer au chapitre III de la troisième partie), paramètre correspondant à l'inverse d'un facteur de qualité.

Nous analysons en ondelettes les résidus aux stations Sutherland et Strasbourg, ainsi que les trois séquences $m = -1$, $m = 0$ et $m = 1$ issues de l'analyse multi - station.

Nous avons vu précédemment (Fig. I. 16) que le spectre sur 96 h de données enregistrées à Sutherland après le séisme du Pérou possède de l'énergie autour de la fréquence 0.4 mHz et celui de Strasbourg autour de 0.41 mHz. Les analyses en ondelettes de Morlet (Fig. I. 22 et Fig. I. 23) sur les enregistrements de ces deux stations et l'analyse en ondelettes « sinus amorti » (Fig. I. 24) sur les données de Strasbourg, confirment la présence de signal à ces fréquences. La transformée en ondelettes de Morlet sur 274 h de données à Strasbourg (Fig. I. 23) ou celle en ondelettes « sinus amorti » (Fig. I. 24) montre que la présence du mode ${}_2S_1$ semble durer quatre jours après le séisme du Pérou. Au-delà de six jours, le module de la transformée en ondelettes est quasi – nul, le mode n'est plus visible. Mais pour le moment il n'est pas possible d'estimer son amortissement à partir de ces scalogrammes.

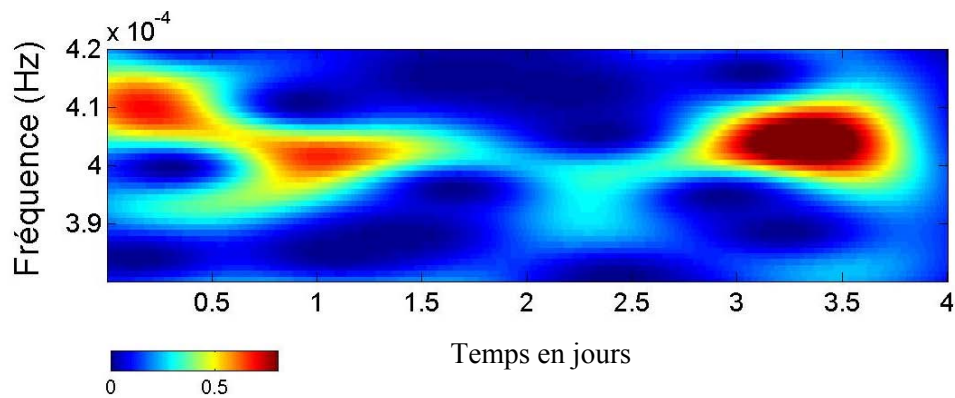


Fig. I. 22 Transformée en ondelettes de Morlet du spectre des résidus à Sutherland sur 96 h après le séisme du Pérou. L'ondelette de Morlet génératrice a une fréquence de 1 Hz.

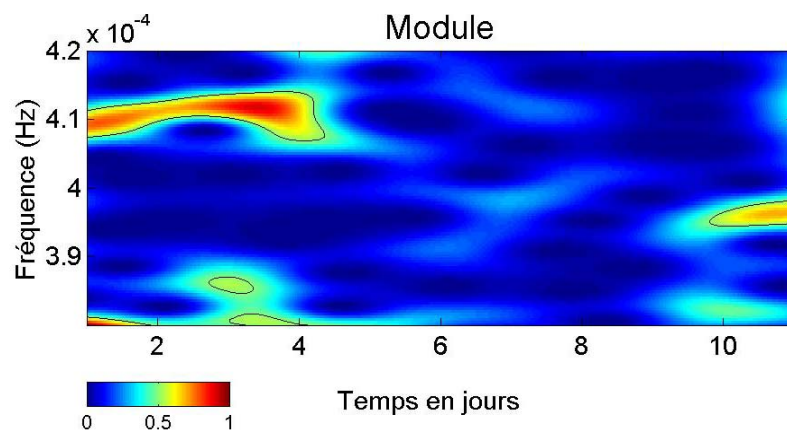


Fig. I. 23 Transformée en ondelettes de Morlet du spectre des résidus à Strasbourg sur 274 h après le séisme du Pérou. L'ondelette de Morlet génératrice a une fréquence de 2 Hz.

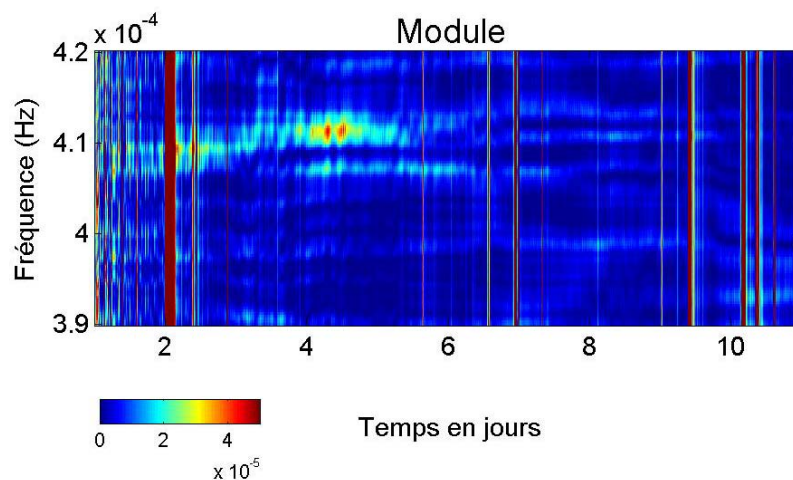
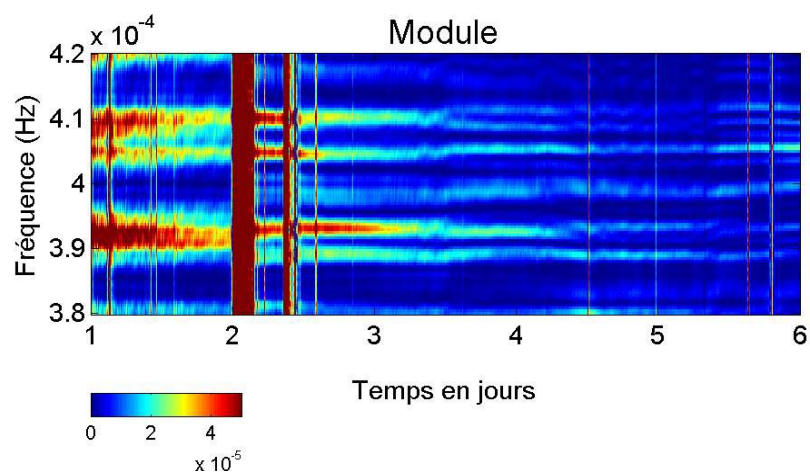
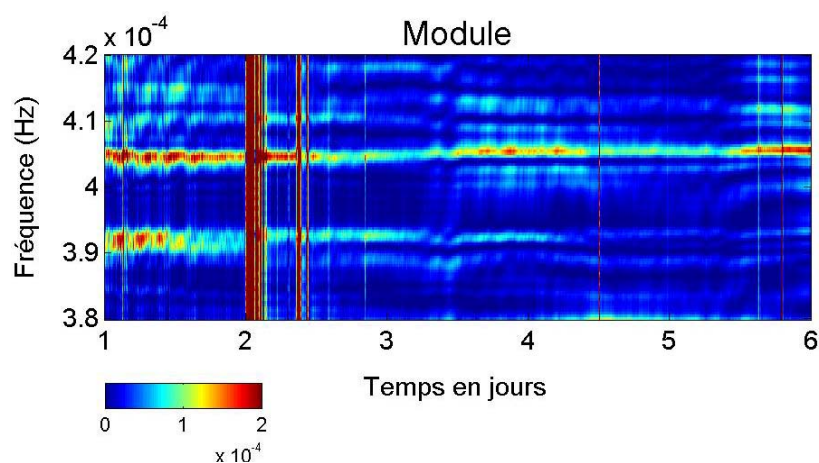


Fig. I. 24 Transformée en ondelettes « sinus amorti » du spectre des résidus à Strasbourg sur 274 h après le séisme du Pérou. Le paramètre K utilisé est de 0.01.

(a)



(b)



(c)

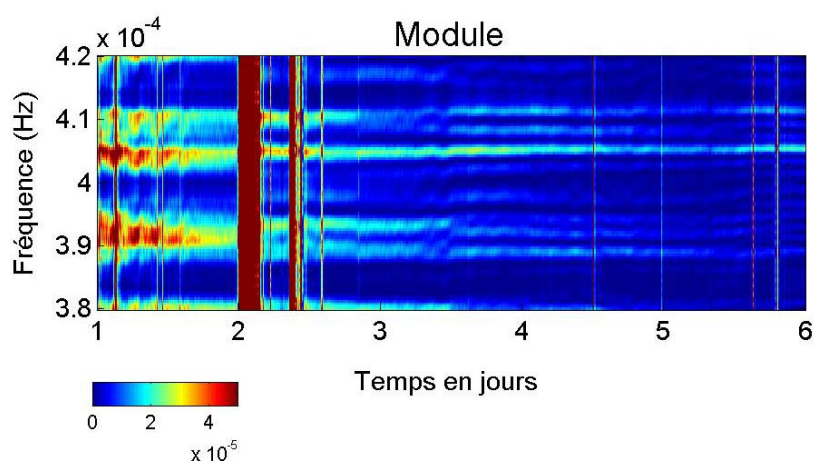


Fig. I. 25 Transformée en ondelettes « sinus amorti » des séquences (a) prograde, (b) axiale et (c) rétrograde de l'analyse multi – station effectuée sur les résidus de gravité aux stations Cantley, Canberra, Strasbourg, Sutherland et Vienne, 164 h après le séisme du Pérou. Le paramètre de l'ondelette a une valeur $K = 0.01$.

I.6 Conclusion

La transformée en ondelettes « sinus amorti » de paramètre $K = 0.01$ de la séquence prograde (singlet $m = -1$) fait nettement ressortir les singlets $m = 0$ et $m = 1$ aux fréquences proches de 0.405 mHz et 0.41 mHz, comme le montre la figure (I. 25) (a). Le singlet $m = -1$ n'est pas visible. Par contre, du signal d'amplitude aussi forte, émerge près de la fréquence 0.392 mHz. Il ne s'agit pas du mode toroïdal ${}_0T_2$ dont la fréquence est plutôt autour de 0.38 mHz. Ce signal est pour l'instant inexpliqué. Il se retrouve sur la transformée en ondelettes « sinus amorti » de la séquence rétrograde ($m = 1$) représentée sur la figure (I. 25) (c), ainsi que sur la transformée en ondelettes « sinus amorti » de la séquence axiale ($m = 0$) de la figure (I. 25) (b) mais avec une amplitude plus faible.

La transformée en ondelettes « sinus amorti » de la séquence axiale ($m = 0$) de la figure (I. 25) (b) souligne clairement le singlet $m = 0$. L'amplitude de la transformée en ondelettes semble augmenter dans le temps : la corrélation entre la sinusoïde amortie (ondelette) et le signal temporel correspondant au mode axial, se réalise donc mieux un certain temps après la perturbation (pic dans le temps) à $t = 2$ jours, qui correspond à une réplique du séisme.

I.6. Conclusion

Les gravimètres du réseau mondial GGP ont permis l'étude du splitting du mode fondamental ${}_0S_2$ avec un éclatement en cinq pics qui n'avait jamais été aussi bien observé jusque là avec un seul enregistrement. La combinaison des données de cinq gravimètres supraconducteurs judicieusement répartis sur le globe a permis la première détection du mode sismique de degré un, le mode ${}_2S_1$. Son observation est basée sur la mise en évidence des trois pics du triplet dont les amplitudes sont respectivement rehaussées lors de l'analyse multi-station. Le balayage des fréquences autour de la période centrale de ce mode détecte également un 'triplet' avec des fréquences qui respectent une loi de splitting quadratique et qui sont proches des valeurs prédites pour le mode ${}_2S_1$. Enfin, le dernier argument de l'observation de ${}_2S_1$ est l'analyse temps - échelle avec une ondelette de Morlet et avec une ondelette « sinus amorti » admissible.

La contribution indéniable des gravimètres supraconducteurs à l'étude des modes propres sismiques les plus graves est clairement mise en évidence, laissant entrevoir d'immenses possibilités d'études à partir du splitting de ces modes.

Il s'agit maintenant de s'intéresser à la recherche du mode sub-sismique de translation de la graine ${}_1S_1$ qui représente un défi pour les méthodes de sommation et d'analyse du signal. Nous appliquons, dans la section suivante, les outils, qui ont très bien fonctionné pour les modes sismiques ${}_0S_2$ et ${}_2S_1$, aux données de gravimètres cryogéniques afin de tenter de mettre en évidence le triplet de Slichter, d'amplitude plus faible et de paramètres (fréquence et amortissement) mal connus.

CHAPITRE II

A la recherche des modes de translation de la graine

Les recherches précédentes du mode de translation de la graine n'ont pas confirmé l'identification proposée par Smylie (1992) à partir du spectre produit de quatre enregistrements de gravimètres cryogéniques, puis renouvelée par Courtier et al. (2000), grâce à l'analyse multi – station de cinq enregistrements de gravimètres supraconducteurs échantillonnés à une heure. En outre, l'analyse d'un point de vue théorique a conclu à une incompatibilité entre les valeurs prédites et celles déduites de ces observations (Rieutord, 2002).

La difficulté de la détection du triplet de Slichter réside essentiellement dans le fait que son amplitude à la surface est certainement très faible (inférieure à 10^{-2} nm/s²). Elle dépend fortement du processus d'excitation.

La réponse en déplacement \mathbf{s} d'une Terre anélastique non rotative, à une fonction source, ponctuelle et instantanée, de tenseur du moment \mathbf{M} située à la position \mathbf{x}_s s'écrit :

$$= \sum_m \frac{1}{\omega_m^2} \left(M_{ij} : \varepsilon_{ij}^m(\mathbf{x}_s) \right) s_m (1 - \cos(\omega_m t)) e^{-\gamma_m t},$$

avec M_{ij} les composantes du tenseur du moment sismique, ε_{ij}^m le tenseur des déformations, s_m la fonction propre du singlet m , ω_m la fréquence propre correspondante et γ_m le taux d'amortissement du mode. Supposons qu'un séisme puisse exciter la translation de la graine. Le déplacement induit en surface pour ce mode de Slichter serait alors négligeable, pour au moins deux raisons : (1) la fonction propre s_m du mode de Slichter est très petite en surface ; (2) la déformation ε_{ij}^m déduite de s_m est aussi très faible.

En dehors de l'excitation sismique très faible, il est impossible de savoir si la graine est excitée seulement de temps en temps, et dans ce cas, si son mouvement est vite amorti, l'observation en surface paraît peu probable, ou si l'excitation est régulièrement entretenue, ce qui faciliterait son identification en surface.

Nous effectuons, dans ce chapitre, différentes recherches basées sur les méthodes présentées dans la partie précédente, en supposant que l'effet en gravité, à la surface terrestre, de l'oscillation de la graine est détectable par les gravimètres supraconducteurs. On fait également l'hypothèse que la représentation physique du mode de Slichter est un triplet d'oscillations harmoniques amorties. De plus, nous considérons des données échantillonnées à une minute afin de couvrir entièrement la bande de périodes comprises entre 3 h et 7 h, dans laquelle est supposé se trouver le triplet de Slichter (Se référer à la première partie de ce mémoire, chapitre II).

La recherche des modes de Slichter a fait l'objet d'une publication insérée à la fin de cet ouvrage.

II.1. Préparation des données

Les données enregistrées en continu depuis 1997 pour la majorité des stations GGP sont souvent sujettes à des problèmes liés au système d'acquisition ou à des interventions extérieures (remplissages d'hélium, violents orages, etc.). Ces problèmes peuvent prendre la forme de sauts dans l'enregistrement d'amplitude de plusieurs centaines de nm/s², de trous ou de pics. Les codas principales des séismes peuvent également être gênantes pour l'étude des modes propres sub-sismiques. Un nettoyage des enregistrements des différentes stations a donc été réalisé sur les données une minute pour les années 1998, 1999, 2000 et 2001. Les pics et les trous ont été remplacés par une interpolation linéaire sur la pression et sur les résidus pour des signaux de gravité obtenus après soustraction d'une marée synthétique. La marée retirée est réinjectée dans les résidus après correction des perturbations 'non géophysiques'.

Il est important de noter que ce prétraitement des données est fortement subjectif et que le degré de correction dépend de l'étude que l'on souhaite faire. Dans le cas de l'étude de modes très longue période, comme les marées ou la nutation libre du noyau, les données sont corrigées de toutes les perturbations hautes fréquences et en particulier des séismes. Dans le cas de la recherche des modes sismiques et sub-sismiques, tels que le triplet de Slichter, il est important de ne pas supprimer les oscillations rapides qui peuvent être du signal.

Après nettoyage des données, nous avons calculé des résidus gravimétriques par analyse avec le logiciel ETERNA (Wenzel, 1996) qui effectue un ajustement par moindres carrés des marées, de la pression atmosphérique locale via une admittance barométrique et de la dérive instrumentale, pour chaque station. Les résidus ainsi obtenus peuvent alors être sommés, scannés et analysés en ondelettes.

Dans la suite, les spectres de Fourier ont été calculés après application d'une fenêtre d'apodisation de Hanning et padding des données, puis le spectre d'amplitude est normalisé par la longueur du signal.

Un exemple de résidus de gravité et de variations de pression atmosphérique enregistrés à la station Cantley est représenté sur la figure (II. 1). Les spectres d'amplitude de ces données sont dessinés sur la figure (II. 2) respectivement (a) pour les variations de pression atmosphérique et (b) pour les résidus de gravité. Les ondes thermiques (S1 et ses harmoniques) S1, S2, S3, S4, S5 et S7 ressortent nettement sur le spectre de la pression. Comme on corrige la gravité des effets atmosphériques, via une admittance barométrique, ces ondes thermiques se retrouvent en partie sur le spectre des résidus de gravité (Fig. II. 2 b).

En effet, l'atmosphère se caractérise, en plus du continuum météorologique, par des ondes thermiques provenant des variations de l'ensoleillement : de périodes annuelle (Sa) et diurne (S1) essentiellement. Elles présentent des modulations (annuelles, semi - annuelles, pour S1) et des harmoniques (S2, S3, etc. pour S1, Ssa essentiellement pour Sa) au sens de Fourier. Ces ondes se caractérisent par de grandes longueurs d'onde spatiale, typiquement de degrés 1 et 3 (Haurwitz et Cowley, 1973).

La longueur d'onde spatiale est définie en fonction du degré d'harmonique sphérique n par $\lambda(n) = 2\pi a/n$, avec a le rayon terrestre moyen. La correction de l'effet atmosphérique local en utilisant une admittance barométrique ne permet pas de s'affranchir des grandes longueurs d'onde spatiale de l'atmosphère, c'est pourquoi S1 et ses harmoniques sont encore fortement présentes dans nos données.

Pour réduire l'effet des ondes thermiques, S1 et ses harmoniques, il est nécessaire d'utiliser un modèle atmosphérique global. Cependant, les modèles d'atmosphère actuels sont limités en pas d'échantillonnage (3 h pour le modèle ECMWF, European Centre for Medium-Range Weather Forecasts) et ne modélisent pas correctement les ondes S1 et ses harmoniques. Des modèles doivent donc être développés et, dans le cadre de la recherche des modes subsismiques, avec un pas d'échantillonnage d'une heure au plus.

Remarque : La fonction de transfert entre l'accélération du sol et la pression atmosphérique locale n'est pas constante, elle dépend de la période étudiée (variations saisonnières) et de la fréquence (Crossley et al., 1995). Ainsi, à défaut de pouvoir modéliser l'atmosphère, on aurait pu utiliser une admittance barométrique dépendant de la fréquence. Le rapport signal sur bruit aurait été ainsi légèrement amélioré dans certaines bandes de fréquences.

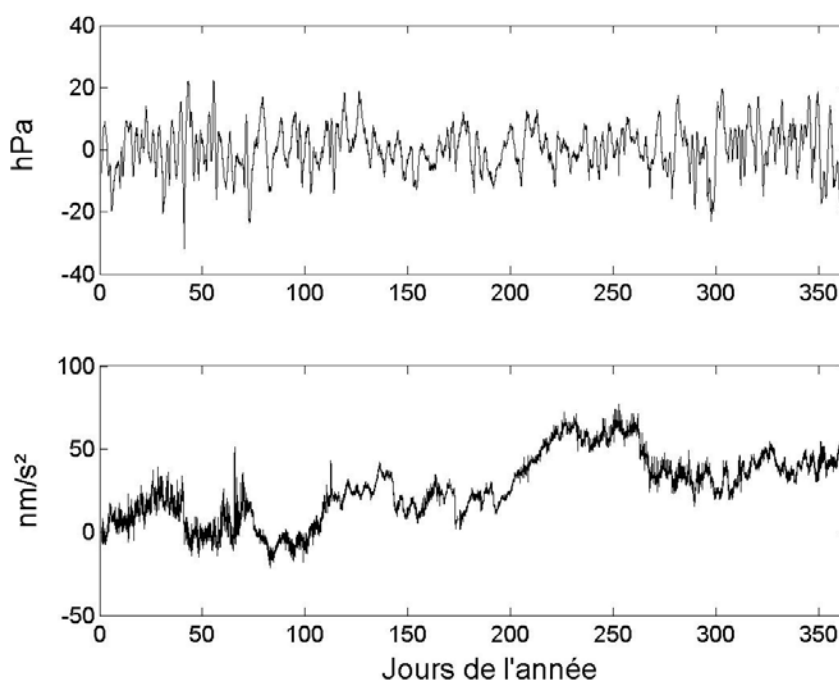


Fig. II. 1 Exemple de données à la station Cantley sur l'année 2001. Le graphe du haut correspond aux variations de pression atmosphérique locale en hPa. Celui du bas représente les résidus, après analyse ETERNA, des variations temporelles de la gravité en nm/s².

Les fréquences prédites des ondes de marées dans les bandes quart-, cinq- et six-diurnes sont indiquées sur l'ensemble des spectres d'amplitude et des spectres produits afin d'éviter des erreurs d'interprétation de pics spectraux. Le fait qu'il reste des ondes de marées provient en partie du fait que l'ajustement de modèles de marées via ETERNA n'est pas complet. En effet, pour un groupe d'ondes dans une bande de fréquences, on cherche à ajuster différentes sinusoïdes de même fréquence mais d'amplitude et de phase différentes. Cet ajustement ne peut pas être réalisé à 100%. A une même fréquence quart-, cinq- ou six- diurne correspondent à la fois des ondes de marées solides et des ondes de marées non – linéaires, qui proviennent des interactions (frottements des océans sur le fond et advection) entre les principales ondes de marées semi – diurnes (M2, S2 et N2) sur les différents plateaux continentaux. Les fréquences de ces ondes sont indiquées sur les figures (II. 3) et (II. 4).

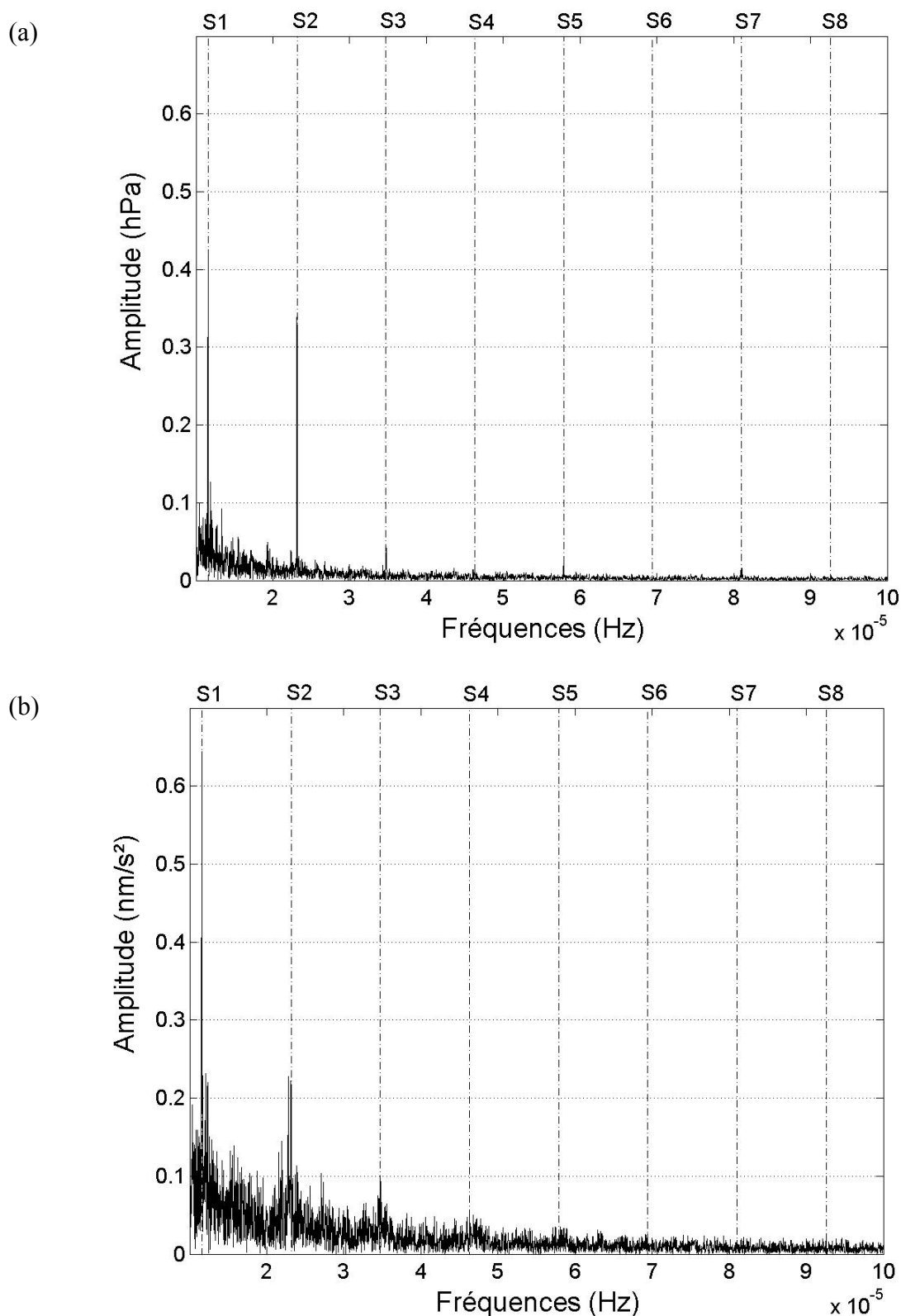


Fig. II. 2 Spectres d'amplitude normalisés des variations temporelles (a) de pression atmosphérique locale et (b) de gravité résiduelle, enregistrées à la station Cantley sur l'année 2001. Les traits pointillés verticaux indiquent les fréquences de l'onde diurne S1 et de ses harmoniques de S2 à S8.

II.2. Analyse multi - station

Les premières analyses ont été effectuées sur des données 1 min de l'année 2001 des résidus de gravité aux stations Cantley, Canberra, Matsushiro, Strasbourg et Sutherland dont le spectre produit des trois séquences résultant de l'analyse multi - station (Courtier et al., 2000) est représenté sur la figure (II. 4). Les spectres d'amplitude des séquences prograde, axiale et rétrograde sont représentés sur la figure (II. 3). Les valeurs identifiées par Smylie (1992) comme étant les fréquences du mode de Slichter sont indiquées par les segments verticaux rouges. En traits pointillés bleus, nous avons indiqué les principales ondes de marée six-, cinq- et quart- diurnes, et en tirets pointillés magenta, les harmoniques de l'onde thermique S1 (de S3 à S6).

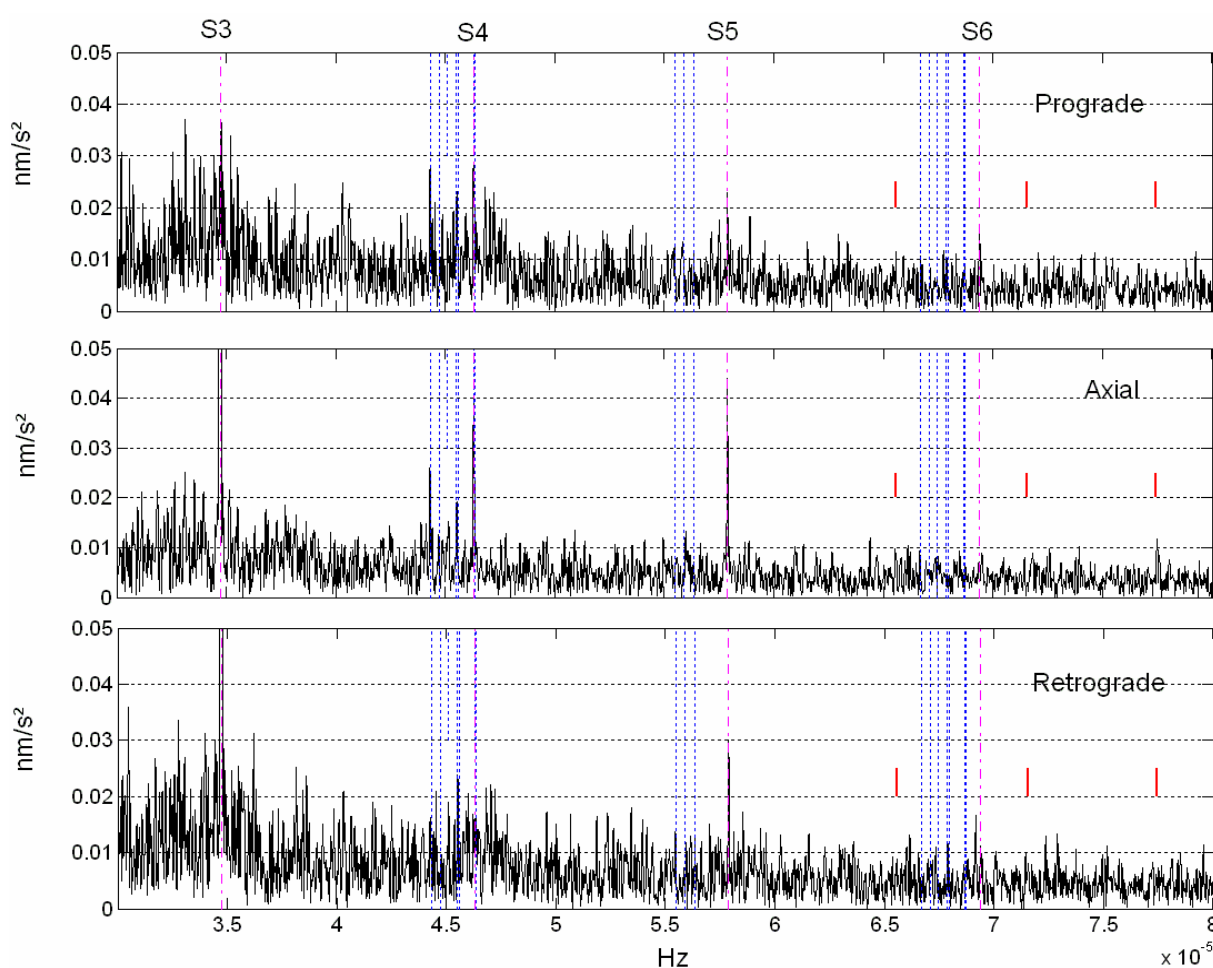


Fig. II. 3 Spectres d'amplitude normalisés des séquences prograde, axiale et rétrograde, issues de l'analyse multi - station sur les données 1 min des résidus de gravité aux stations Cantley, Canberra, Matsushiro, Strasbourg et Sutherland. Les valeurs identifiées par Smylie (1992) sont indiquées par les segments verticaux rouges. En traits pointillés bleus, nous avons indiqué les principales ondes de marée et en tirets pointillés magenta, les harmoniques de l'onde thermique S1 (de S3 à S6).

Sur le graphe du spectre produit (Fig. II. 4), les fréquences de Slichter prédites par Dahlen et Sailor (1979) pour les modèles de Terre PREM et 1066A et calculées par Rieutord

(2002) pour le modèle BUSSE (Busse, 1974) sont indiquées. Les valeurs identifiées par Smylie (1992) sont également tracées. Aucune identification de triplet correspondant à ces fréquences n'est possible, à part éventuellement des pics qui semblent émerger à des fréquences légèrement décalées de celles prédites par Rieutord pour le modèle BUSSE.

La grande difficulté de l'analyse spectrale est d'identifier des pics qui peuvent être représentatifs de signaux par rapport aux pics spectraux qui ne sont que du bruit. Il faut donc faire intervenir d'autres outils statistiques, comme la recherche de résonances qui obéissent à une loi de splitting.

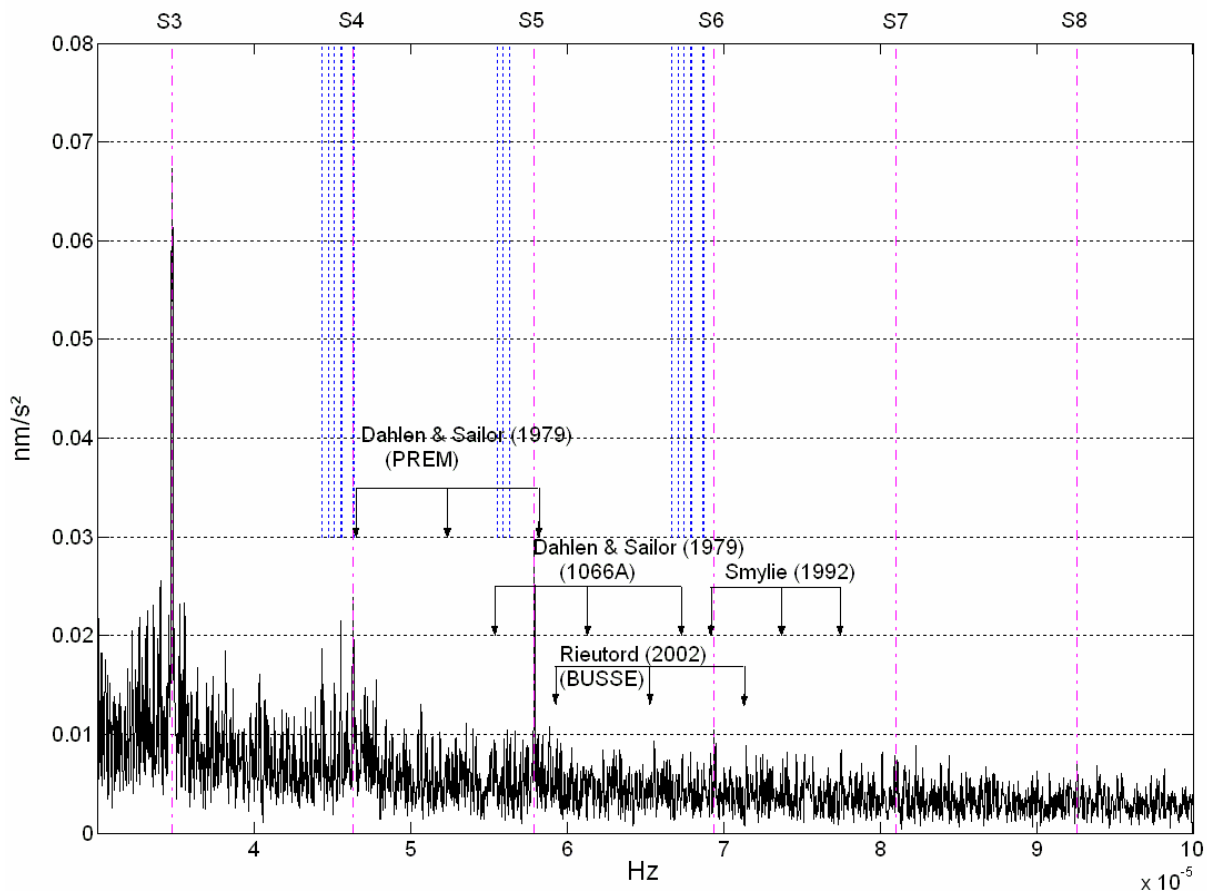


Fig. II. 4 Spectre produit des séquences prograde, axiale et rétrograde, issues de l'analyse multi - station sur les données 1 min des résidus de gravité aux stations Cantley, Canberra, Matsushiro, Strasbourg et Sutherland. Les fréquences de Slichter prédites par Dahlen et Sailor (1979) pour les modèles de Terre PREM et 1066A et calculées par Rieutord (2002) pour le modèle BUSSE (Busse, 1974) sont indiquées. Les valeurs identifiées par Smylie (1992) sont également pointées. En traits pointillés bleus, nous avons indiqué les principales ondes de marée et en tirets-pointillés magenta, les harmoniques de l'onde thermique S1 (de S3 à S8).

II.3. Détection de triplets

A partir du spectre produit obtenu précédemment, nous avons cherché trois résonances spectrales dont les fréquences obéissent à une loi de splitting quadratique en l'ordre m . Nous avons utilisé trois estimations différentes de paramètres de splitting : les valeurs prédites pour le modèle de Terre PREM, celles calculées pour le modèle 1066A et celles obtenues par Courtier et al. (2000) à partir du triplet qu'ils ont attribué au mode de Slichter. Les trois résultats sont différents et les triplets détectés sont indiqués sur la figure (II. 5).

Les trois pics détectés par le scan qui respectent une loi de splitting pour le modèle de Terre 1066A (Gilbert et Dziewonski, 1975) émergent légèrement du bruit, au-dessus du niveau correspondant à deux fois l'écart-type (Fig. II. 5 b), avec un rapport signal sur bruit d'environ deux. Ils ne correspondent à aucune onde de marée connue, ni à une modulation de l'onde thermique S1. Il s'agit du candidat le plus probable parmi les trois obtenus. Les périodes 3.6 h, 3.9 h et 4.2 h ainsi détectées sont très proches de celles observées par Smylie (1992) et Courtier et al. (2000), mais avec un écartement (splitting) différent, puisque basé sur un splitting sismologique dont les paramètres sont ceux du modèle de Terre 1066A. Ces trois pics spectraux ressortent nettement mieux que le triplet proposé par Smylie (1992), indiqué sur la figure (II.5 b). Ce triplet de fréquences, s'il correspondait vraiment au triplet de Slichter, donnerait un saut de densité à l'ICB de l'ordre de 1160 kg/m^3 (équation I.1 de la première partie), ce qui est deux fois supérieur à celui du modèle PREM.

L'énergie spectrale du triplet que nous avons ainsi détecté est 4 fois supérieure au niveau d'énergie moyen des autres candidats, mais elle n'est que 1.5 fois plus élevée que l'énergie spectrale correspond au candidat possible suivant. Des analyses statistiques supplémentaires sont donc nécessaires pour confirmer la possibilité que ce triplet de fréquences corresponde aux modes de translation de la graine.

Le mode axial détecté à partir des valeurs de splitting observées par Courtier et al. (2000) ressort légèrement du bruit à la période de 8.2 h mais cette fréquence est très proche de l'harmonique S3. Or, dans les résidus de gravité, ces harmoniques ont tendance 'à s'étaler' en fréquence dans les spectres d'amplitude, c'est-à-dire de nombreux pics apparaissent autour. De plus, l'énergie correspondant à ce triplet de fréquences détecté est très faiblement supérieure à l'énergie moyenne du spectre.

Les méthodes spectrales que nous avons ainsi utilisées ne permettent pas de mettre en évidence le triplet de Slichter sans ambiguïté. Ce qui nous amène à souligner le caractère non stationnaire du mouvement de translation de la graine et donc à l'utilisation d'outils plus adaptés tels que l'analyse multi – échelle en ondelettes.

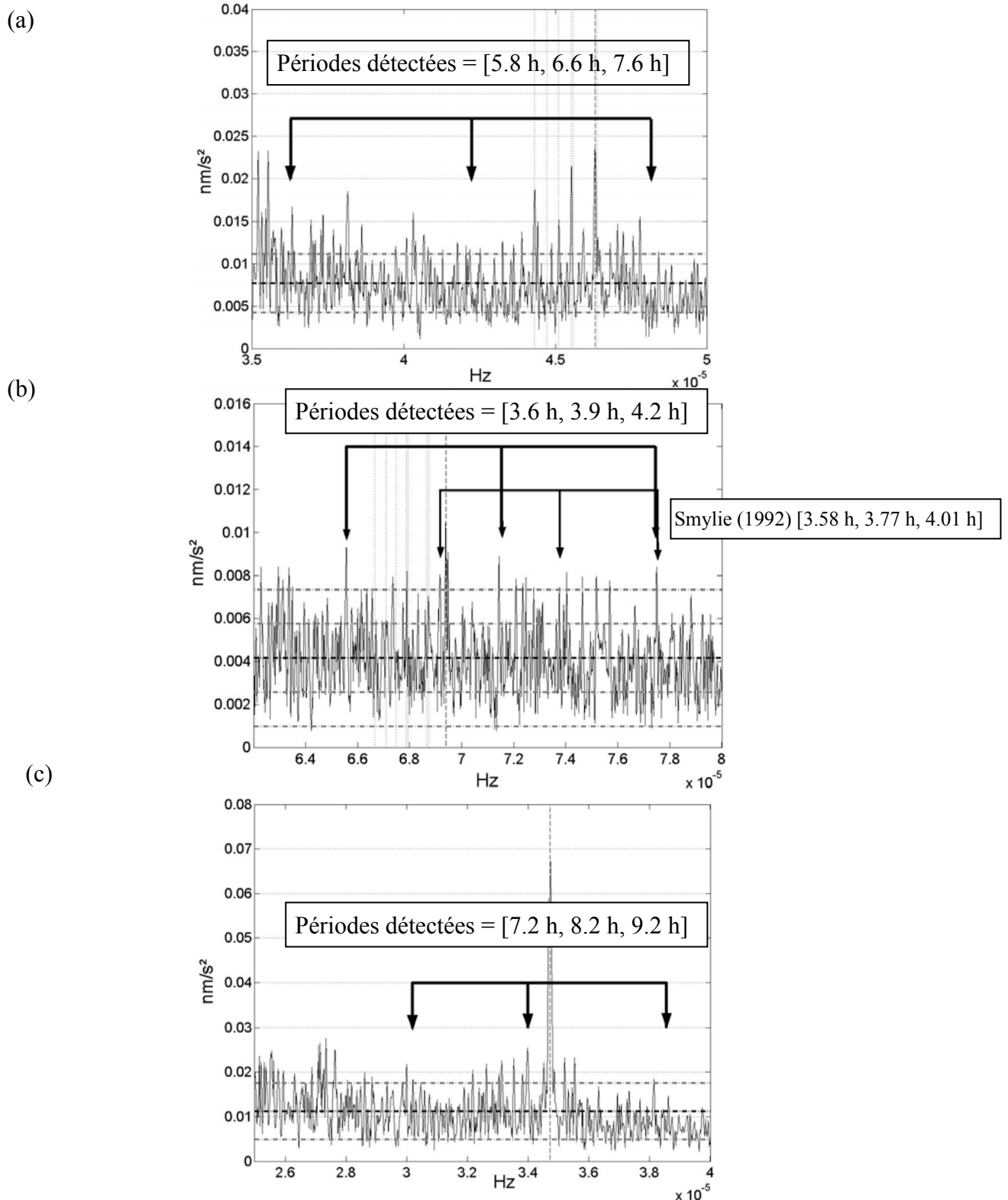


Fig. II. 5 Résultats de la recherche de triplets pour les modèles de Terre (a) PREM, (b) 1066A et (c) pour les valeurs observées par Courtier et al. (2000). Les traits pointillés verticaux indiquent les fréquences des ondes de marée et les tirets verticaux celles des harmoniques de l'onde diurne S1. Les tirets horizontaux correspondent au niveau de bruit moyen (médiane), à l'écart-type et à deux fois l'écart-type dans le cas (b).

II.4. Analyses en ondelettes

Compte tenu de la nature transitoire des modes de translation de la graine, l'analyse conjointe « temps – échelle » apparaît comme l'outil privilégié pour extraire, quantifier et, mettre en relation l'information liée aux modes de Slichter qui serait contenue dans les enregistrements des gravimètres supraconducteurs.

La recherche d'un triplet de translation dans les résidus de gravité suppose de détecter du signal cohérent entre des stations géographiquement susceptibles de détecter ce mouvement au même instant. Il faut donc rechercher sur les scalogrammes des analyses en ondelettes, les signaux présents à certaines stations au même moment. Le caractère global du mode de Slichter est important et surtout le fait qu'il s'agisse d'un mode de degré un en harmoniques sphériques.

II.4.1 Application sur les données gravimétriques de chaque station

Dans un premier temps, nous calculons les transformées en ondelettes « sinus amorti » des résidus de gravité à chaque station, et nous cherchons des signaux cohérents entre les stations. Un mouvement de degré un observé en Europe devra être visible au même instant aux antipodes. A l'antipode de l'Europe, enfin presque, nous n'avons que les stations Syowa (Antarctique) jusqu'en décembre 2000, et Sutherland (Afrique du Sud) depuis mars 2000.

Une analyse en ondelettes « sinus amorti » sur les résidus des variations temporelles de gravité en 1999 aux stations européennes (Bruxelles, Membach, Strasbourg et Vienne) met en évidence l'effet atmosphérique lié à la tempête de décembre 1999, qui a traversé l'Europe d'Ouest en Est. Sur les scalogrammes, à Strasbourg par exemple, de la figure (II. 6), les modes atmosphériques liés à la tempête ressortent nettement à différentes fréquences sub-sismiques (figure II. 6 a). Dans les résidus de gravité, corrigés de la pression locale, via une admittance qui enlève l'essentiel de la tempête, un saut est visible vers $t = 361.5$ jour, générant du signal dans le scalogramme de la figure (II.6 b) à différentes fréquences sub-sismiques. Ce qui est surprenant, c'est qu'au même moment, à $t = 361.5$ jour, à la station Syowa, du signal est détecté dans la gravité, et pas dans la pression, par l'analyse en ondelettes. Un saut apparaît également dans la gravité à cet instant. Les scalogrammes correspondant sont représentés sur la figure (II. 7). En particulier, on trouve du signal à environ $5.5 \cdot 10^{-5}$ Hz (5 h), $6.5 \cdot 10^{-5}$ (4.3 h) Hz et $7.5 \cdot 10^{-5}$ Hz (3.7 h). Cette énergie dans le scalogramme est maximale au 363^{ème} jour de l'année 1999, soit le 29 décembre 1999. Malheureusement, à cette époque, Syowa est la seule station cryogénique au Sud de l'Europe en fonctionnement. Aux autres stations mondiales, aucun signal n'est visible en décembre 1999. Le nombre d'observations étant limité, il est difficile de dire s'il s'agit d'un signal global ou d'une perturbation purement locale à Syowa qui survient par hasard au même moment où la tempête sévit en Europe.

Nous avons également étudié les scalogrammes après le séisme du Pérou du 23 juin 2001, mais aucun signal cohérent ne ressort aux différentes stations : la théorie avait prédit que les modes de Slichter ne pouvaient pas être observables en surface après ce séisme.

Les analyses en ondelettes « sinus amorti » révèlent toutes les perturbations présentes dans les résidus. Il est alors difficile de distinguer un signal géophysique global d'une perturbation purement locale, autrement qu'en comparant avec les autres stations. Nous illustrons ce fait avec l'exemple d'un léger saut détecté dans les résidus de gravité à Membach, peu après le 51^{ème} jour de l'année 1999, ainsi qu'avec une excitation de fréquences à Canberra, quelques jours après un séisme, en juillet 1999.

Saut dans les résidus au 51^{ème} jour de l'année 1999

Un saut dans les résidus de Membach est détecté par l'analyse en ondelette à $t = 51,75$ jour et d'amplitude environ 3 nm/s^2 . Ce saut en gravité résulte en des maxima d'amplitude du scalogramme sur de nombreuses fréquences (Fig. II. 8), en particulier près de 0.078 mHz . Cependant, ce saut n'est pas présent dans les données des autres stations européennes Bruxelles, Metsahovi, Strasbourg et Vienne. Par contre, l'analyse en ondelettes « sinus amorti » des résidus de gravité à la station Matsushiro révèle du signal à cette fréquence et à des instants proches. Le scalogramme correspondant est représenté sur la figure (II. 9). L'harmonique S5 ressort nettement sur ce scalogramme. S6 et S7 semblent également visibles.

Nous n'avons pas détecté ce « signal » aux autres stations. S'agit-il d'une perturbation locale de la gravité ou d'un signal global ? Cet exemple illustre la difficulté de l'interprétation d'un scalogramme quand le nombre des observations est limité.

Perturbation de la gravité à Canberra après un séisme en juillet 1999

Un séisme perturbe les variations temporelles de gravité enregistrées à Canberra au 199^{ème} jour de l'année 1999. Quelques jours après ce séisme, la transformée en ondelettes « sinus amorti », représentée sur la figure (II. 10), détecte de l'énergie à des fréquences sub-sismiques proches de $6.3 \cdot 10^{-5} \text{ Hz}$, $7.5 \cdot 10^{-5} \text{ Hz}$ et $8 \cdot 10^{-5} \text{ Hz}$. A environ $9.3 \cdot 10^{-5} \text{ Hz}$, du signal est détecté, mais à cette fréquence correspond l'harmonique S8.

Ces signaux, à cette époque de l'année, n'ont pas été repérés sur d'autres scalogrammes à d'autres stations. Il s'agit certainement de perturbations locales de la gravité.

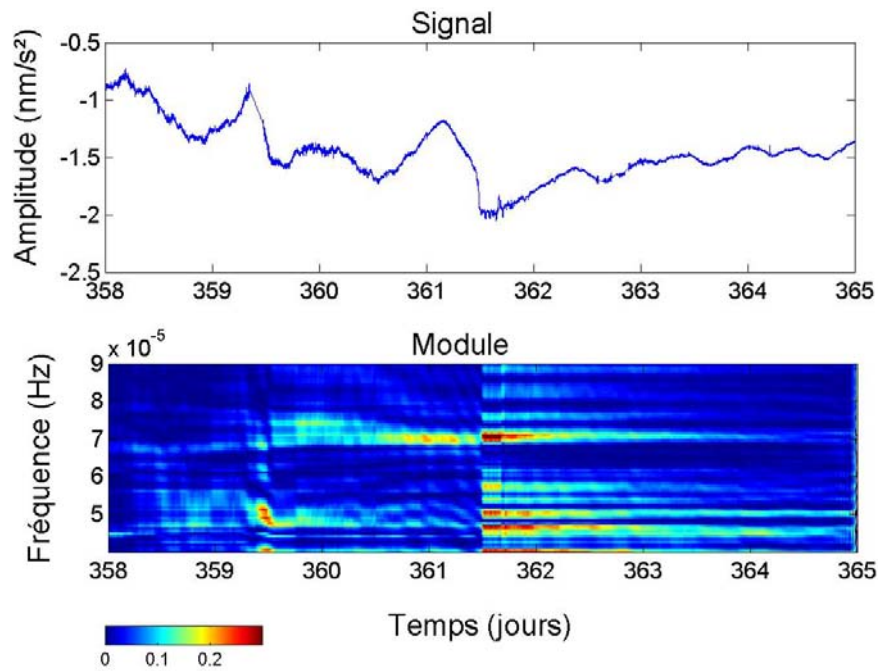
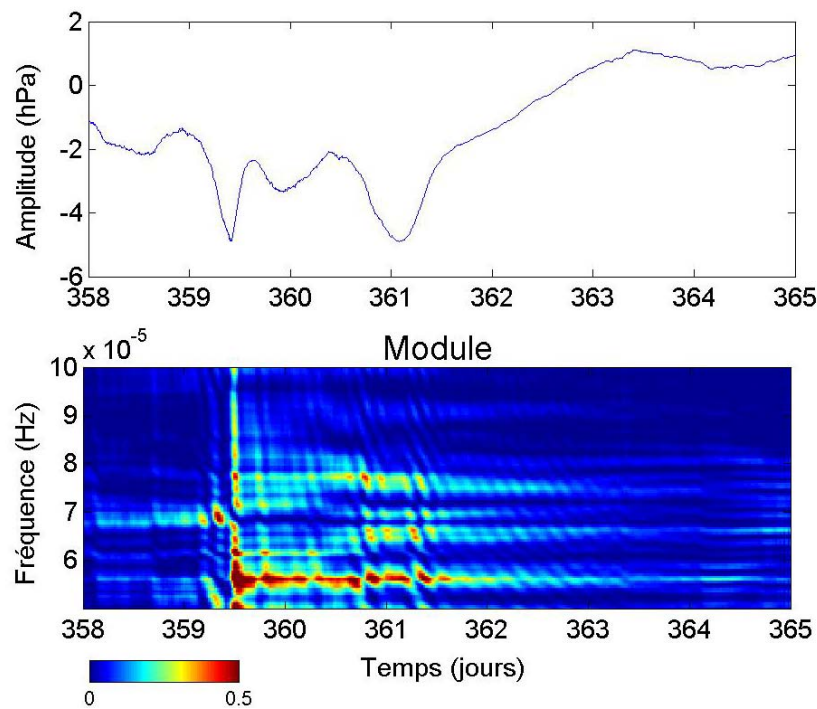
(a) Strasbourg, 1999, résidus de gravité $K = 0.05$ (b) Strasbourg, 1999, pression atmosphérique locale $K = 0.05$ 

Fig. II. 6 Transformée en ondelettes « sinus amorti » (a) des résidus de gravité, (b) des variations de pression atmosphérique locale à Strasbourg sur l'année 1999. Zoom sur la période comprise entre les jours de l'année 358 et 365, et entre les fréquences 0.05 mHz et 0.1 mHz.

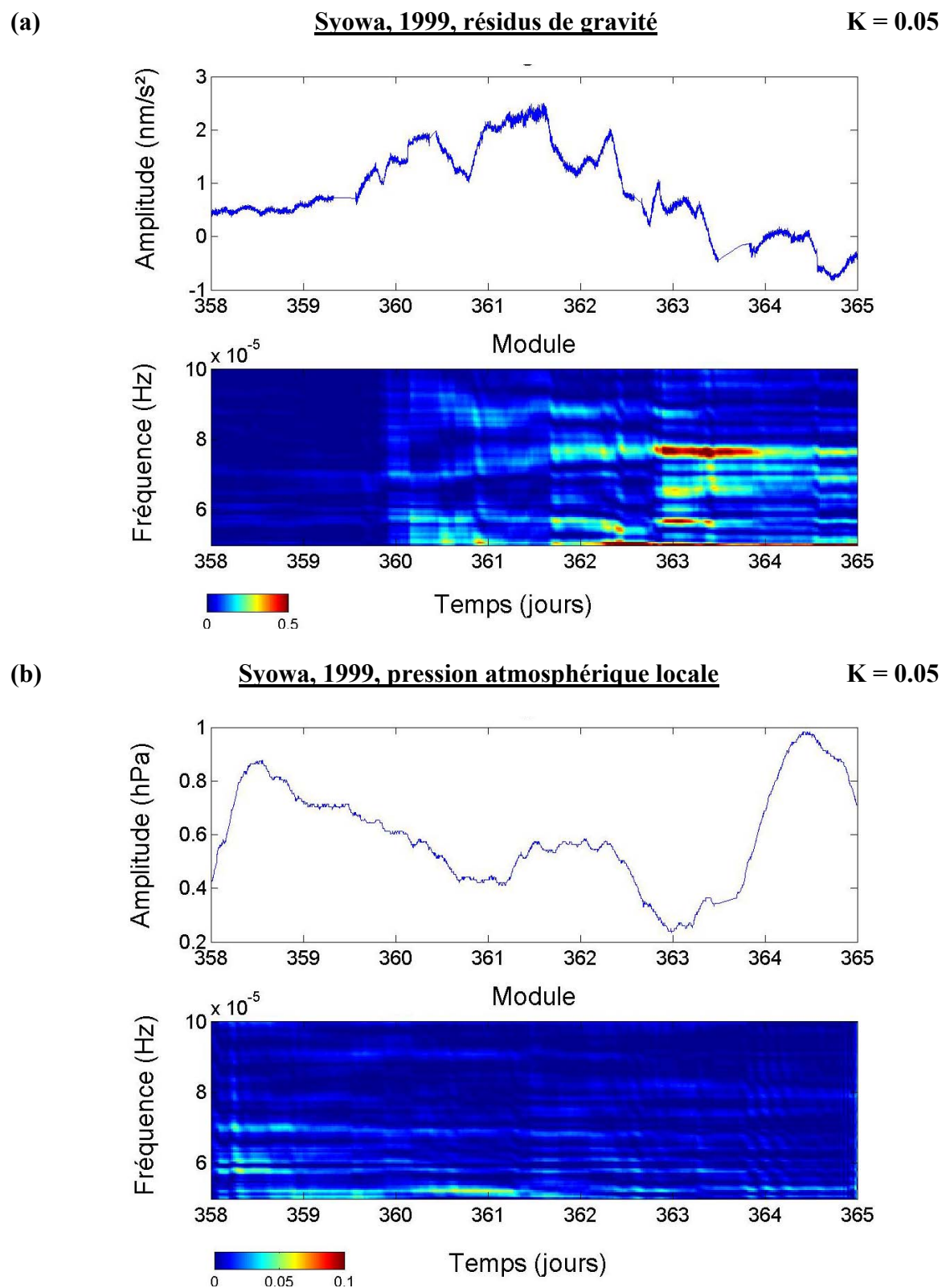


Fig. II. 7 Transformée en ondelettes « sinus amorti » (a) des résidus de gravité, (b) des variations de pression atmosphérique locale à Syowa sur l'année 1999. Zoom sur la période comprise entre les jours de l'année 358 et 365, et entre les fréquences 0.05 mHz et 0.1 mHz.

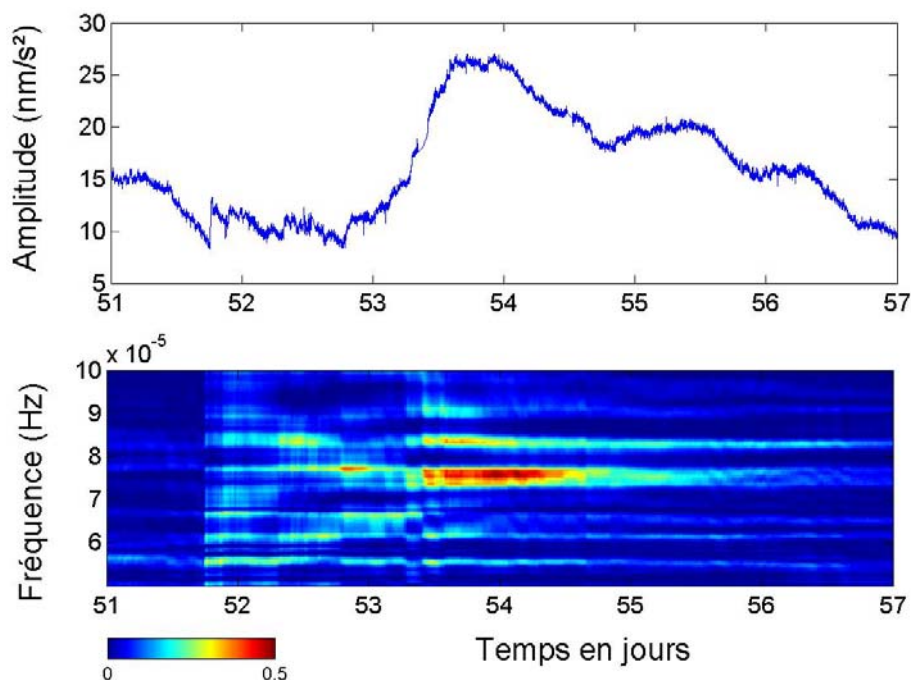


Fig. II. 8 Transformée en ondelettes « sinus amorti » des variations de gravité à Membach sur l'année 1999. Agrandissement sur la période comprise entre les jours de l'année 51 et 57 et entre les fréquences 0.05 mHz et 0.1 mHz. Le paramètre K utilisé est de 0.05.

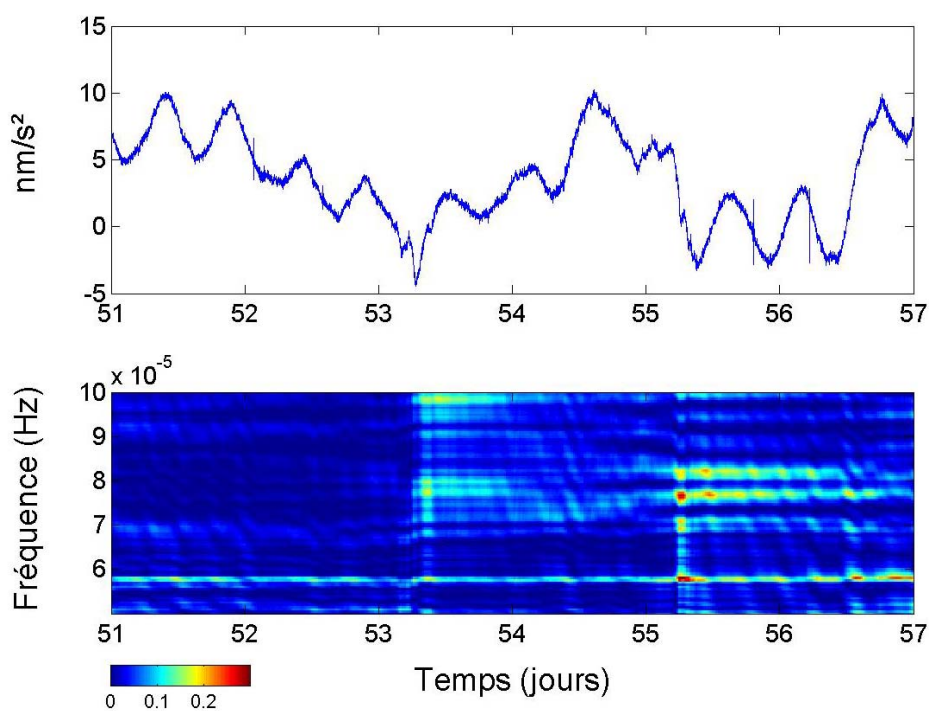


Fig. II. 9 Transformée en ondelettes « sinus amorti » des variations de gravité à Matsushiro sur l'année 1999. Agrandissement sur la période comprise entre les jours 51 et 57 et entre les fréquences 0.05 mHz et 0.1 mHz. Le paramètre de l'ondelette utilisé a une valeur $K = 0.05$.

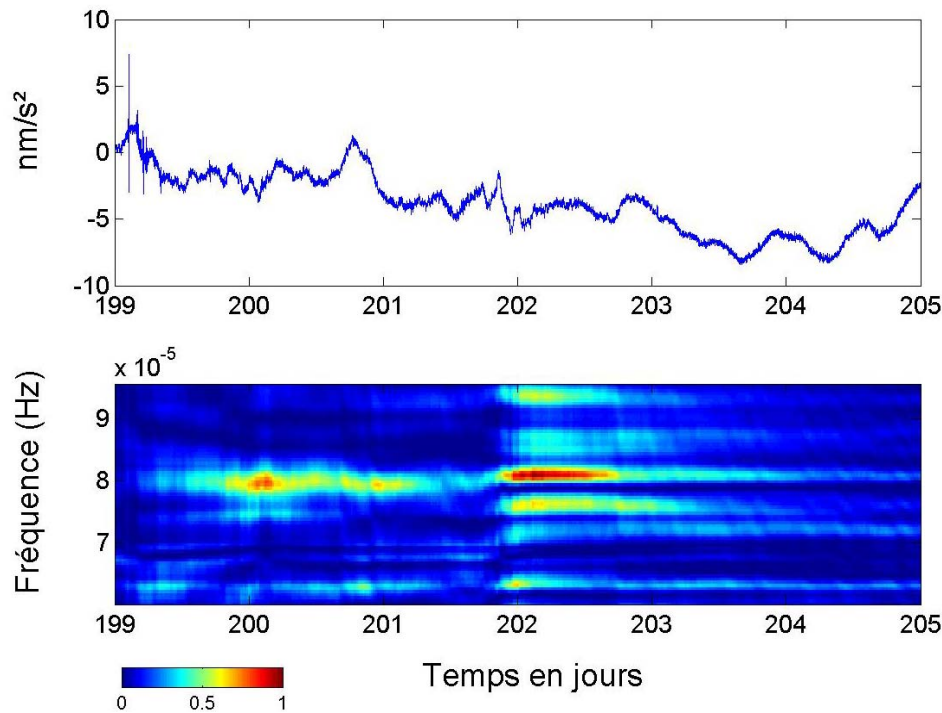
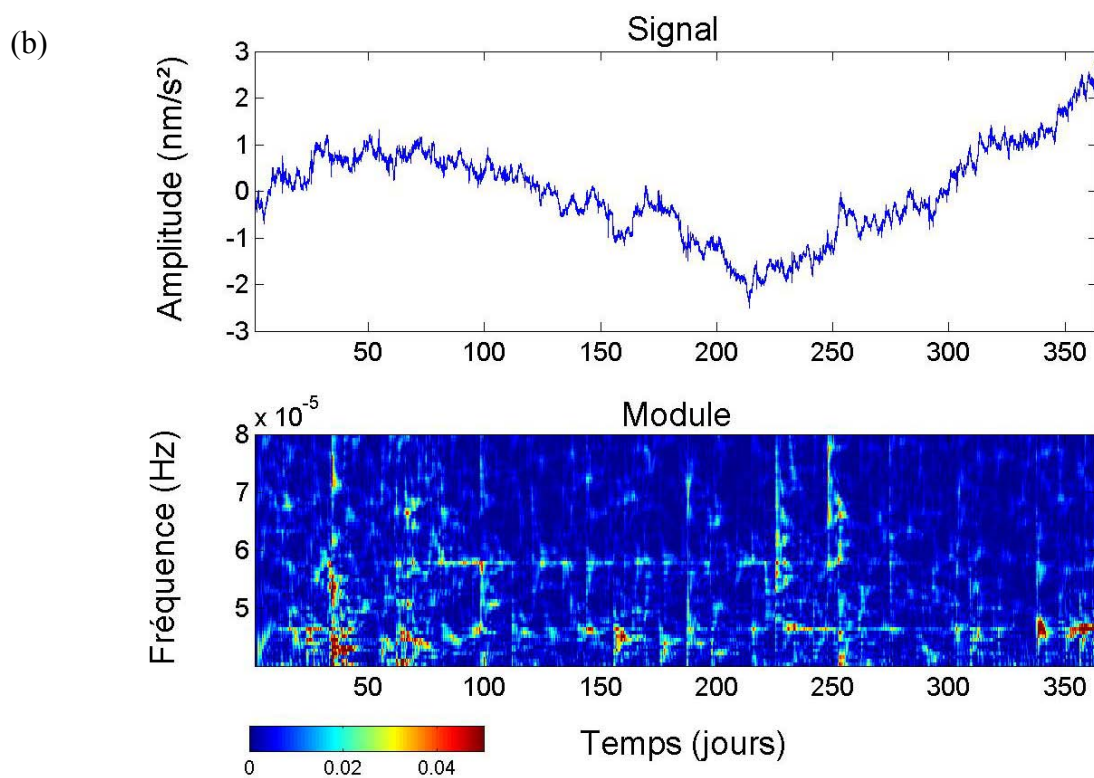
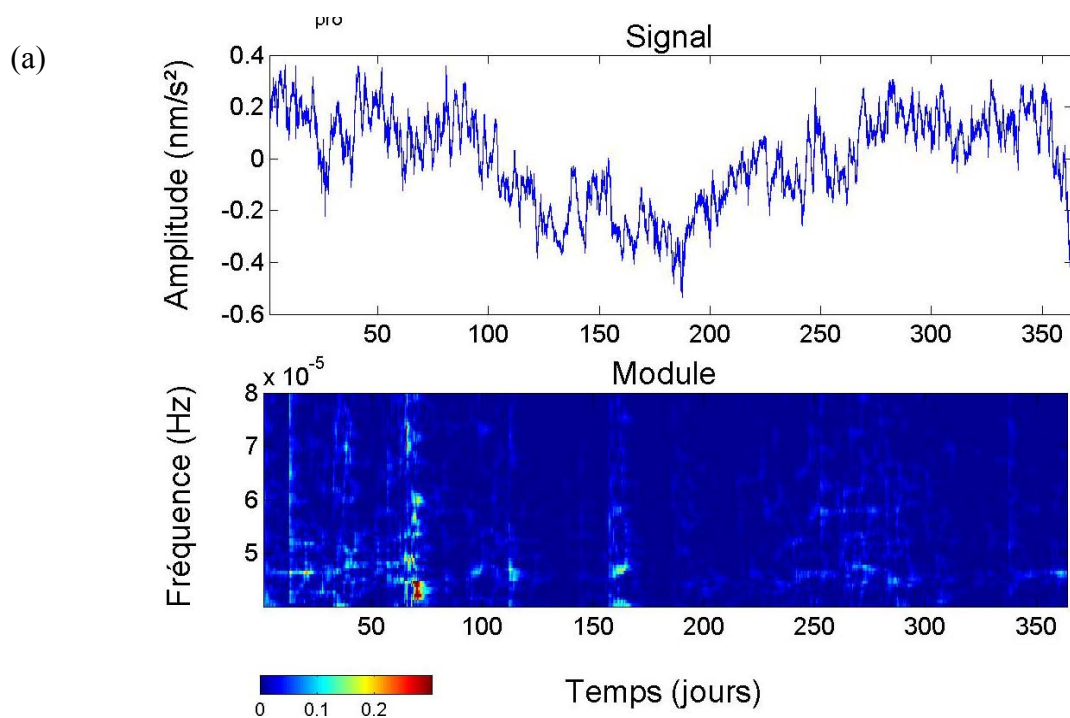


Fig. II. 10 Transformée en ondelettes « sinus amorti » des résidus de gravité à Canberra sur l'année 1999. Agrandissement sur la période comprise entre les jours 199 et 205 et entre les fréquences 0.05 mHz et 0.1 mHz.

II.4.2 Application sur les résultats de l'analyse multi – station

Nous avons analysé en ondelettes « sinus amorti » les séquences issues de l'analyse multi – station des résidus de gravité aux stations Cantley, Canberra, Matsushiro, Strasbourg et Sutherland déjà considérés au paragraphe II.2. Les scalogrammes correspondant sont représentés sur la figure (II. 11). Le paramètre de l'ondelette a été fixé à $K = 0.05$, valeur qui semble appropriée à la recherche de signaux dans cette bande de fréquence sub-sismique, en conséquence des tests synthétiques effectués dans le chapitre III de la troisième partie de ce travail de thèse. Sur le scalogramme correspondant à la séquence axiale (Fig. II. 11 b), les harmoniques de l'onde thermique S1, S4 et S5 sont marquées par des lignes discontinues dans le temps de forte énergie. En comparant les scalogrammes des trois séquences, les seuls instants en commun avec de l'énergie, se situent entre les 60^{ème} et 75^{ème} jours de l'année 2001.

Nous avons donc zoomé les scalogrammes dans ce domaine temporel et représentés les agrandissements sur la figure (II. 12). Des signaux apparaissent à différentes fréquences, mais aucun n'apparaît nettement comme pouvant correspondre à une des trois composantes d'un triplet. Nous retrouvons du signal autour de la fréquence $7.5 \cdot 10^{-5}$ Hz à différents instants de la séquence axiale et à un instant commun (65^{ème} jour de l'année 2001) aux séquences prograde et rétrograde (Fig. II. 12 a et c).



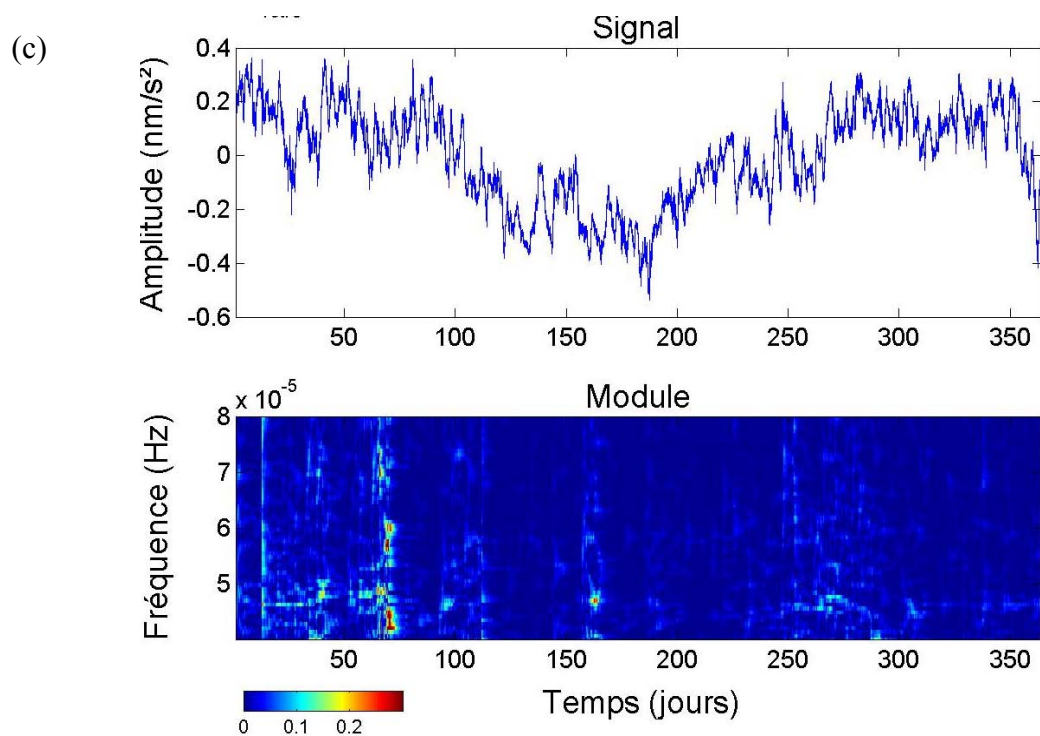
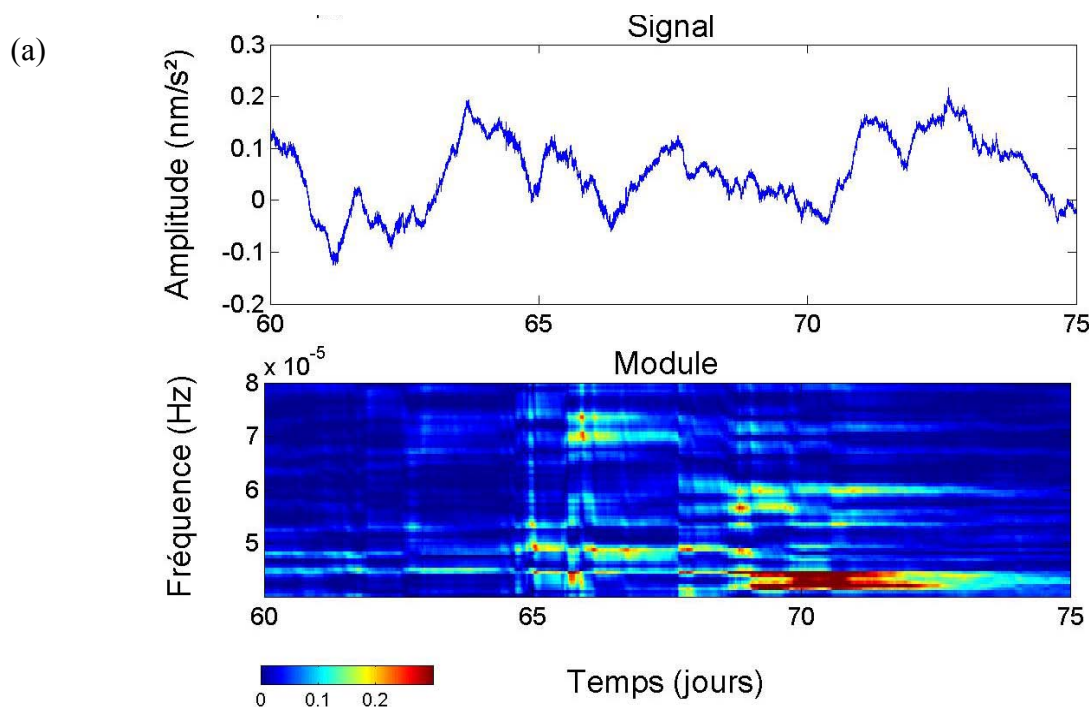


Fig. II. 11 Transformées en ondelettes « sinus amorti » des séquences (a) prograde, (b) axiale et (c) rétrograde issues de l'analyse multi – station appliquée aux données une minute sur l'année 2001 des stations Cantley, Canberra, Matsushiro, Strasbourg et Sutherland.



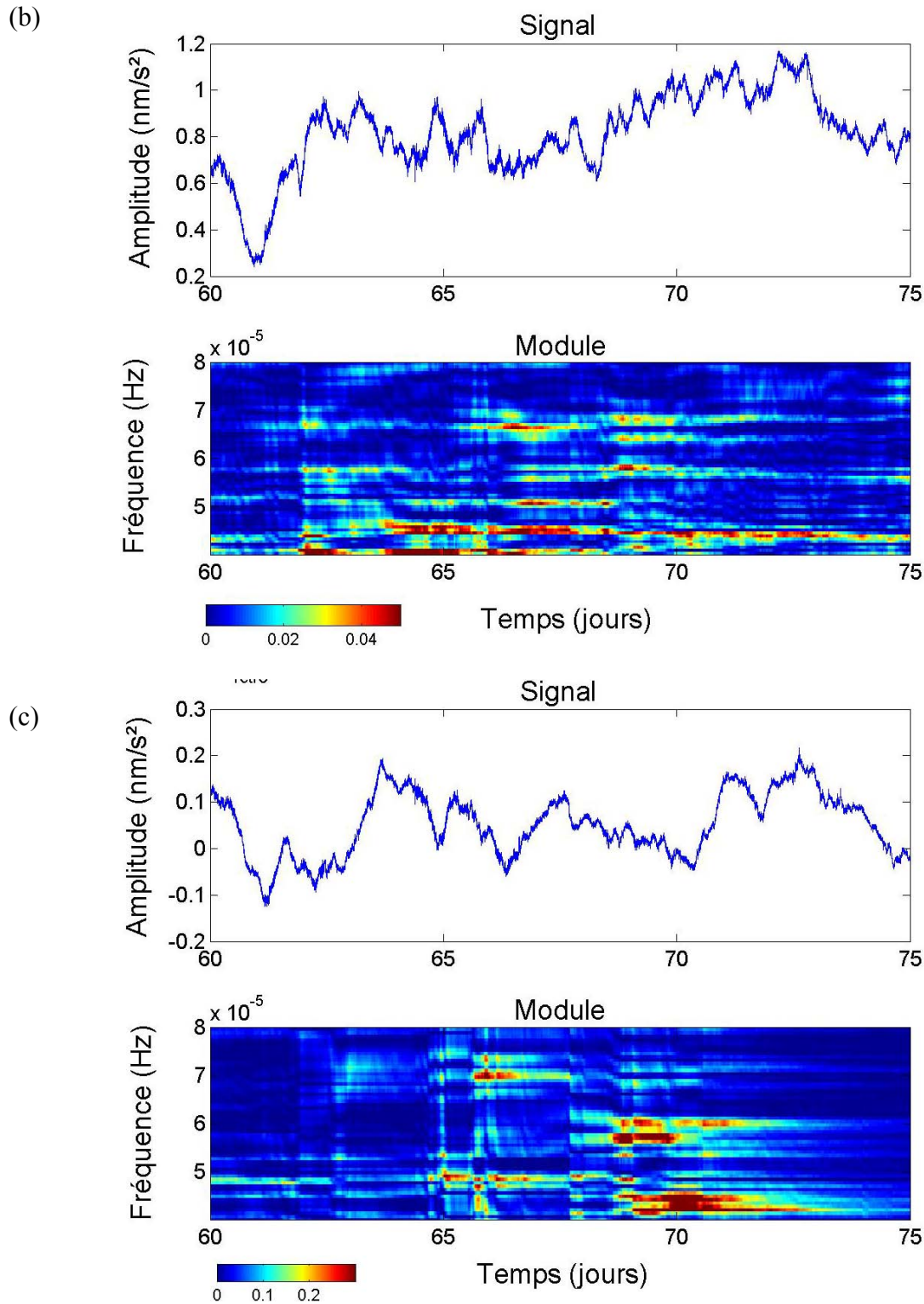


Fig. II. 12 Transformées en ondelettes « sinus amorti » des séquences (a) prograde, (b) axiale et (c) rétrograde issues de l'analyse multi – station appliquée aux données une minute sur l'année 2001 des stations Cantley, Canberra, Matsushiro, Strasbourg et Sutherland. Agrandissement entre les 60^{ème} et 75^{ème} jour de l'année 2001 des scalogrammes de la figure (II. 11).

II.5. Conclusion

La méthode d'analyse multi - station, propre aux modes de degré un, s'est avérée efficace dans la détection du mode propre sismique ${}_2S_1$. Cette détection était plus aisée que celle du triplet de Slichter ${}_1S_1$, car la fréquence de ${}_2S_1$ était a priori connue. Nous avons donc tenté de mettre en valeur les modes de translation de la graine par cette même méthode, sur des enregistrements d'une année échantillonnés à une minute, à cinq stations équipées de gravimètres supraconducteurs à faible niveau de bruit dans la bande sub-sismique. Les spectres d'amplitude n'ont pas mis en valeur de pics spectraux, autres que ceux des harmoniques de l'onde thermique diurne S_1 . La recherche de triplets, de fréquences correctement splittés, sur le spectre produit des séquences équatoriales et axiale issues de l'analyse multi - station, a souligné la présence de trois pics spectraux, qui respectent le splitting prédit par Dahlen et Sailor (1979) pour le modèle de Terre 1066A, à des périodes proches de celles détectées par Smylie (1992), et avec des rapports signal sur bruit semblables, voire meilleurs. Cependant, d'autres recherches sont nécessaires sur d'autres années, avec d'autres combinaisons de données, et surtout avec d'autres méthodes.

Tout candidat repéré par le scan, devrait se retrouver dans une analyse en ondelettes sur les mêmes séquences. Or, les transformées en ondelettes « sinus amorti » des séquences issues de la sommation adaptée aux modes de degré un, révèlent bien des signaux, mais pas aux mêmes fréquences que celles détectées par le scan.

Les analyses en ondelettes « sinus amorti » révèlent toutes les petites perturbations dans le signal, qu'elles soient locales ou globales. La distinction entre les deux n'est possible qu'à l'aide d'un nombre suffisant d'observations aux mêmes instants et aux mêmes fréquences.

Les recherches du triplet de Slichter doivent être poursuivies sur l'ensemble des six années d'enregistrements des gravimètres supraconducteurs du réseau GGP.

Le « nouveau chapitre de la thèse »

Valorisation des compétences

L'expérience pilote du « Nouveau Chapitre de la Thèse » est un exercice de mise en valeur des compétences qui ont été nécessaires au bon déroulement de la thèse. Au-delà des acquis scientifiques et techniques, la conduite de la thèse comme un projet de recherche constitue une expérience professionnelle qui met en jeu diverses compétences professionnelles, dont nous, les doctorants, n'avons pas forcément conscience et que nous ne pensons pas à valoriser. Avec le « Nouveau Chapitre », nous faisons une analyse critique de la manière dont nous avons conduit et géré la thèse en tant que projet, et nous en tirons des conclusions quant aux qualités personnelles et aux savoir-faire que nous avons développés.

Sujet de thèse :

« Variations temporelles de la gravité en relation avec la dynamique interne de la Terre : apport des gravimètres supraconducteurs »

Présenté par : Séverine ROSAT

Ecole doctorale des Sciences de la Terre et de l'Univers de l'Université Louis Pasteur, Strasbourg I.

Laboratoire de dynamique globale de la Terre, Ecole et Observatoire des Sciences de la Terre.

Mentor : Joël DENERVAUX

Cadre général et enjeux de la thèse

Notre planète Terre reste un mystère en ce qui concerne sa dynamique interne et sa structure profonde. Des théories existent et sont modélisées mais de nombreux paramètres sont mal contraints, en particulier en profondeur, où la sismologie classique (étude de la propagation des raies sismiques) atteint ses limites.

Le sujet de ma thèse « Variations temporelles de la gravité terrestre en liaison avec la dynamique et la structure interne de la Terre » est bien ancré dans ce contexte de connaissance plus approfondie de l'intérieur de notre planète Terre.

Le champ de gravité ou de pesanteur (attraction gravitationnelle de Newton) de la Terre n'est pas constant. Il varie dans le temps sous l'action de sources externes et internes à la Terre. Le premier effet observable est la marée, principalement due à l'attraction de la Lune et du Soleil qui varie dans le temps en fonction des paramètres orbitaux de ces astres. Les variations de pression atmosphérique sont une deuxième source de perturbation du champ de pesanteur. Dans

le cadre de la connaissance de la Terre profonde, je me suis intéressée aux perturbations de la gravité avec des amplitudes 100 fois plus faibles que celles induites par les marées et qui sont liées à la dynamique et à la structure internes de la Terre. En particulier l'étude des perturbations de la gravité après des tremblements de terre est complémentaire des études sismologiques. Après un gros séisme, la Terre entre en résonance comme une cloche et vibre à différentes fréquences. On appelle ces vibrations et leurs harmoniques des modes propres ou modes d'oscillation libre de la Terre. L'étude des fréquences de ces modes et de leur atténuation permet d'améliorer notre connaissance de la structure interne de la Terre. Plus un mode a une fréquence grave, plus la vibration pénètre en profondeur et échantillonne l'intérieur de la Terre. Le séisme du Pérou survenu le 23 juin 2001 avec une magnitude 8.4 a orienté ma thèse vers l'étude des modes propres sismiques les plus graves.

Enfin, la recherche de la signature directe en gravité de la translation de la graine (partie solide dans le noyau terrestre liquide), mode qui n'a jamais été clairement observé et qui permettrait de contraindre le saut de densité et la viscosité à la frontière graine- noyau liquide, a fait l'objet de nombreuses études sans aboutir. L'effet en gravité de ce mouvement de quelques centimètres atteint à la surface terrestre, où l'on mesure, une amplitude au maximum à la limite de détection des instruments utilisés, qui sont pourtant les mieux adaptés à cette recherche aujourd'hui. La source d'excitation de ce mouvement de la graine solide dans le noyau liquide est encore mal connue. Un très gros séisme et avec un mécanisme particulier peut être à l'origine de ce mouvement de la graine. Une autre possibilité est une excitation due aux mouvements turbulents des fluides dans le noyau. Les effets atmosphériques et océaniques peuvent également avoir un impact sur le mouvement de la graine.

Des méthodes de traitement et d'analyse du signal, de sommation des signaux et de détections systématiques ont donc été développées durant mes trois années de thèse en utilisant un réseau mondial de gravimètres supraconducteurs, instruments très stables qui mesurent les variations temporelles de la gravité avec une précision exceptionnelle.

Déroulement du projet de thèse

Pourquoi ce projet ?

Au cours de mes deux années de classes préparatoires aux grandes écoles, j'ai appris l'existence d'une école de géophysique à Strasbourg ; étant intéressée depuis longtemps par les sciences de la Terre et tous les phénomènes naturels, je l'ai intégrée. En dernière année d'école, j'ai suivi, en parallèle du diplôme d'ingénieur, le DEA de physique et chimie de la Terre, en me concentrant en particulier sur la dynamique globale de la Terre. Ma volonté de continuer par une thèse dans ce domaine s'est concrétisée au sein de l'équipe de géodynamique de Strasbourg qui proposait justement un projet adapté à mon souhait. J'avais également la possibilité de choisir deux autres sujets de thèse dans des domaines un peu plus éloignés de la recherche fondamentale, en géodynamique appliquée. Mon intérêt pour l'étude profonde de la Terre a prédominé. De plus, je connaissais déjà la plupart des chercheurs de l'équipe et je savais que je pourrai m'entendre

avec eux et que je serai bien encadrée. Mon choix s'est donc fait sans grande hésitation. De plus, l'équipe de dynamique globale de Strasbourg a une très bonne réputation auprès des géophysiciens du monde entier.

Déroulement du projet

Mon projet de thèse est contenu dans un projet mondial plus vaste intitulé le Global Geodynamics Project (Projet de Géodynamique Globale, GGP) qui coordonne les données d'une vingtaine de gravimètres supraconducteurs répartis dans le monde. Ce groupe se réunit une fois par an et va durer au moins jusqu'en 2007.

Mon directeur de thèse m'a aidée dans la phase d'initialisation du projet en me donnant les références bibliographiques nécessaires. Puis il m'a guidée dans l'élaboration d'un plan de travail. Après chaque étape de mon projet, nous avons discuté sur la démarche à suivre pour persévérer au vu des résultats obtenus. J'ai présenté mon travail et ses aboutissements lors des réunions de travail GGP ainsi que dans des congrès internationaux, ce qui a contribué à mettre en valeur l'intérêt du projet GGP vis-à-vis d'autres projets mondiaux et d'autres disciplines. J'ai également publié mes résultats dans des revues scientifiques à comité de sélection. Ces articles contribuent à la notoriété du laboratoire et renforcent la position de notre équipe en tant que spécialiste de la dynamique de la Terre.

La première étape de mon travail de thèse a été la familiarisation avec la base de données du projet GGP et avec les données elles mêmes. Une collaboration a donc été établie dès le début de ma thèse avec les acteurs de ce projet de géodynamique global. J'ai également dû acquérir certaines compétences informatiques et surtout de traitement du signal. Cela s'est effectué à l'aide d'une formation proposée aux doctorants et chercheurs.

La survenue du séisme du Pérou du 23 juin 2001 a orienté complètement mon travail vers l'étude sismologique des vibrations de la Terre. J'ai ainsi mis en évidence des résultats pertinents qui mettent en valeur notre groupe de travail. Ces résultats ont déclenché un intérêt de la part des sismologues d'autres laboratoires qui vont ainsi prendre le relais pour des études plus poussées.

J'ai également eu l'occasion de travailler sur des sujets annexes en collaboration avec d'autres chercheurs du même laboratoire ou de l'extérieur. Cela m'a aidée à élargir mon champ de vision et à acquérir d'autres compétences scientifiques.

Financement du projet

L'estimation du coût total consolidé du projet de thèse sur 3 ans est présentée dans le tableau ci-dessous :

Ressources humaines	Encadrants	20 000 €
	Bourse et salaire chargés	64 000 €
	Permanents du laboratoire	4 000 €
	Personnel technique	1 000 €
	Administration	500 €
	Ecole doctorale, université	64 000 €
	Sous -total	154 000 €
Matériel	Consommable	3 000 €
	Informatique	8 000 €
	Véhicule	500 €
Infrastructures	Loyer, fluides et énergie	1 500 €
Documentation		500 €
Congrès		28 000 €
Déplacements (autres que congrès et formations)		1 500 €
Formations		3 000 €
	Sous -total	46 000 €
COUT TOTAL CONSOLIDE		200 000 €

Le coût total consolidé pour mes trois de thèse est donc estimé à 200 000 €, en tenant compte, dans le coût total pour l'université et école doctorale, des coûts des services centraux, des frais de personnel, frais de l'administration générale et du conseil scientifique.

Les compétences

Organisation

Le plus dur a été de ne pas me laisser déborder par la quantité de choses à faire et de définir mes priorités, dans le cadre même de ma thèse ou lors de projets en collaboration avec d'autres chercheurs de l'équipe ou d'autres instituts.

Mener plusieurs projets de front et les finaliser est une capacité que j'ai dû acquérir. Pour cela, j'ai mis en œuvre des outils de gestion du temps, de gestion des priorités et de planification, le tout dans une grande rigueur.

Prise de responsabilité

Au début de ma thèse, l'ingénieur de l'équipe ainsi que mon directeur de thèse m'ont initiée à la surveillance de l'observatoire gravimétrique de Strasbourg. Il s'agit de surveiller régulièrement que les appareils fonctionnent correctement, relancer les acquisitions en cas de panne, récupérer les données et les analyser pour découvrir d'éventuels problèmes techniques. Ils m'ont confié cette tâche sans hésitation, en particulier lors de leurs absences assez nombreuses. Leur marque de confiance m'a ainsi appris à ne pas avoir peur de prendre des responsabilités.

Délégation

En plus de mon projet de thèse, j'ai participé à la vie du laboratoire en encadrant et en contrôlant le travail d'étudiants développant des petits projets de recherche pour le laboratoire. Superviser et apporter la touche finale à ces projets réalisés par les étudiants, nécessite un certain recul.

Pluridisciplinarité et adaptabilité

En tant que gravimétricienne, j'ai eu le plaisir de travailler avec des sismologues, du même institut mais également d'Allemagne, ce qui m'a appris à explorer d'autres domaines et à trouver des interactions possibles entre des spécialités a priori différentes. J'ai dû acquérir des compétences dans les deux domaines, ce qui crée une pluridisciplinarité intéressante. De plus, mes connaissances informatiques m'ont permis de développer, de mettre en œuvre et d'encadrer des activités informatiques auprès des étudiants.

Communication

J'ai pu bénéficier d'un poste d'attaché temporaire à l'enseignement et à la recherche à la fin de ma thèse. Ce demi poste consiste en 96 h de travaux dirigés qui m'ont permis d'être confronté aux difficultés de tout enseignant-chercheur qui consistent essentiellement à un problème de mise à niveau de ses connaissances avec celles des étudiants. Cet enseignement m'a également poussé à remettre en cause mes connaissances parfois confuses ou désorganisées. Le contact avec les étudiants est différent de celui que l'on a lors de congrès avec des chercheurs plus ou moins spécialisés dans le sujet.

Durant les trois années de ma thèse, j'ai présenté mes résultats sous forme de présentations orales ou de posters, en anglais, dans plusieurs congrès internationaux ou lors de discussions du groupe de travail auquel j'appartiens. J'ai donc eu l'occasion de communiquer dans différentes langues, en particulier en anglais et en allemand. J'ai pu ainsi améliorer ma compréhension de l'anglais et surtout de l'anglo-américain.

Enfin, à l'occasion de la journée des doctorants organisée par l'université, j'ai présenté mon travail de thèse de façon plus compréhensible pour les non initiés.

Bref, la principale compétence acquise a été la mise en valeur et la communication d'un travail scientifique à différents niveaux de difficultés.

Résultats, impact de la thèse

Pour le projet GGP (projet de géodynamique globale) et le laboratoire :

Les résultats que j'ai obtenus ont contribué à valoriser le projet GGP auprès des sismologues, ainsi une thèse a débuté en co-direction avec un sismologue de mon institut et mon directeur de thèse. En outre, des sismologues d'autres instituts sont désormais intéressés par nos données de gravimètres supraconducteurs du projet GGP afin de faire des études plus systématiques des vibrations de la Terre après de gros séismes.

Le but premier du projet GGP est d'utiliser l'ensemble des données réparties dans le monde afin de les combiner dans la recherche de signaux globaux. C'est ce que j'ai réalisé durant mon travail de thèse. Cependant l'observation de la translation de la graine n'a malheureusement pas encore abouti. D'autres recherches sur ce thème sont en cours. J'ai d'ailleurs l'intention de continuer sur ce sujet lors du projet post-doctoral que j'ai monté et proposé à une équipe japonaise avec laquelle je vais passer au moins un an.

Pour mon expérience professionnelle :

La thèse est un enrichissement personnel très fort. Elle m'a aidée à prendre confiance en moi en particulier lors de présentations orales devant un public de scientifiques plus expérimentés. Elle m'a appris, surtout en fin de thèse, à réaliser un projet et à en envisager les impacts possibles pour la communauté scientifique.

Cette expérience a également contribué à développer des compétences en matière d'encadrement, mais aussi en matière de vulgarisation des résultats auprès d'un public non spécialiste.

En outre, cette expérience professionnelle m'a donné goût au travail d'équipe et l'envie d'être intégrée plus tard dans d'autres projets.

Dans un premier temps, je vais me perfectionner dans le domaine scientifique lors d'un séjour post-doctoral d'un an ou deux dans une équipe japonaise. Ensuite, je souhaite passer les concours du CNRS afin d'orienter ma carrière dans la recherche, par la création et l'encadrement de projets scientifiques. Si des postes d'enseignement - chercheur seront ouverts aux concours, je me présenterai également afin de concilier mon désir d'effectuer des projets de recherche avec celui d'enseigner.

Conclusion

Cet exercice de valorisation des compétences a été bénéfique dans ma prise de conscience de compétences, autre que scientifiques, que j'ai pu acquérir durant mes trois années de projet de thèse. Bien que le sujet de ma thèse soit fondamental et sans collaboration avec les collectivités ou les industries, j'ai pu acquérir des compétences, telles que l'élaboration de projet et l'informatique, qui peuvent intéresser les industriels. Cet exercice de mise en valeur des compétences personnelles acquises, permet d'avoir en main des atouts à présenter lors de tout entretien d'embauche ou lors de concours.

Conclusions et perspectives

Niveaux de bruit des gravimètres supraconducteurs du réseau GGP (Global Geodynamics Project)

L'étude exhaustive des niveaux de bruit de l'ensemble des stations équipées de gravimètres cryogéniques de la première phase du projet GGP (1997-2003), dans les bandes de fréquences sismique longue période (200 s - 600 s), sub-sismique (1 h – 6 h) et des marées (12 h – 24 h), a été réalisée à l'aide des densités spectrales de puissance et de la notion de magnitude de bruit. Un classement des stations a été obtenu, permettant une sélection appropriée de sites lors de combinaison de données par exemple.

L'observation des oscillations incessantes (« hum ») à certaines stations équipées de gravimètre cryogénique est un argument supplémentaire qui atteste de la qualité de ces stations, d'un point de vue niveau de bruit dans la bande sismique.

En outre, la comparaison avec le niveau de bruit des sismomètres longue période a permis de conclure à la qualité supérieure des gravimètres supraconducteurs par rapport aux STS-1 dans la bande sismique longue période (pour des fréquences inférieures à 1 mHz), grâce à l'effet notoire de la correction de pression atmosphérique à ces fréquences. L'avantage des stations équipées de gravimètres supraconducteurs est qu'elles enregistrent en parallèle des données de pression atmosphérique, contrairement aux STS-1, pour lesquels la correction atmosphérique n'est pas systématique. Les densités spectrales de puissance des gravimètres cryogéniques du réseau GGP passent sous le niveau de bruit des meilleurs sismomètres, pour des périodes supérieures à 16 min dans le cas de la meilleure station.

L'ensemble de ces caractéristiques fait que nous pouvons parler de contribution unique des gravimètres supraconducteurs à l'étude des modes sismiques les plus graves.

Les gravimètres supraconducteurs présentent des niveaux de bruit faibles dans la bande sub-sismique (aux périodes supérieures à une heure) : ce sont les seuls instruments aptes à détecter les modes gravito – inertiels du noyau et les modes de Slichter de fréquences sub-sismiques.

Afin d'améliorer les niveaux de bruit de l'ensemble des stations équipées de gravimètres cryogéniques, une modélisation des signaux environnementaux (e.g. hydrologie, océans,...) est nécessaire.

Contribution des gravimètres supraconducteurs à l'étude des modes sismiques longue période

L'enregistrement du gravimètre supraconducteur GWR C026, installé à la station Strasbourg (France), sur 274 h après le séisme du Pérou du 23 juin 2001, de magnitude 8.4, a permis la première observation, avec un seul enregistrement, de l'éclatement (« splitting ») en cinq pics bien distincts du mode propre sphéroïdal fondamental ${}_0S_2$. Cet unique enregistrement a permis d'évaluer les fréquences propres des cinq singlets avec une grande précision, qui rivalise avec les estimations antérieures à l'aide de plusieurs enregistrements de sismomètres et de gravimètres à ressort. La mesure des facteurs de qualité de chacun des singlets a également pu être réalisée sur cet unique jeu de données.

L'étude des fréquences propres de ${}_0S_2$ a été également effectuée sur la combinaison de cinq enregistrements de gravimètres supraconducteurs de faible niveau de bruit. Les barres d'erreur obtenues rivalisent là aussi avec les estimations précédentes.

L'étude du splitting des modes propres les plus graves est indéniablement appropriée aux enregistrements de gravimètres supraconducteurs. Ces instruments sont alors complémentaires des sismomètres longue période qui atteignent leurs limites aux fréquences inférieures à 1 mHz. Cet apport est considérable car le splitting des modes les plus graves est fortement sensible à la structure de densité 3D du manteau et du noyau. Les gravimètres cryogéniques sont donc des outils incontournables pour améliorer la connaissance de la structure en densité, encore mal contrainte, dans le manteau et dans le noyau.

Une combinaison, adaptée aux modes de degré un, des enregistrements de cinq gravimètres supraconducteurs judicieusement répartis à la surface de la Terre a mené à la première détection du mode sismique de degré un ${}_2S_1$. Ce mode n'avait jamais été observé auparavant et, sans la haute précision et le faible niveau de bruit des gravimètres supraconducteurs à ces longues périodes (supérieures à 1000 s), sa détection n'aurait pas pu être réalisée. Une recherche automatique de triplets, dont les fréquences sont correctement écartées selon une loi de splitting quadratique, a confirmé cette observation. Des analyses en ondelettes ont apporté un argument supplémentaire à cette détection.

Le mode ${}_2S_1$ est particulièrement intéressant car il échantillonne non seulement le manteau mais aussi le noyau. Les fréquences des trois singlets de ${}_2S_1$ estimées à partir de ce stack de cinq enregistrements de gravité, sont proches des valeurs prédites pour les modèles PREM et 1066A. Par contre, le rapport signal sur bruit étant faible, les erreurs sur ces mesures de fréquences sont trop grandes pour pouvoir affiner les modèles de Terre. D'autres observations de ${}_2S_1$ sont nécessaires afin de diminuer ces erreurs.

L'analyse des variations de gravité enregistrées par les gravimètres supraconducteurs après un séisme doit impérativement se généraliser à l'ensemble de la communauté sismologique et gravimétrique, si l'on veut avoir des chances d'améliorer notre connaissance de la structure en densité de la Terre profonde. Les modèles de Terre ne pourront pas être affinés sans l'apport des données de gravité des gravimètres cryogéniques.

Recherche du triplet de Slichter

Les divers outils mis en place durant ce travail de thèse (méthodes de sommation, de détection de multiplets et analyses en ondelettes) se sont avérés très efficaces dans la recherche du mode propre sismique de degré un ${}_2S_1$, d'amplitude quelques nm/s², et ont même mené à sa première observation. L'application de ces méthodes n'a cependant pas encore abouti à la détection irrécusable du triplet de Slichter (${}_1S_1$), d'amplitude beaucoup plus faible que ${}_2S_1$. La complexité de ce mode propre de translation de la graine a entraîné de

nombreuses controverses, tant du point de vue de la théorie, que de son observation, rendant la tâche délicate et plus difficile que pour les modes sismiques.

Les données de gravimètres supraconducteurs utilisées dans la recherche de ce triplet de fréquences sub-sismiques sont parmi les moins bruitées disponibles aujourd'hui, à ces périodes comprises entre 3 h et 8 h. Leur combinaison n'a cependant pas encore abouti à l'observation en surface de la signature directe en gravité de l'oscillation libre en translation de la graine.

Dans le cas extrême d'une excitation unique du triplet de Slichter avec un temps d'amortissement de six jours et d'amplitude initiale dix fois plus petite que l'amplitude du bruit, les analyses en ondelettes « sinus amorti » s'avèrent efficace à faire ressortir le signal dans une sommation adaptée au degré un. Nos outils de sommation, de détection et d'analyse en ondelettes sont donc adaptés à la recherche de la signature directe de la translation de la graine, dans la mesure où le mode de translation de la graine peut être observable en surface par un gravimètre supraconducteur.

L'excitation du mouvement de la graine par un fort séisme (inférieure à 10^{-2} nm/s²) est insuffisante pour être observable en surface. D'autres mécanismes d'excitation doivent être envisagés, comme les océans et l'atmosphère. L'effet de ces enveloppes superficielles sur le degré un et plus particulièrement sur le forçage initial possible du mouvement de translation de la graine n'a encore jamais été modélisé. Le problème est de savoir si ces couches fluides ont une composante de degré un de fréquence suffisamment élevée pour initialiser cette oscillation libre de la graine.

La modélisation des mécanismes excitateurs de la translation de la graine est un axe de recherche qu'il est important de poursuivre. La recherche du triplet de Slichter est bien sûr fondamentale et doit continuer. Pour cela il sera important dans la suite de pouvoir utiliser des modèles d'atmosphère 3D, échantillonnés à une heure, afin de corriger correctement les données des gravimètres cryogéniques de l'effet atmosphérique, et ainsi réduire leurs niveaux de bruit.

D'autres phénomènes devront être également modélisés, comme le forçage de l'océan aux hautes fréquences principalement par les vents et la pression atmosphérique (écarts au baromètre inversé).

Ces modélisations ne seront pas seulement utiles pour la recherche du triplet de Slichter, mais aussi pour la recherche de tout signal de faible amplitude, tel que les modes inertio – gravitationnels du noyau.

Il est enfin, et surtout, indispensable, voire primordial, de continuer à étudier les modes sismiques les plus graves à l'aide des enregistrements de variations de gravité des gravimètres supraconducteurs du réseau GGP, qui ont donc contribué à la première détection d'un mode sismique de degré un ${}_2S_1$, et à l'observation du splitting avec un seul jeu de données du mode sismique fondamental de degré deux ${}_0S_2$, afin d'améliorer les modèles de Terre.

Annexes

ANNEXE 1 : Comparaison des données des gravimètres cryogénique et absolu de Strasbourg

Depuis 1997, l'observatoire gravimétrique de Strasbourg a la charge d'un gravimètre absolu (modèle FG5-206 de Micro-g Sol. Inc.), en plus du gravimètre supraconducteur GWR C026. La stabilité dans le temps et l'étalonnage du gravimètre cryogénique sont régulièrement contrôlées par des mesures combinées des deux instruments sur des périodes de quelques jours, plusieurs fois par an. Dans cette annexe, nous montrons les résultats de l'analyse simultanée de six ans de données (de mars 1997 à février 2003) des gravimètres, supraconducteur GWR, modèle C026 et absolu FG5, modèle 206.

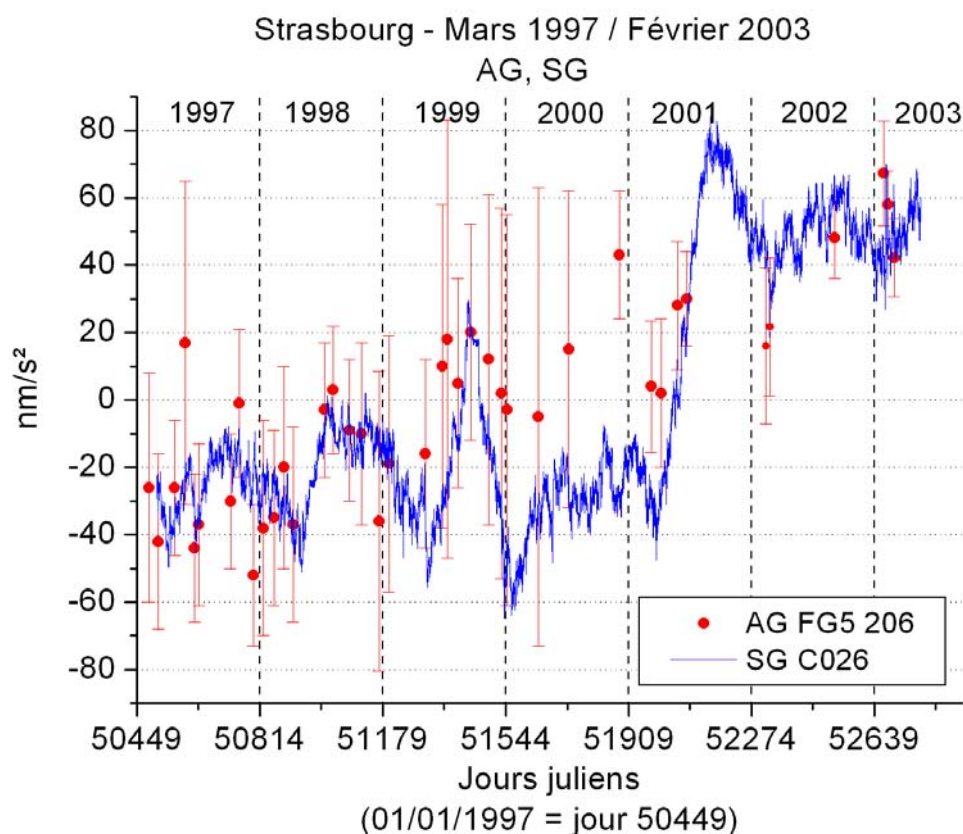
Le gravimètre absolu est un gravimètre balistique qui permet de faire chuter pendant 200 msec et sur une distance de 20 cm un objet (coin de cube) dans une chambre sous vide, à raison d'une chute toutes les 10 sec ; il utilise la technique d'interférométrie laser pour des mesures précises de distance, et une horloge atomique au rubidium pour les mesures précises de temps ; l'accélération est restituée par une méthode de moindres carrés à partir des couples (temps - distance).

Afin de pouvoir comparer les données des deux instruments, nous avons effectué les mêmes corrections sur les données des gravimètres absolu FG5 206 et relatif supraconducteur GWR C026. Les effets de pression sont modélisés à l'aide de la pression locale, via une admittance nominale de -3 nm/s²/hPa. Les marées ont été ôtées grâce à un modèle de marées locales qui résulte de l'analyse des données du gravimètre cryogénique sur plusieurs années. Les amplitudes et phases de ce modèle de marées sont des paramètres locaux utilisés également pour corriger des marées solides et océaniques les mesures absolues du gravimètre balistique. L'effet en gravité induit par le mouvement du pôle est également corrigé à partir des paramètres d'orientation de la Terre disponibles sur le site <http://hpiers.obspm.fr/eop-pc/>. L'effet en gravité induit par des changements dans la rotation de la Terre dérive d'un potentiel centrifuge. La contribution dominante en harmonique sphérique peut se restreindre au degré 2 ; la variation temporelle de gravité induite par le mouvement du pôle de rotation de coordonnées X(t) et Y(t), dans le repère terrestre conventionnel, à une station de colatitude θ et de longitude Φ , s'écrit :

$$\Delta g(\theta, \Phi, t) = \delta_2 \Omega^2 a \sin(2\theta) [X(t) \cos\Phi - Y(t) \sin\Phi],$$

avec Ω la vitesse de rotation moyenne de la Terre et δ_2 le facteur gravimétrique de rotation. Ce facteur a été estimé à 1.2 par Loyer et al. (1999). Dans notre cas, nous avons choisi un facteur gravimétrique de 1.16 correspondant à une Terre solide.

Le résultat de la superposition des mesures absolues sur les variations temporelles de la gravité enregistrées avec le gravimètre relatif supraconducteur est représenté sur la figure ci-dessous. A partir de cette comparaison des données des deux instruments, la dérive du gravimètre supraconducteur est estimée à 27 nm/s² par an.



Variations temporelles résiduelles de gravité enregistrées avec le gravimètre cryogénique (SG) GWR C026 installé à Strasbourg et comparées aux mesures absolues du gravimètre FG5-206 (AG). Les variations de gravité ont été corrigées de l'effet induit par le mouvement du pôle de rotation de la Terre, des marées et de la pression atmosphérique locale via une admittance de $-3 \text{ nm/s}^2/\text{hPa}$.

Des effets annuels non modélisés apparaissent nettement sur cette figure. Des tentatives d'explication de cette composante annuelle à l'aide des phénomènes hydrologiques ont été effectuées par Florsch et al. (2003), par une modélisation des contributions de la nappe d'eau (effet Newtonien + surcharge) et de l'humidité du sol. Ils expliquent ainsi une part significative de la composante annuelle observée dans les résidus de gravité.

Les études hydrologiques sont donc indispensables pour comprendre les signaux de gravité résiduels. Des modélisations hydrologiques seraient utiles afin de corriger la gravité de ces effets et ainsi, diminuer le niveau de bruit pour augmenter les chances de mettre en évidence des signaux de plus faible amplitude.

ANNEXE 2 : Tableau des stations et leurs instruments

Station	Ville	Pays	Instrument	Début enregistrement	
BA	Bandung	Indonésie	T008	20-12-1997	<u>Arrêtée</u>
BE	Bruxelles	Belgique	T003	15-11-1986	
BO	Boulder	USA	C024	01-04-1995	
BR	Brasimone	Italie	T015	01-01-1997	
CA	Cantley	Canada	T012	21-01-1997	
CB	Canberra	Australie	C031	27-01-1997	
ES	Esashi	Japon	T007	22-10-1997	
KY	Kyoto	Japon	T009	30-07-1988	
MA	Matsushiro	Japon	T011	07-12-1995	
MB	Membach	Belgique	C021	05-08-1995	
MC	Medicina	Italie	C023	01-10-1996	
ME	Metsahovi	Finlande	T020	10-08-1994	
MO	Moxa	Allemagne	CD034	01-01-2000	
NY	Ny_Alesund	Norvège	C039	19-09-1999	
PO	Potsdam	Allemagne	T018	01-06-1992	<u>arrêtée</u>
ST	Strasbourg	France	C026	01-07-1996	
SU	Sutherland	Afrique du Sud	CD037_L CD037_U	30-09-2000 27-03-2000	
SY	Syowa	Antarctique	T016	22-03-1993	
VI	Vienne	Autriche	C025	01-08-1995	
WE	Wettzell	Allemagne	SG103	10-04-1996	
			CD029_U CD029_L	04-11-1998 04-11-1998	
WU	Wuhan	Chine	T004	20-12-1997	

ANNEXE 3

Nouveau modèle de bruit sismologique :

Estimations du bruit des stations du réseau global IRIS GSN

Depuis la publication du modèle de Peterson (1993), les observations du bruit ambiant aux stations du réseau IRIS GSN se sont multipliées. Ces stations sont bien étalonnées, équipées de façons similaires, et bien réparties sur le globe. Des analyses récentes de niveaux de bruit à ces stations ont été réalisées par Berger et al. (2003). Ils ont considéré les données des 118 stations du réseau GSN en opération de juillet 2001 à juin 2002. En s'appuyant sur 738000 estimations spectrales, calculées à partir des données horaires de ces stations, ils ont développé un modèle de bruit robuste, qui présente des différences par rapport au modèle de Peterson. Leur modèle est basé sur le premier pourcent des niveaux de densités spectrales. Le minimum et le maximum de ces estimations sont dessinés sur la figure (1). S'ils avaient pris les cinq premiers pourcents, les niveaux de bruit seraient 2 dB plus hauts.

Le modèle de Peterson est fondé sur l'enveloppe la plus basse de densités spectrales. Cela revient donc à dire que Peterson a considéré le 0^{ème} pourcent des estimations spectrales.

Les niveaux de bruit aux sites GSN ont clairement chuté dans les longues périodes depuis que Peterson a proposé son modèle (Fig. 1).

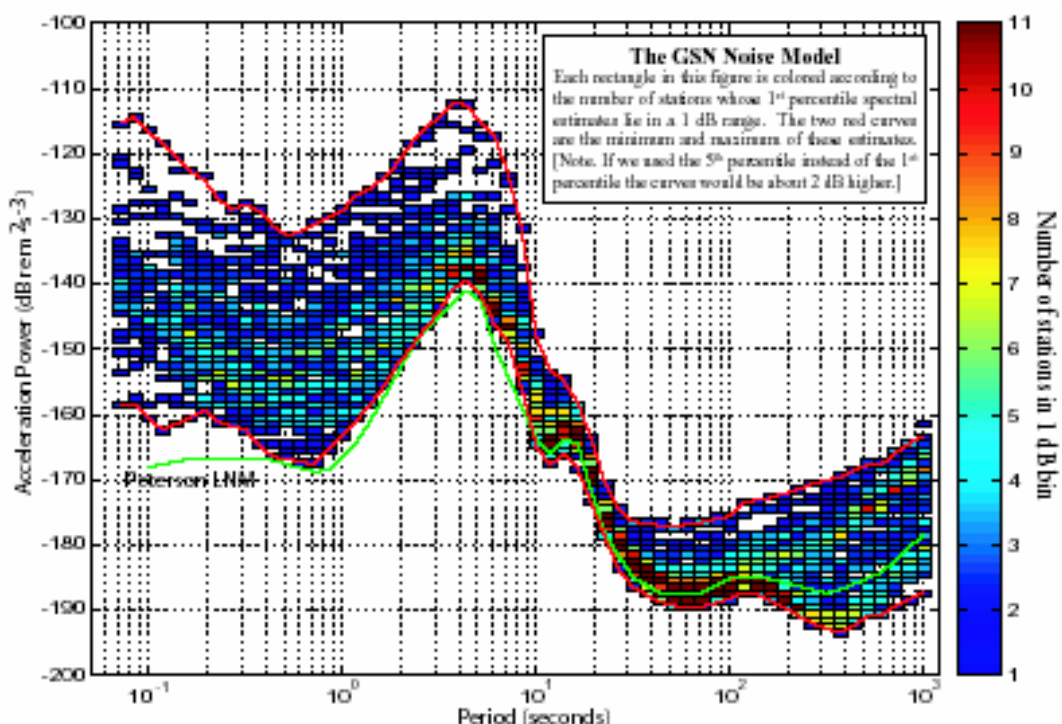


Fig. 1 Le modèle de bruit du réseau GSN (Berger et al., 2003). Chaque rectangle de la figure est colorié en fonction du nombre de stations dont le premier pourcent des estimations spectrales est contenu dans un intervalle de 1 dB. Les deux courbes rouges sont le minimum et le maximum de ces estimations. Le modèle de bruit bas de Peterson est représenté par la courbe verte.

Niveaux de bruit à des stations digitales large bande en temps quasi réel

La figure (2) ci-dessous montre une estimation des niveaux de bruit en densité spectrale de puissance à 74 stations digitales large bande, dont les données sont récupérées continuellement en temps quasi réel (Ekström et al., 2001). Les réseaux qui contribuent à cette étude incluent le réseau IRIS GSN mais aussi d'autres réseaux sismiques internationaux. La puissance du signal est calculée dans des bandes de fréquences étroites à partir de l'écart – type des données horaires du canal vertical LHZ, et est convertie en décibels pour comparaison avec le modèle de Peterson (1993). Ces estimations sont basées sur le niveau à 10% du temps, c'est-à-dire que 10% du temps, les niveaux de bruit sont en dessous des estimations de Ekström.

On peut constater que, pour des périodes supérieures à 100 s, les meilleurs enregistrements passent en dessous du modèle de bruit bas (NLNM) de Peterson. Cela prouve qu'il est utile de créer un nouveau modèle de bruit qui tienne compte de la meilleure qualité des données sismométriques.

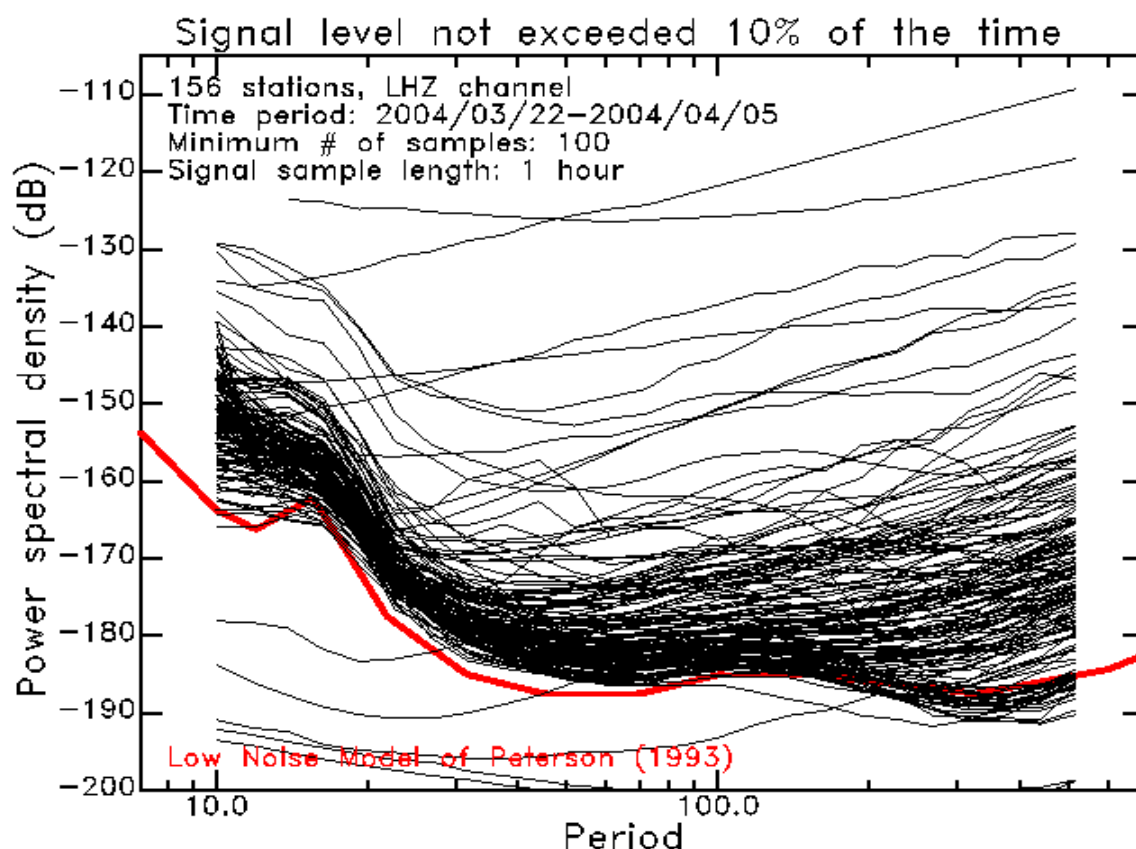


Fig. 2 Densités spectrales de puissance à 74 stations sismométriques du réseau IRIS GSN, mais aussi d'autres réseaux mondiaux, sur les enregistrements une heure entre le 05-01-2004 et le 19-01-2004 du canal large bande (Ekström et al., 2001).

http://www.seismology.harvard.edu/~ekstrom/Research/Noise/RADB_network_spectrum.html

ANNEXE 4

Fenêtres d'apodisation et de lissage

Le calcul d'une transformée de Fourier est réalisé, dans le cas concret, sur un signal de longueur finie. Un enregistrement revient donc à multiplier un signal infini par une fonction créneau. Dans le domaine spectral, cette opération est équivalente à une convolution du signal par un sinus cardinal dont les lobes secondaires créent des composantes fréquentielles parasites. Ce phénomène est un effet de bord appelé 'leakage' ou phénomène de Gibbs. Pour réduire cet effet, une fenêtre d'apodisation, ayant des lobes secondaires dans le domaine de Fourier plus faibles en amplitude que ceux de la fonction créneau, est multipliée au signal temporel.

Soit un signal temporel discret de longueur $N \Delta t$ avec N le nombre d'échantillons et Δt le pas d'échantillonnage en temps.

- Une fenêtre couramment utilisée est la fonction de Hanning définie par :

$$W(t) = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cos \frac{2\pi t}{N\Delta t}$$

- Pour lisser les densités spectrales de puissance, nous avons utilisé une fenêtre de Parzen définie par :

$$\left\{ \begin{array}{l} 1 - 6\left(\frac{2t}{N\Delta t} - 1\right)^2 + 6\left(\frac{2t}{N\Delta t} - 1\right)^3 : 0.25N\Delta t \leq t \leq 0.75N\Delta t \\ 2\left(1 - \left[\frac{2t}{N\Delta t} - 1\right]^3\right) : 0.25\frac{N\Delta t}{2} \leq \left|t - \frac{N\Delta t}{2}\right| \leq \frac{N\Delta t}{2} \\ 0 : \text{ailleurs} \end{array} \right.$$

Dans l'estimation des niveaux de bruit aux stations GGP, nous avons calculé des densités spectrales de puissance à partir des spectres de Fourier. Dans ce cas, l'analyse de Fourier a été réalisée à l'aide d'une fenêtre dite 'cosine bell' de rapport 10%, ce qui signifie que seulement les 5% du début et les 5% de la fin du signal sont modifiés. 90% des données sont non perturbées. Banka (1997) a comparé les effets d'une fenêtre de Hanning, d'une fenêtre rectangulaire et d'une fenêtre 'cosine bell' sur les densités spectrales de puissance et a conclu que pour les calculs de PSD moyennes, la fenêtre '10% cosine bell' était la mieux adaptée aux estimations de niveaux de bruit.

- La fenêtre de type 'cosine bell' s'écrit :

$$W(n\Delta t) = \frac{1}{2} \left(1 - \cos \left(\frac{2\pi n}{N\Delta t} \right) \right), 0 \leq n \leq N\Delta t - 1$$

La fenêtre de hanning est un cas particulier de fenêtre 'cosine bell' avec un rapport de 50 %.

Les fenêtres de Hanning et en cosine bell sont comparées à la fonction créneau sur la figure 1.

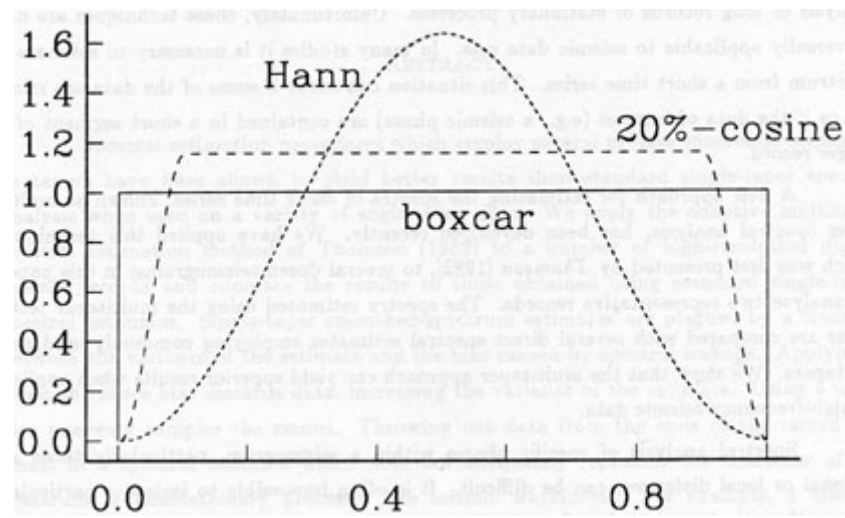


Fig. 1 Comparaison des fenêtres rectangulaire, de Hanning et 20% cosine bell.

ANNEXE 5

Densités spectrales de puissance moyennes et magnitudes de bruit dans quatre bandes de fréquences pour 20 combinaisons gravimètre supraconducteur + site sur l'année 1998

		1.667 - 5 mHz 200s - 600s		1.667- 3 mHz 340s - 600s		0.05 - 0.3 mHz 1h - 6h		0.013 - 0.02 mHz 14h - 22h	
STATIONS		Mean PSD (dB)	SNM	Mean PSD (dB)	SNM	Mean PSD (dB)	SSNM	Mean PSD (dB)	TNM
BA	Bandung	-171.98	1.30149	-171.311	1.3689	-145.4961	3.95039	-122.3	6.27
BE	Bruxelles	-167.95	1.70537	-167.349	1.7651	-145.4047	3.95953	-131.3	5.37
BO	Boulder	-177.99	0.70137	-177.5535	0.74465	-152.0674	3.29326	-131.9	5.31
BR ¹	Brasimone	-163.04	2.19625	-160.5489	2.44511	-142.893	4.2107	-110.3	7.47
CA	Cantley	-175.02	0.99769	-174.5646	1.04354	-159.4308	2.55692	-136.2	4.88
CB	Canberra	-177.68	0.73211	-177.6795	0.73205	-156.405	2.8595	-139.7	4.53
ES	Esashi	-171.06	1.39433	-170.5927	1.44073	-151.5428	3.34572	-131.9	5.31
KY	Kyoto	-169.94	1.50644	-169.5589	1.54411	-150.8708	3.41292	-114.8	7.02
MA	Matsushiro	-176.6	0.84018	-176.2529	0.87471	-158.1353	2.68647	-135.03	4.997
MB	Membach	-174.28	1.07199	-174.0991	1.09009	-159.6568	2.53432	-134.7	5.03
ME	Metsahovi	-175.59	0.90601	-175.3298	0.96702	-159.4668	2.55332	-133.02	5.198
MO_L ²	Moxa	-183.06	0.19408	-179.7118	0.52882	-165.3512	1.96488	-137.7	4.73
PO ¹	Potsdam	-171.62	1.33764	-168.881	1.6119	-155.3114	2.96886	-137.9	4.71
ST (C026)	Strasbourg	-177.63	0.73737	-177.1023	0.78977	-162.3369	2.26631	-138.9	4.61
SU_L ²	Sutherland	-178.5	0.6498	-175.1847	0.98153	-159.4629	2.55371	-138.1	4.69
SY	Syowa	-170.22	1.4776	-170.6896	1.43104	-152.711	3.2289	-128.2	5.68
VI	Vienne	-175.63	0.93722	-174.9193	1.00807	-160.9588	2.40412	-137.33	4.767
WE (T103)	Wettzell	-162.5	2.24975	-161.5088	2.34912	-150.485	3.4515	-131.9	5.31
WE (CD029) ²		-175	1.00314	-175.4341	0.95659	-158.2825	2.67175	-136.7	4.83
WU	Wuhan	-171.86	1.31348	-172.5415	1.24585	-152.3091	3.26909	-136	4.9

¹ pour l'année 1996

² pour l'année 2000

The search for the Slichter mode: comparison of noise levels of superconducting gravimeters and investigation of a stacking method

Severine Rosat^{a,*}, Jacques Hinderer^a, David Crossley^b, Luis Rivera^a

^a *IPGS-EOST (UMR CNRS-ULP 7516), 5 rue Descartes, 67084 Strasbourg, France*

^b *Department of Earth and Atmospheric Sciences, Saint Louis University,
3507 Laclede Ave., St. Louis, MO 63103, USA*

Accepted 11 July 2003

Abstract

A worldwide network of superconducting gravimeters (SGs) is presently running under the coordination of the Global Geodynamics Project (GGP). SGs have proved in the past to be suited for the study of the long-period seismic and sub-seismic modes. The present paper provides some evidence of these results through the analysis of the noise levels at GGP stations in the seismic and sub-seismic frequency bands and the study of the 2001 $M_w = 8.4$ Peru earthquake. The knowledge of the noise level at each station is important in a number of studies that combine the data of several stations to determine global Earth parameters. One example is the stacking of the data in the search for the gravity variations associated with the translational mode of the solid inner core (Slichter mode). Synthetic signals are first used to estimate the possible detection of this degree-one mode with SGs and a stacking method is tested. This method is then applied to the gravity residuals from the GGP records after the Peruvian earthquake.

© 2003 Elsevier B.V. All rights reserved.

Keywords: Superconducting gravimeters; Noise levels; Seismic modes; Sub-seismic modes; Slichter mode

1. Introduction

Some previous papers (e.g. Banka, 1997; Banka and Crossley, 1999; Van Camp, 1999; Rosat et al., 2002) have proved the high quality noise levels of superconducting gravimeters (SGs) in the long-period seismic and sub-seismic (periods larger than 54 min, which is the period of the gravest spheroidal, purely

elastic mode) frequency bands. The present paper aims at giving more evidence for the contribution of SGs to the normal mode seismology and the study of sub-seismic modes. In the first part the seismic noise levels at the Global Geodynamics Project (GGP) (Crossley et al., 1999), SG stations will be completed by the study of the incessant-background free oscillations and the normal modes excited after the 2001 $M_w = 8.4$ Peru event. In the second part, synthetic data will be used to estimate the detection of the translational mode of the solid inner core (Slichter, 1961) according to the sub-seismic noise levels obtained at the GGP stations. Finally the stacking method developed by Courtier et al. (2000) will be tested on

* Corresponding author. Fax: +33-3-90-24-02-91.

E-mail addresses: srosat@eost.u-strasbg.fr (S. Rosat),
Jacques.Hinderer@eost.u-strasbg.fr (J. Hinderer),
crossley@eas.slu.edu (D. Crossley),
lrivera@eost.u-strasbg.fr (L. Rivera).

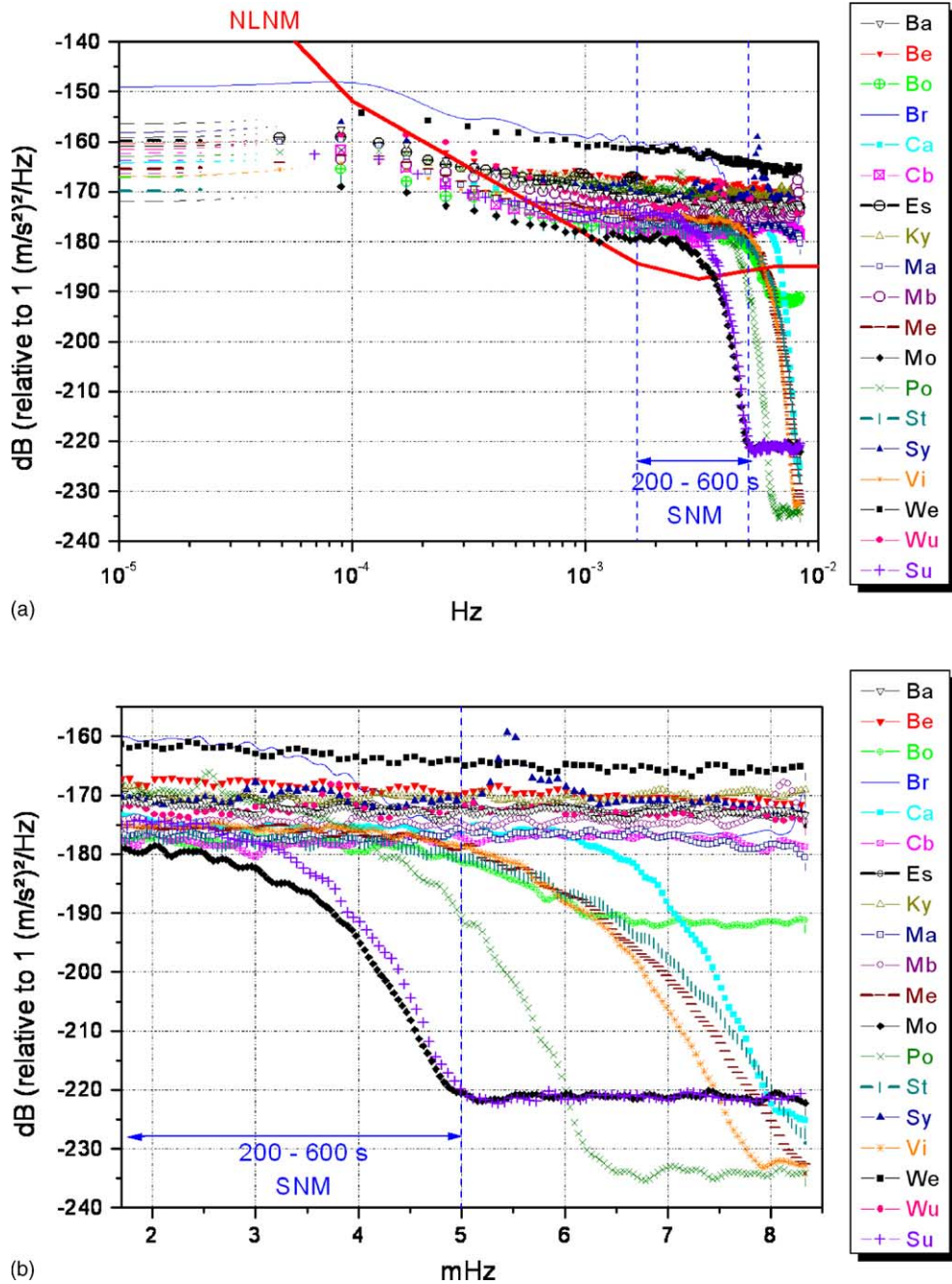


Fig. 1. Power spectral densities of the five quietest days of a year at 19 GGP stations: Bandung (Ba), Brussels (Be), Brasimone (Br), Boulder (Bo), Canberra (Cb), Cantley (Ca), Esashi (Es), Kyoto (Ky), Matsushiro (Ma), Membach (Mb), Metsahovi (Me), Moxa (Mo), Potsdam (Po), Strasbourg (St), Sutherland (Su), Syowa (Sy), Vienna (Vi), Wettzell (We) and Wuhan (Wu). The PSDs are smoothed with a 501-point Parzen taper. (a) The PSD in the frequency range 10^{-5} to 10^{-2} Hz; and (b) a zoom in of the seismic band (120–600 s) to show the influence of the decimation filter.

synthetic data and on actual gravity data recorded after the Peru event at some GGP stations.

2. The contribution of SG data to the normal mode studies

Some previous studies have shown that SGs were not as good as STS-1 seismometers in the seismic band (Freybourger et al., 1997; Van Camp, 1999). However, recent results (Widmer-Schmidrig, 2002; Rosat et al., 2002) have proved that the new generation of SGs could outperform the best seismometers in the long-period seismic band (0.3–1 mHz).

2.1. The noise levels at GGP stations in the seismic band

The study of the seismic noise levels at GGP stations was presented in detail by Rosat et al. (2002), and here only a reminder of these results is shown using the power spectral densities (PSDs) of the five quietest days (cf. Fig. 1) relative to a specific year (1998, except for a few stations like Moxa (2000), Potsdam

(1996) and Sutherland (2000)) and the seismic noise magnitudes (SNMs) (cf. Fig. 2) at GGP stations. The New Low Noise Model (NLNM) of Peterson (1993), derived from seismometer recordings (STS-1 primarily), is used as a reference level. The strong decrease of PSD for frequencies above 3 mHz is due to the decimation filters from raw samples to 1 min samples; these filters vary from one station to the other according to the raw sampling (1, 2, 5 or 10 s). We did not deconvolve our PSD to compensate the filter effects since many of them are not available and also because of the limited influence (except for Moxa, Sutherland, Potsdam and Brasimone) in the 200–600 s seismic band and the lack of influence in the sub-seismic band.

In the seismic band, SGs are not as good as seismometers as their PSD levels are higher than the NLNM of Peterson (1993), which constitutes the lower bound for the best seismometers. In the long-period seismic band, SGs begin to have better noise levels than the best seismometers. In particular, Moxa PSD is crossing the NLNM at 1 mHz. Below 1 mHz, where the barometric pressure correction is efficient (Zürn and Widmer, 1995; Freybourger et al., 1997; Rosat et al., 2002), the best SGs are less noisy than

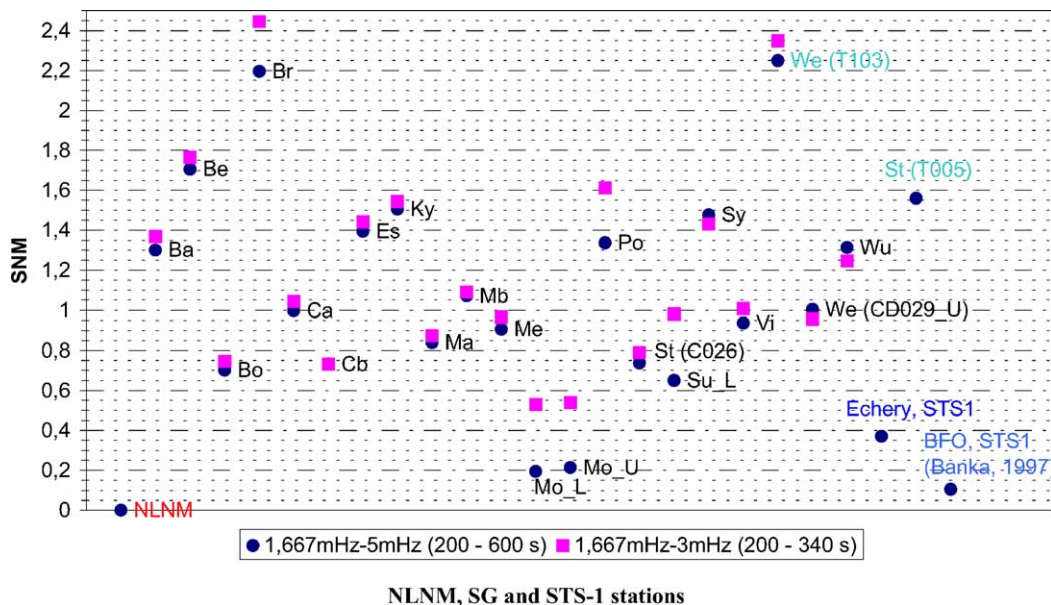


Fig. 2. SNM in the frequency band 200–600 s for the 19 GGP stations and for two STS-1 stations (Echery and the Black Forest Observatory (BFO)). The noise magnitudes computed in the seismic band 200–340 s to avoid the influence of the decimation filter are represented by squares. The new instrument at Wettzell (CD029) is also indicated. _L and _U respectively mean the lower and upper sphere of a double-sphere SG.

the seismometers and for the new generation, they compare with the best Lacoste–Romberg gravimeters (Zürn et al., 2000). SG data can clearly contribute to the normal-mode seismology for frequencies less than 1 mHz, where the modes are most sensitive to laterally heterogeneous and 1D density structure through the mechanism of self-gravitation (Widmer-Schmidrig, 2002).

The seismic noise magnitude is defined by $\text{SNM} = \log_{10}(\text{mean PSD } [\mu\text{gal}^2/\text{Hz}]) + 2.5$ (Banka, 1997) and enables a quick comparison of the quality of a site–sensor combination in the seismic band (Fig. 2). This single figure confirms that even the best SGs (Moxa double-sphere SG) cannot compete with seismometers in the normal mode band 200–600 s. The noise magnitudes were also computed in the 200–340 s range to avoid the influence of the decimation filters (Fig. 2).

2.2. The background free oscillations at GGP stations

Analyses of broadband seismic data (e.g. Kobayashi and Nishida, 1998), spring gravimeters (e.g. Tanimoto et al., 1998; Suda et al., 1998) and superconducting gravimeters (e.g. Nawa et al., 2000) have shown that the Earth is freely oscillating at an observable level even in seismically inactive periods. The observed oscillations are the fundamental spheroidal modes at frequencies between 2 and 7 mHz. These background free oscillations are commonly called ‘hum’. The physical process involved in the hum excitation is still debated but it is generally assumed that the origin is atmospheric turbulence (Kobayashi and Nishida, 1998).

The statistics on the PSD for each day in 1998 have shown the incessant excitation of the Earth’s free oscillations in the SG data of Strasbourg (Rosat et al., 2002). We have computed the PSD of every day of data for a specific year without pre-selection (no removal of earthquakes), and the corresponding statistics are shown in Fig. 3. The third quartile, the median, the first quartile and the 5% PSD level show the presence of the hum at Strasbourg, Moxa and Membach. At Cantley it cannot be observed. The PSD decrease starting at 4.5 mHz at Strasbourg and 2.5 mHz at Moxa is due to the decimation to 1 min.

The hum was also detected in the records at Canberra and Metsahovi GGP stations (Nawa et al., 2000). The Esashi station is too noisy in the normal-mode band

to observe the incessant excitation of the free oscillations (Nawa et al., 2000 and Section 1). In these conditions, the GGP stations Brasimone, Brussels, Kyoto, Syowa and the former SG from Wettzell would not display the hum as their seismic noise levels are higher than the one at Esashi. Nawa et al. (2000) concluded that the noise limit to detect the background free oscillations was $10^{-17} \text{ m}^2/\text{s}^3$, i.e. -170 dB . In the present study the threshold would rather be -175 dB . Notice that the best SGs have 10 dB higher noise levels in this band (2–7 mHz) than the best STS-1 seismometers.

The background free oscillations provide a good reference for the evaluation of the noise level in the millihertz band.

2.3. The normal modes in SG data

For frequencies below 1 mHz, the best SGs are less noisy than the seismometers (cf. Section 1). The recent Peru event with a moment magnitude $M_w = 8.4$ on June 23, 2001, is a good opportunity for the observation of the gravest normal modes. The residuals considered in the following have been obtained at each station after removal of the local tides and the barometric pressure effect via an admittance of $-3 \text{ nm}/(\text{s}^2 \text{ h Pa})$. The spectra of seven GGP stations (the fast sampling data from other good stations like Moxa were not available) are compared with the spectrum of the STS-1 data recorded at the GEOSCOPE Canberra station in Fig. 4. At Canberra the signal-to-noise ratio is higher for the SG than for the STS-1. At the Strasbourg station, the 1 nanogal ($=10^{-2} \text{ nm}/\text{s}^2$) amplitude signals can be observed (e.g., the ${}_1S_2$ mode is clearly visible).

The splitting of the spheroidal mode ${}_0S_2$ is well resolved at the Strasbourg station. By increasing the record length from 164 to 274 h, the resolution is improved and the splitting frequencies can be better defined (Fig. 5). By fitting a synthetic resonance function to each singlet we can determine the five frequencies and the error bars (Dahlen, 1976). The observed frequencies obtained by that method (Table 1) are close to the theoretical eigenfrequencies we computed using a perturbation method. In Table 2, the first two lines (PREM, 1066 A) use eigenfunctions obtained from MINOS code (Woodhouse, 1988) for both PREM (Dziewonski and Anderson, 1981) and 1066 A (Gilbert and Dziewonski, 1975) Earth models. We also quote

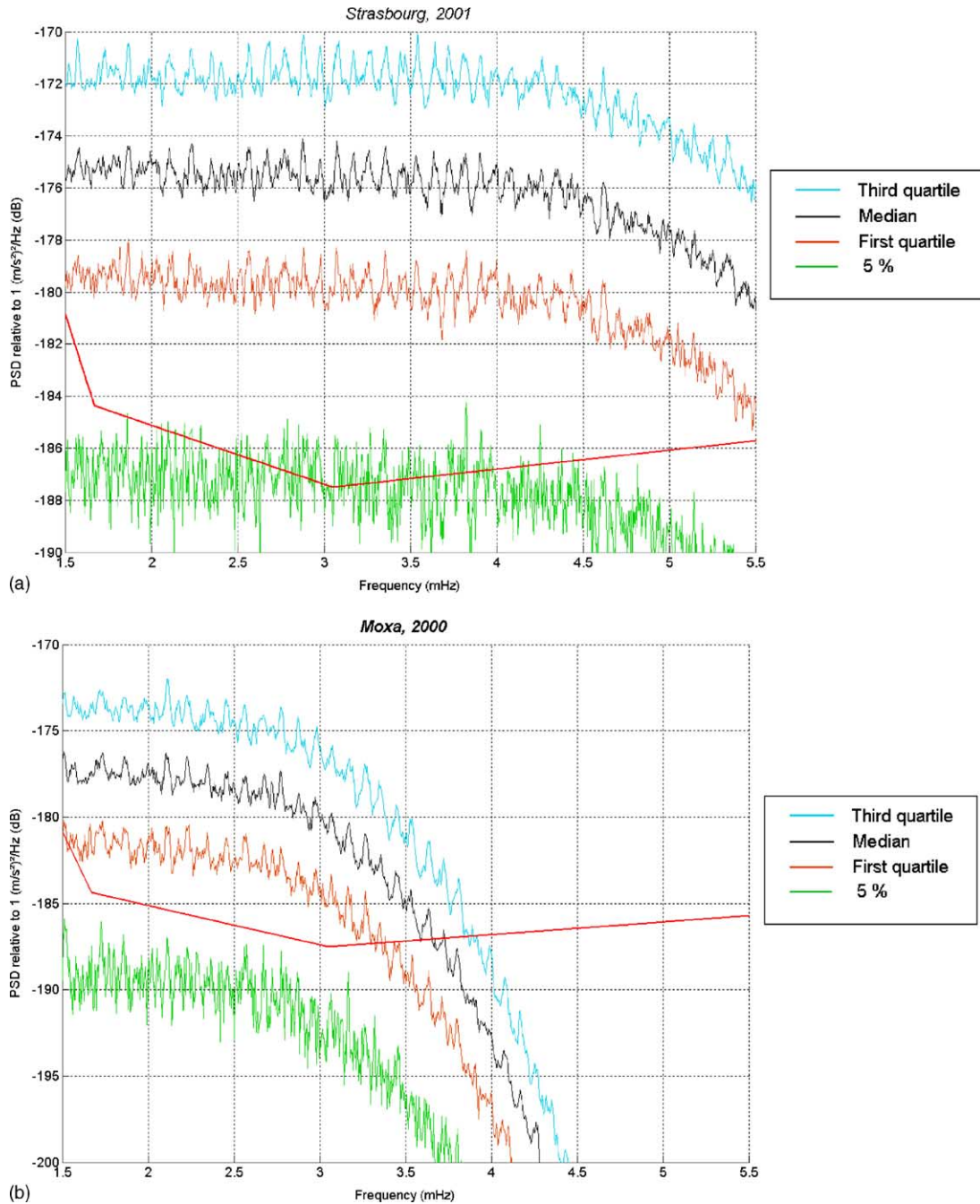


Fig. 3. Statistics on the PSD levels at (a) Strasbourg in 2001, (b) Moxa in 2000, (c) Membach in 1998, and (d) Cantley in 1998. The data have been corrected for the tidal signal using local synthetic tides, the pressure effect using an admittance of $-3 \text{ nm}/(\text{s}^2 \text{ hPa})$ and drift-corrected. The earthquakes have not been removed from the residuals. The windows used for the spectral analysis are 1-day-long. The third quartile, median, first quartile, and 5% PSD levels are plotted from top to bottom. The NLNM (thick line) is shown for reference. The PSD are defined in dB relative to $1 (\text{m/s}^2)^2/\text{Hz}$. The PSD at Moxa, Membach and Strasbourg show the presence of 'hum'. At Cantley, for the year considered, the background free oscillations are not observed.

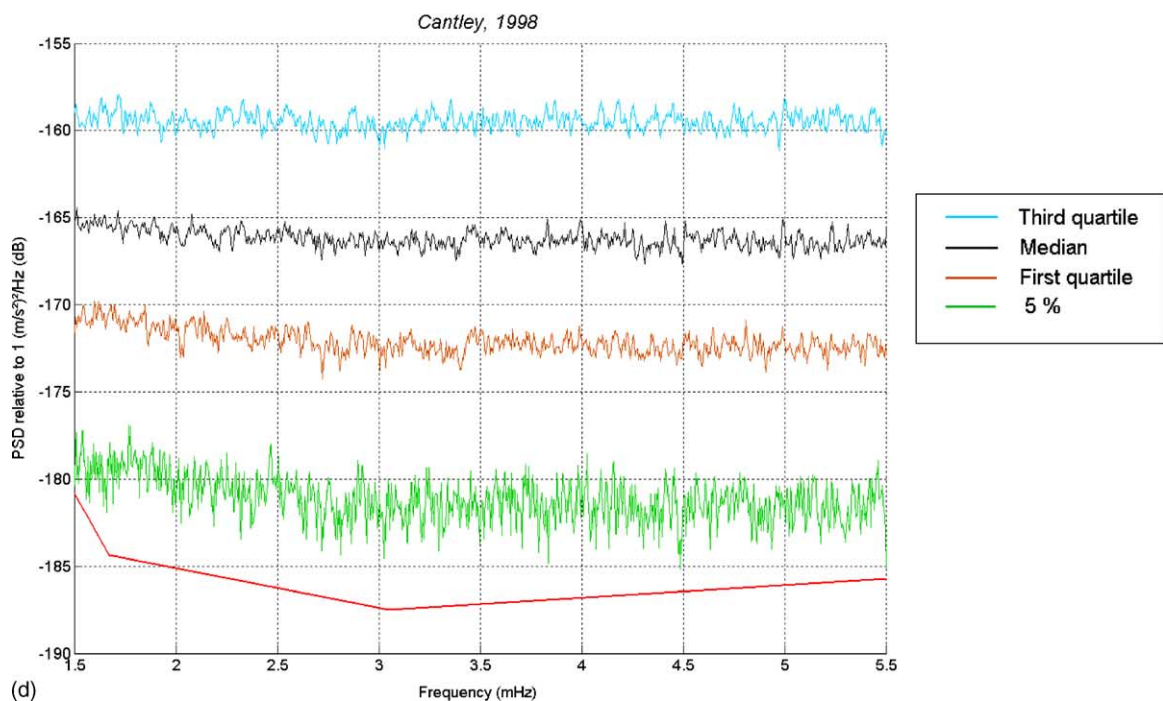
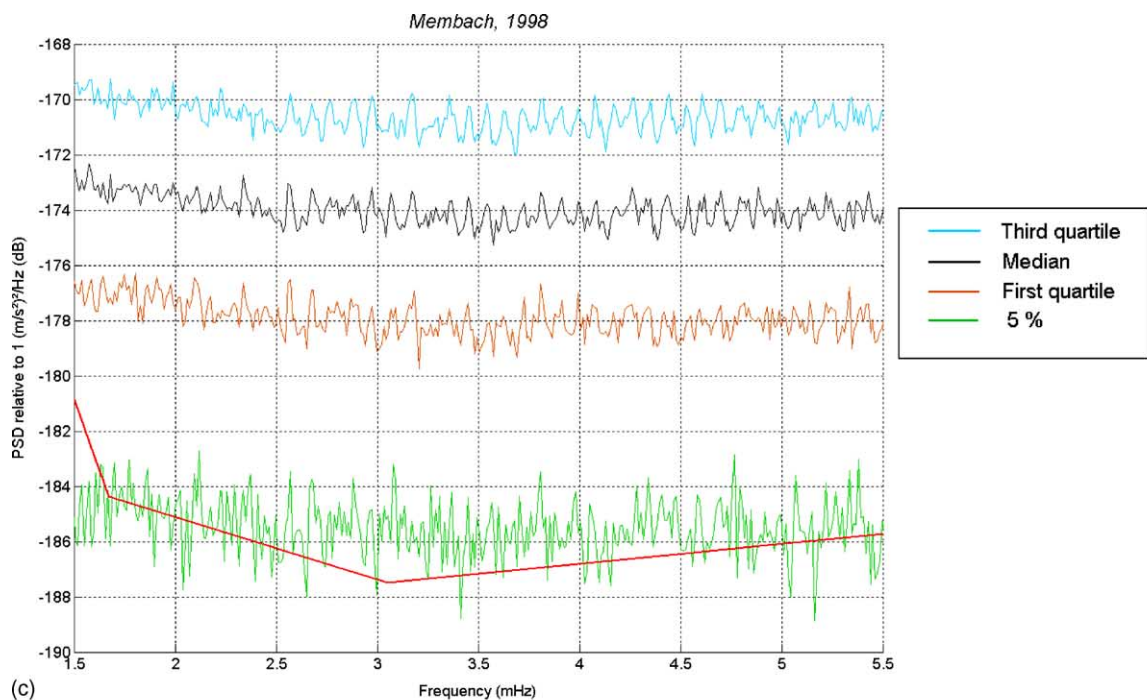


Fig. 3. (Continued).

Table 1

Singlet frequency estimates for ${}_0S_2$ from the spectrum of the SG C026 at Strasbourg after the Peru event. The frequencies have been estimated by fitting a synthetic resonance function to the spectrum and the error bars have been determined using the method proposed by Dahlen (1976)

	$m = -2$	$m = -1$	$m = 0$	$m = 1$	$m = 2$
Frequency estimates (mHz)	0.299874	0.304555	0.309110	0.313891	0.318206
Errors (mHz)	$\pm 7.2 \times 10^{-4}$	$\pm 6.5 \times 10^{-4}$	$\pm 7.9 \times 10^{-4}$	$\pm 6.3 \times 10^{-4}$	$\pm 7.2 \times 10^{-4}$

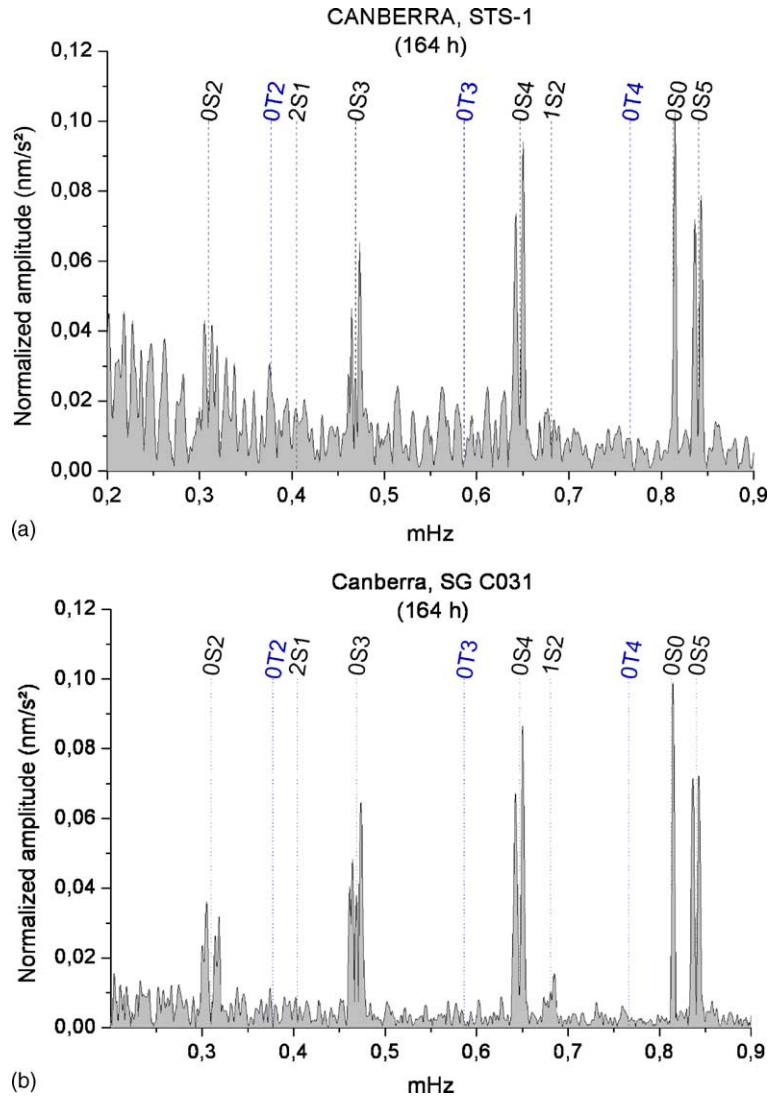


Fig. 4. Spectra from the 2001 Peru event at seven SG stations (Canberra, Esashi, Membach, Metsahovi, Strasbourg, Sutherland and Vienna) and at the GEOSCOPE Canberra station. The spectra underline the better quality of SG data in the long-period seismic band. Record lengths are 164 h for the eight spectral analyses.

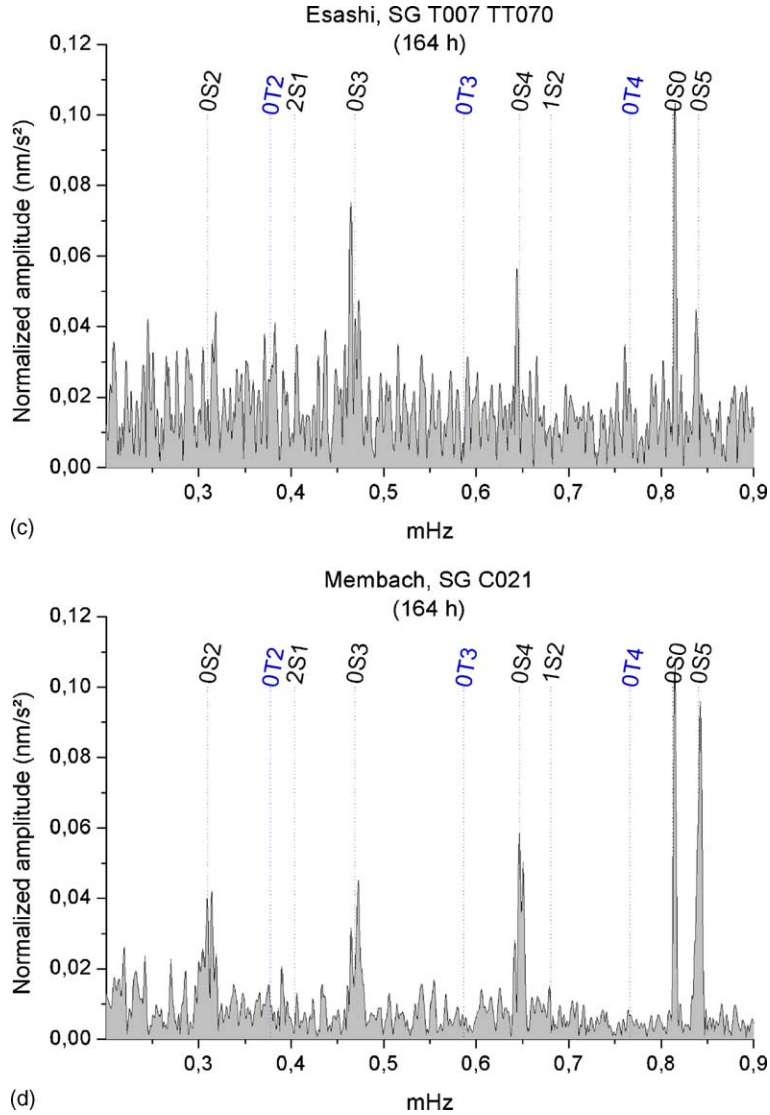


Fig. 4. (Continued)

the values computed by [Dahlen and Sailor \(1979\)](#) for the Earth model 1066 A. The predicted eigenfrequencies of the five singlets of the $0S_2$ mode excited by the $M_w = 8.4$ Peru event are shown in [Fig. 6](#) together with the observations of the Strasbourg SG data. Notice that the error bars on the observations indicated in [Table 1](#) ($\sim 6\text{--}8 \times 10^{-4}$ mHz) are higher compared with most of the observed values of [Lindberg \(1986\)](#), who used combinations of several records. However, in some cases, we achieve better or comparable results with

only one record. A stacking and stripping method on at least seven records at SG stations would considerably improve the determination of the $0S_2$ parameters.

The terms $\omega_d(1+a)$, $\omega_d b$ and $\omega_d c$ defined in the splitting law ([Dahlen, 1968](#))

$$\omega_m = \omega_d(1 + a + bm + cm^2),$$

where ω_m is the frequency of the m th singlet, ω_d the multiplet degenerate frequency, a , b and c the splitting parameters, are compared in [Table 2](#) to the quadratic

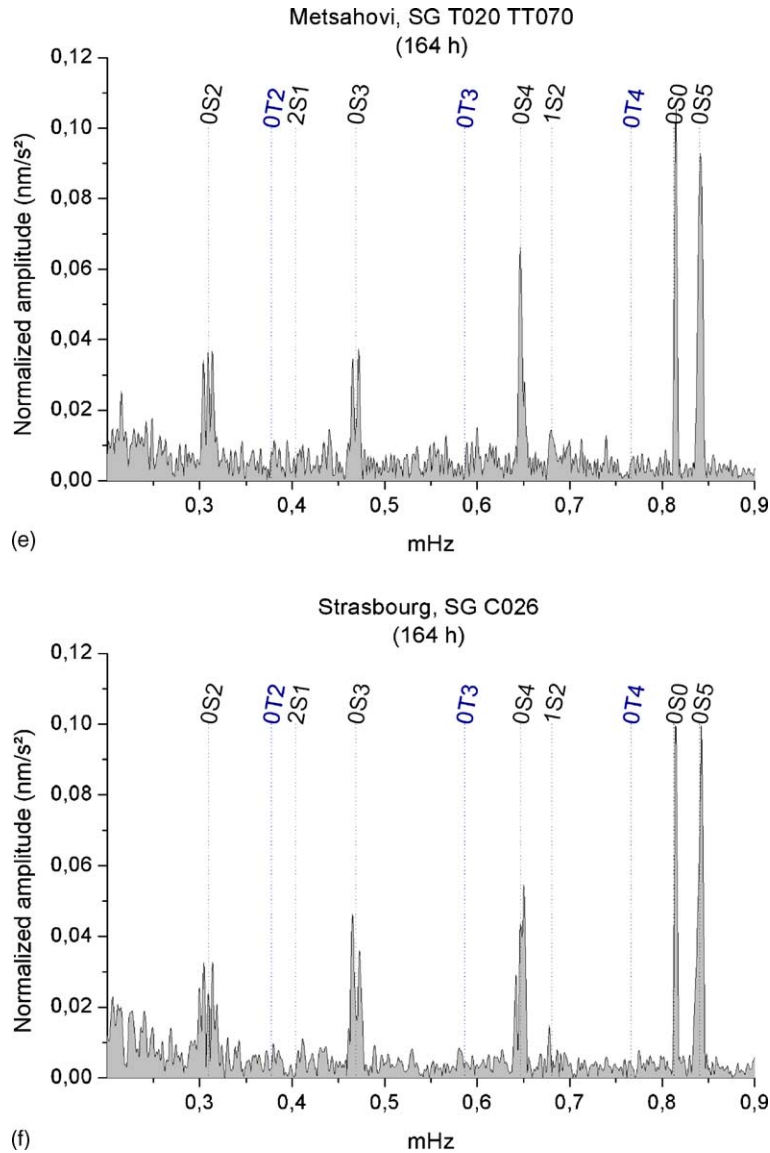


Fig. 4. (Continued)

fitting of the observations. The difference between computed and observed values of $\omega_d b$ and $\omega_d c$ are not significantly different at the 1σ level.

From the observations of the eigenfrequencies we can compute the mean frequency of ${}_0S_2$ which is linked to the degenerate frequency ω_d through the relation

$$\omega_{\text{mean}} = \omega_d(1 + p)$$

where p is a functional of the Earth's structure. The value of p changes very little from one acceptable Earth model to another. With $p = -1.04 \times 10^{-4}$ (Buland et al., 1979) and the mean value of our observations $\omega_{\text{mean}} = 0.30910$ mHz, we can deduce an estimate of $\omega_d = 0.30914$ mHz. This value is about 0.1% smaller than the theoretical ones.

The long-period seismic band in which SGs excel is also the band where the splitting of modes

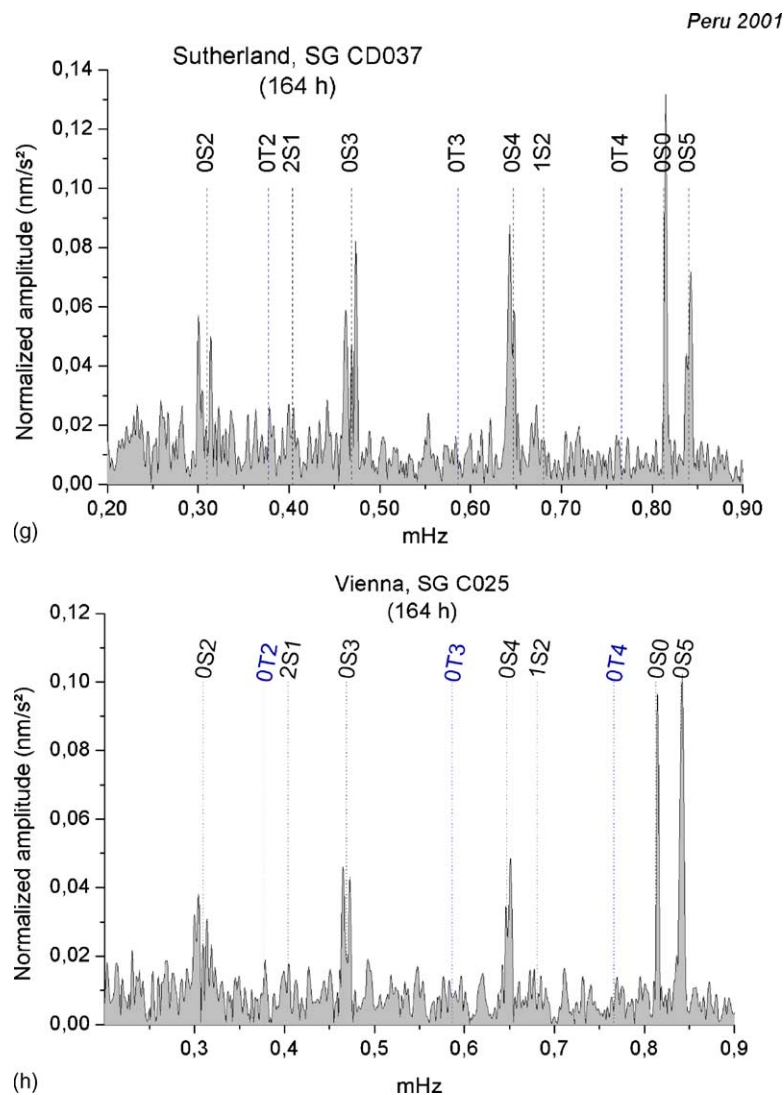


Fig. 4. (Continued)

Table 2
Comparison of the splitting parameters $\omega_d(1+a)$, ω_db and ω_dc computed from the Earth models PREM and 1066 A with the observations of the SG at Strasbourg

	$\omega_d(1+a)$	ω_db	ω_dc
PREM ^a	0.30940 (0.07)	0.0046157 (0.56)	-6.9499×10^{-5} (48)
1066 A ^a	0.30957 (0.12)	0.0046159 (0.56)	-7.5069×10^{-5} (52)
1066 A (Dahlen and Sailor)	0.30955 (0.12)	0.0046121 (0.48)	-8.2618×10^{-5} (56)
Quadratic fitting of the observations	0.30918 (± 0.03)	0.00459 (± 0.8)	-3.6111×10^{-5} (± 86)

The values are given in millihertz; those within parentheses are percentages. The difference between the three computed models and the observed values is also indicated. In the last row, the percent error from the fit itself is given within the parentheses.

^a Denotes our computation using a perturbation method (Woodhouse and Dahlen, 1978) extended to the second order of Coriolis splitting as Dahlen and Sailor (1979).

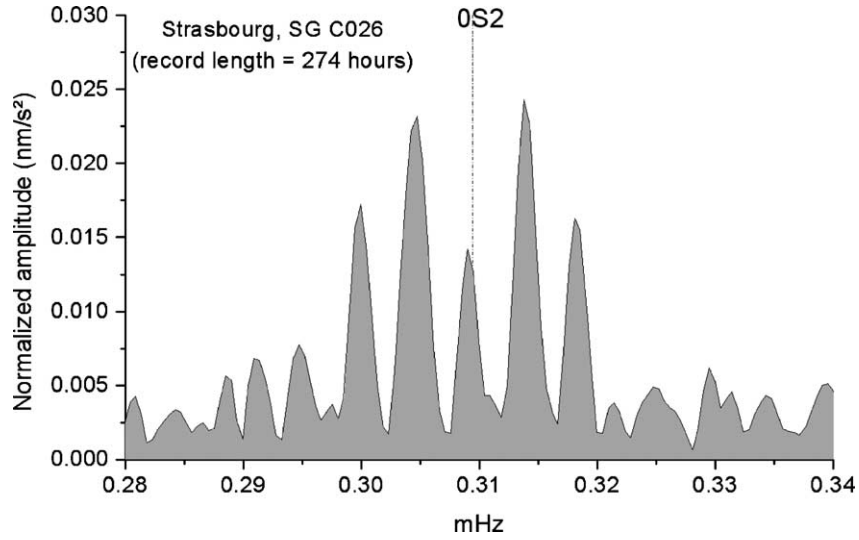


Fig. 5. Splitting of $0S_2$ into five singlets at the Strasbourg station using 274 h of data after the Peru event.

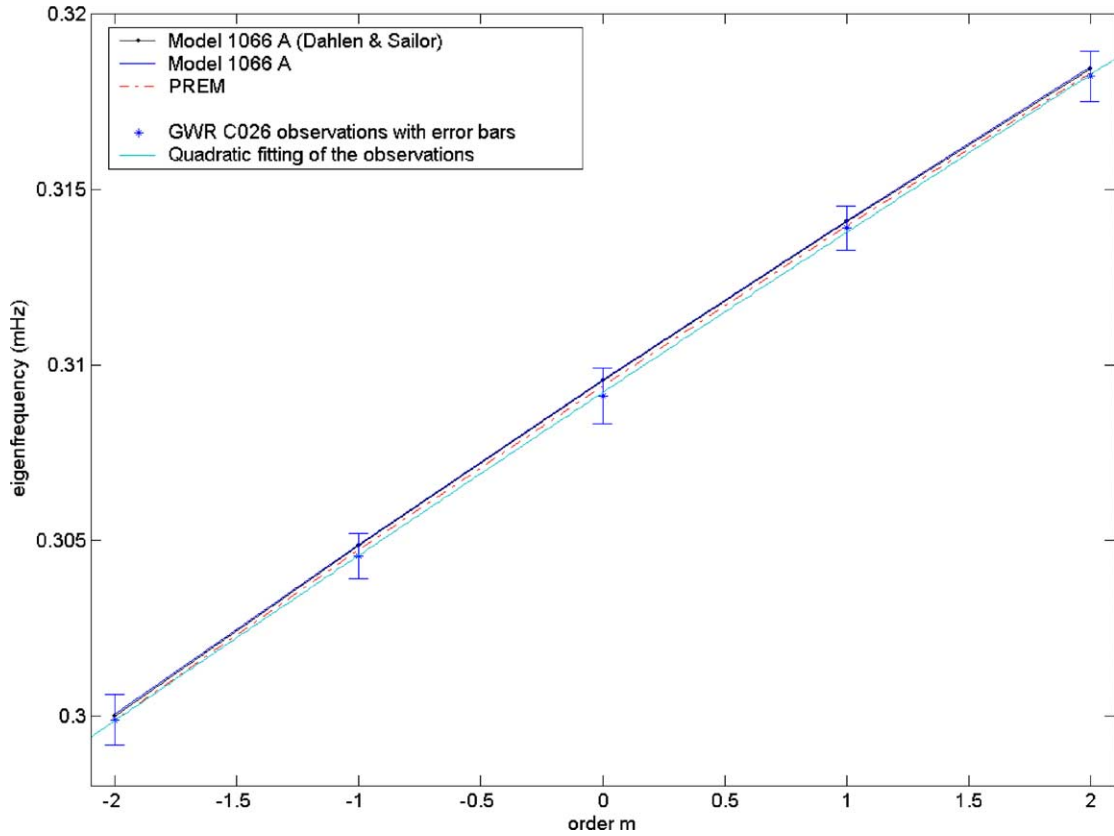


Fig. 6. Observed and predicted eigenfrequencies of the five singlets of the $0S_2$ mode from Strasbourg SG data after the $M_w = 8.4$ Peru event. The predicted eigenfrequencies were computed for both PREM and 1066 A models.

possesses high sensitivity to 3D density structure in the Earth's mantle and core (Ritzwoller and Lavelle, 1995). SGs can hence contribute successfully to the normal mode seismology to constrain lateral density structure.

3. The sub-seismic noise levels at SG stations and the possible detection of the Slichter mode

3.1. The power spectral densities at GGP stations and the noise magnitudes

The selection of the quietest period of 15 continuous days at a given site leads to the PSD plotted in Fig. 7. The selection was based on the lowest RMS of a 15-day-long residual signal. The residuals were obtained after subtracting the local tides and the influence of the pressure effect, and after applying a high-pass filtering with a cut-off period at 8 h, which

explains the flat part of the PSD in the left part of the figure (for periods beyond 6 h). An enlargement of the noise levels is shown in Fig. 8 to underline the fact that PSDs of the GGP stations are crossing the NLNM for periods ranging from 16 min (Moxa, CD034, Lower sphere) to 4.6 h (Brasimone, SG015). As the PSD are below the Peterson New Low Noise Model (NLNM) from $T = 16$ min to 4.6 h, the SGs are better than seismometers at these low frequencies. This leads to optimal conditions to study the lowest fundamental seismic (as seen in the first part) and the sub-seismic modes with SGs, such as the Slichter triplet, the central period of which is supposed to be between 3 and 6 h (Smylie, 1992; Dahlen and Sailor, 1979).

The concept of seismic noise magnitude, as introduced by Banka (1997) for the seismic band (first part), can be generalized to the sub-seismic band. The noise magnitudes are plotted in Fig. 9. In that frequency range, the NLNM is not the zero reference any

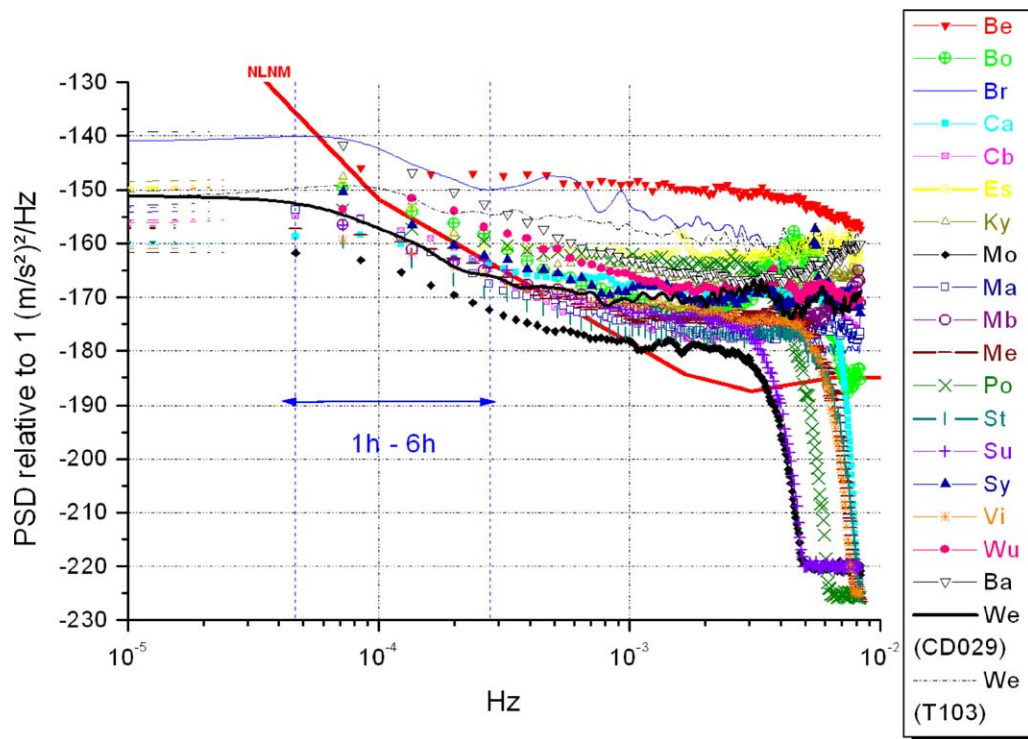


Fig. 7. Power spectral densities of the quietest period of 15 continuous days of a year at GGP stations. The sub-seismic band considered in the search for the Slichter mode is the band 1–6 h. The New Low Noise Model is used as a reference for the noise levels.

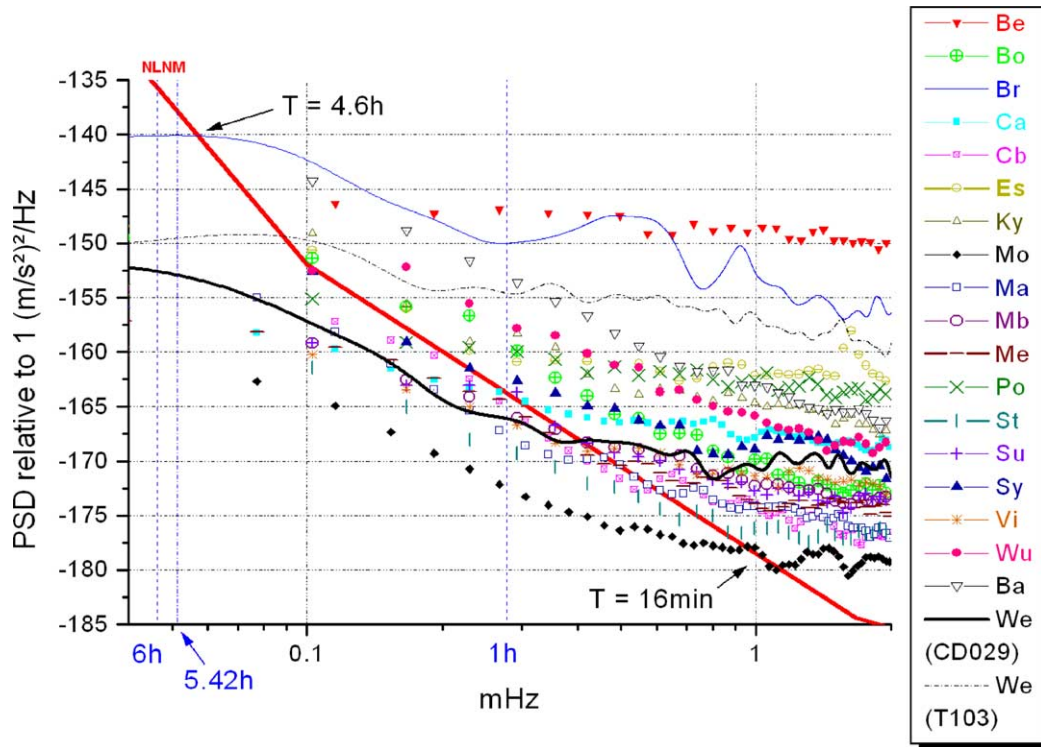


Fig. 8. Power spectral densities of the quietest period of 15 continuous days of a year at GGP stations showing the crossing periods of the different PSD with NLNM. The central period of the Slichter mode, 5.42h according to PREM model (Dziewonski and Anderson, 1981), is also indicated.

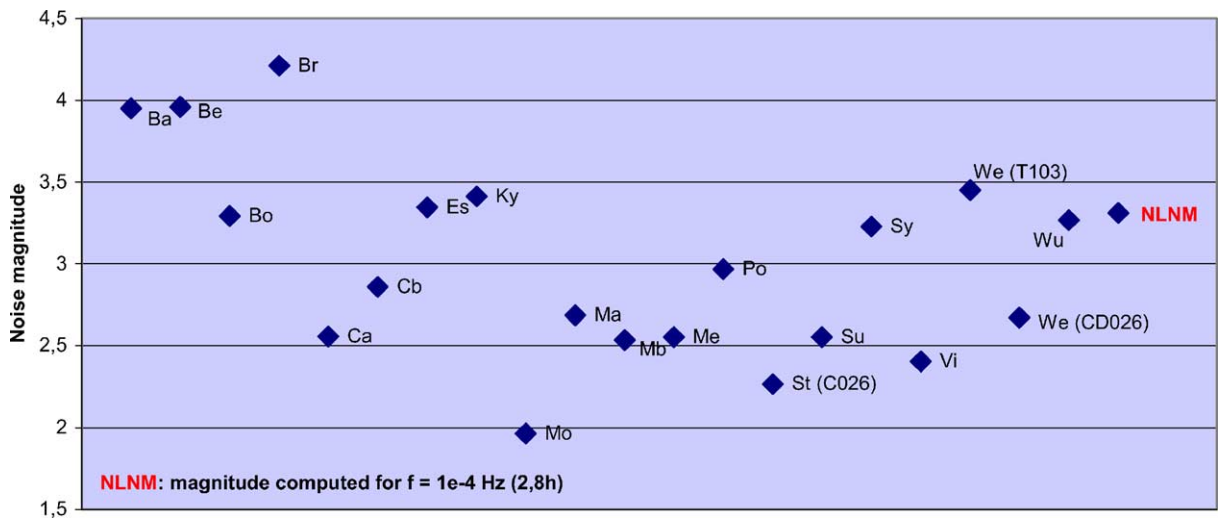


Fig. 9. Noise magnitudes in the sub-seismic frequency band (1–6 h) for 19 GGP stations. The magnitude corresponding to the NLNM was only computed for the frequency 10^{-4} Hz (2.8h) since it is poorly defined for lower frequencies.

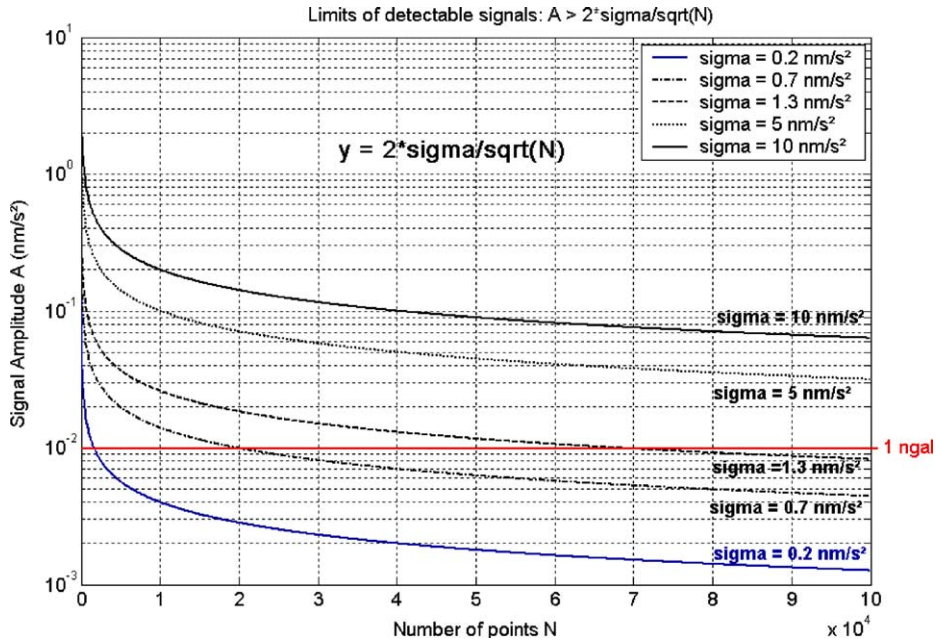


Fig. 10. Detectability of small harmonic signals in white noise as a function of observation period. The relation used is $A = 2\sigma/\sqrt{N}$, where A corresponds to the amplitude of a harmonic signal that it is possible to detect with N points over a white noise of amplitude σ . For example, with $\sigma = 1.3 \text{ nm/s}^2$, harmonic signals of the nanogal amplitude will be detected over the noise if the record length is greater than 70 000 points.

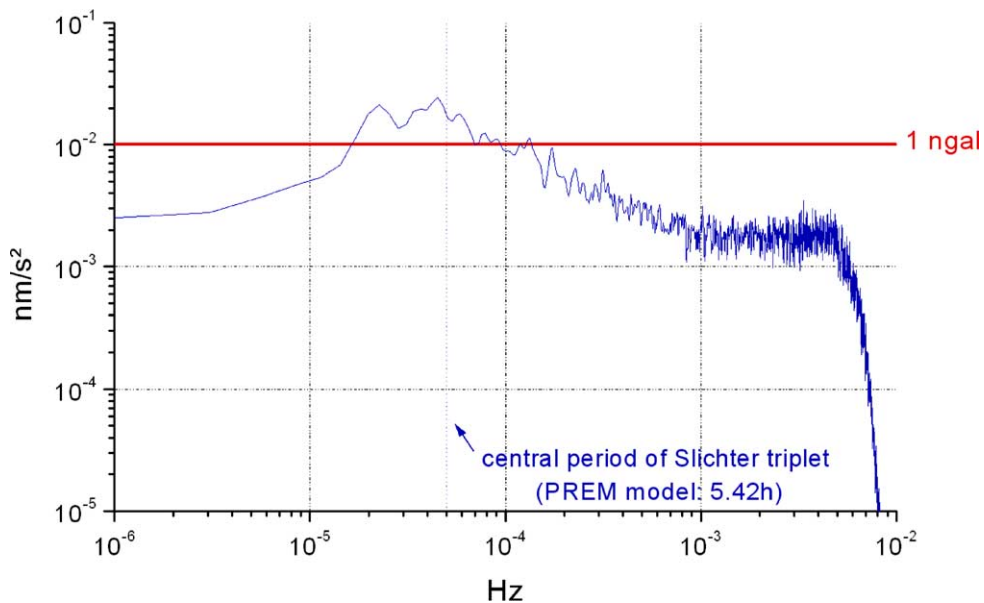


Fig. 11. Amplitude spectrum of the quietest period of 15 days at Strasbourg station. The central period of the Slichter triplet is indicated and the nanogal level is also plotted as a reference. At the frequency of the Slichter mode (about $5 \times 10^{-5} \text{ Hz}$), the noise at Strasbourg is above the nanogal level. For higher frequencies (above 10^{-4} Hz), the noise amplitude is below the nanogal level. The spectrum decrease below $2 \times 10^{-5} \text{ Hz}$ is due to a high-pass filtering.

more but corresponds to a value of 3.3 at the frequency 10^{-4} Hz (2.8 h).

Contrary to the previous section, where 5 days were enough to describe the statistics of noise levels in the seismic band, we need a longer duration to retrieve the same statistics in the sub-seismic band. We have taken 15 days (60 times a period of 6 h) to derive significant noise levels in the sub-seismic band.

3.2. Limits of detection of harmonic signals

As demonstrated in the first section, the PSD levels of the GGP stations are ranging in average from -165 dB (Moxa) to -143 dB (Brasimone) in the sub-seismic band (1–6 h). Given a sampling rate of 60 s, such levels respectively correspond to white noises of amplitude 0.7 and 10 nm/s^2 . Indeed, assuming white noise, the PSD level is given by

$$\text{PSD} = \text{constant} = \sigma^2 T_0,$$

where σ is the amplitude of the noise (standard deviation) and T_0 the sampling interval. For a pure undamped harmonic signal, the PSD is obtained by the relation

$$\text{PSD} = \frac{A^2 N T_0}{4},$$

where A corresponds to the amplitude of the sinusoid and N is the number of points.

Thus a harmonic signal becomes observable in white noise PSD when $A^2 N T_0 / 4 > \sigma^2 T_0$, i.e. when $A > 2\sigma / \sqrt{N}$. If we have a white noise level comparable to the noise at Moxa station ($\sigma = 0.7 \text{ nm/s}^2$ with $T_0 = 60 \text{ s}$), to be able to detect a sinusoid of 1 ngal ($= 10^{-2} \text{ nm/s}^2$) amplitude, the record length must at least be greater than 20 000 points $\times 60 \text{ s}$, i.e. 14 days (cf. Fig. 10).

The spectral amplitude of a quiet 15-day record at Strasbourg is slightly above the nanogal level at the theoretical central frequency of the Slichter triplet

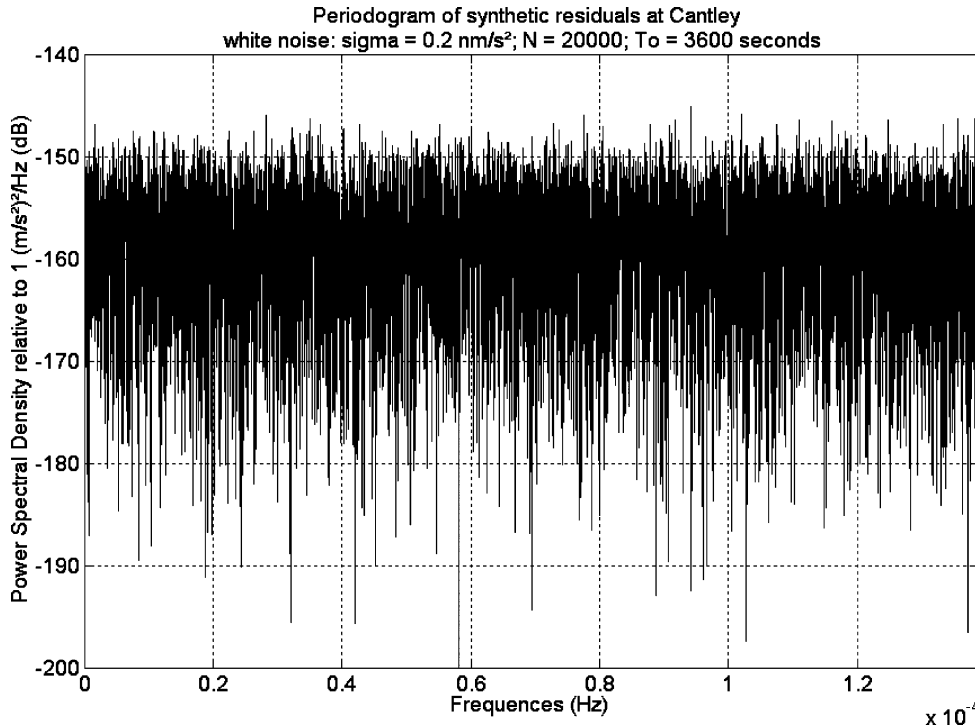


Fig. 12. PSD of the synthetic data computed at Cantley. The synthetic data are 20 000 h long and consist of a triplet of amplitudes 10^{-2} nm/s^2 at the frequencies 6.9186×10^{-5} , 7.3767×10^{-5} and $7.7544 \times 10^{-5} \text{ Hz}$, sampled at 1 h and injected in a white noise of standard deviation 0.2 nm/s^2 . The geographical dependence of degree one is taken into account. At a single station it is not possible to detect the three translational modes in the gravity residual periodogram.

computed for PREM model (Fig. 11). We are at the limit of detection of these weak signals. That is why a stacking of SG data should make possible the detection of the nanogal signal at the Slichter's frequencies. This 1 ngal level is the upper limit of excitation of the Slichter mode by earthquakes (as shown in Crossley (1988) and Crossley et al. (1991)) even for the largest events like the 1960 Chilean event with a magnitude of 8.6.

4. Investigation of a stacking method

Courtier et al. (2000) have developed a multistation analysis technique which takes advantage of the spatial and temporal character of the degree-one translational mode signals to produce three new sequences (equatorial prograde, and axial and equatorial retrograde), each emphasizing a single mode.

This method is in fact a particular application of the more general stacking proposed by Cummins et al. (1991) where data from different IDA stations were

stacked according to spherical harmonic surface amplitude patterns with an angular order of $l \leq 4$.

4.1. The multistation experiment on synthetic data

The multistation experiment of Courtier et al. (2000) is first tested on synthetic data at 6 GGP stations: Cantley, Canberra, Matsushiro, Metsahovi, Strasbourg and Syowa. The data are 20 000 h long, with a sampling rate of 1 h. They contain the three translational modes of 0.01 nm/s^2 amplitudes at the frequencies $6.9186\text{E}-5$, $7.3767\text{E}-5$ and $7.7544\text{E}-5 \text{ Hz}$ buried in 0.2 nm/s^2 white noise. The PSD level corresponding to such data is -158 dB , which is close to the best noise levels observed in the period range 1–6 h (cf. part 2). An example of a single PSD at Cantley is given in Fig. 12. The three translational modes do not emerge over the noise. After the multistation experiment, we obtain three new sequences, each emphasizing a singlet. In the product spectrum of the three sequences, the triplet is clearly enhanced and the three peaks are about 10 dB over the noise level (Fig. 13).

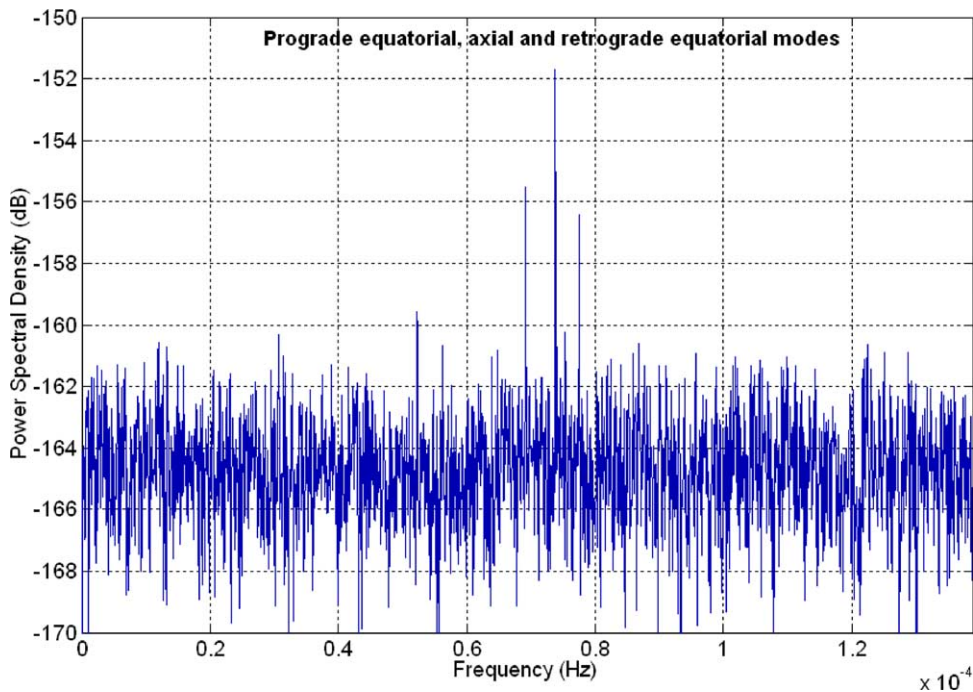


Fig. 13. Enhancement of the three translational modes after the global multistation experiment on synthetic data generated at Cantley, Canberra, Matsushiro, Strasbourg and Syowa. The stack was performed with these five data sets.

Courtier et al. (2000) have also demonstrated the efficiency of the method on synthetic data.

4.2. Stacking of some SG gravity residuals in the search for the Slichter mode

Some previous studies (Smylie et al., 1993; Hinderer et al., 1995; Courtier et al., 2000) combined some SG data in the search for the Slichter triplet. The first study (Smylie et al., 1993) used a product spectra of four SG data (Brussels (old SG), Bad-Homburg, Strasbourg and Brussels (new SG)). The noise levels of these four stations in the 1–6 h sub-seismic band were in average between –144 and

–137 dB. The sub-seismic noise levels study of the second part of this paper has proved that the new data had much lower noise levels, between –165 and –143 dB. The second study (Hinderer et al., 1995) considered the product spectrum and cross spectrum of two SG data sets at Strasbourg and Cantley. The instrument at Strasbourg was the old T005 SG, with a sub-seismic noise level of –154 dB in average for the period 1989–1991; the noise level found for the new compact SG C026 is –162 dB for the year 1998. The instrument in Cantley had a –155 dB noise level for the period 1989–1991—very similar to the one computed in this study for the year 1998.

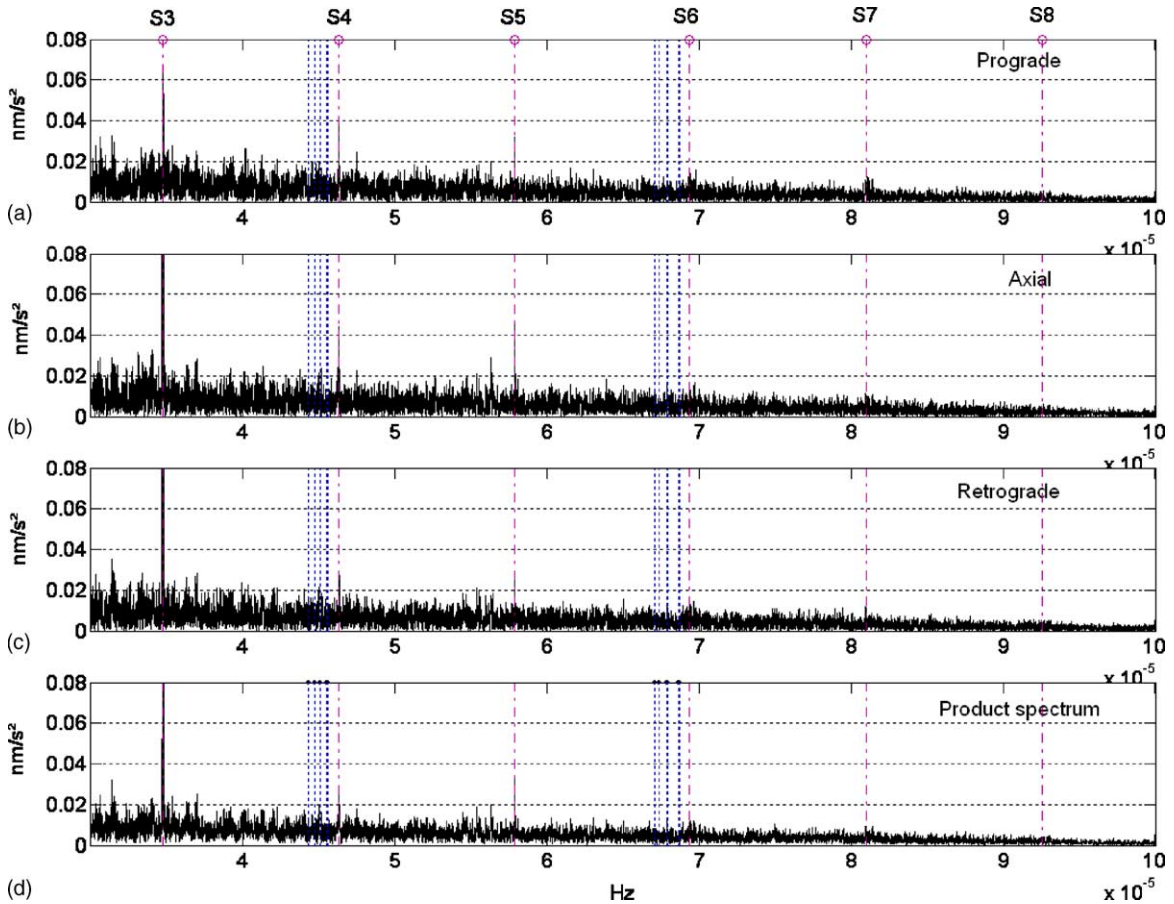


Fig. 14. Results of the multistation experiment applied to 4-year-long records at 1 h sampling at the five SG stations, Canberra, Cantley, Matsushiro, Strasbourg and Vienna. The diurnal harmonics of S1 from S3 to S8 (vertical dashed and dotted lines) and the non-linear tides (vertical dotted lines) around 4 and 6 h are indicated on the amplitude spectra of the (a) prograde, (b) axial and (c) retrograde sequences. (d) The product spectrum of the three sequences (which does not highlight any clear triplet).

The multistation experiment was tested by [Courtier et al. \(2000\)](#) on SG gravity residuals at Brussels, Cantley, Kakioka, Strasbourg and Wuhan. They have claimed the detection of the triplet of Slichter by combining these data, the noise levels of which were not better than -150 dB in the sub-seismic band 1–6 h. The current SG data noise levels of the best GGP stations are better or as good as the previous data combined in the search for the Slichter translational mode of the inner core.

The multistation technique analysis has been applied on 4-year-long (1998–2001) records of SG gravity residuals sampled at 1 h at the GGP sta-

tions Cantley, Canberra, Matsushiro, Strasbourg and Vienna. These five stations have been selected for their geographical distribution, and because of their low noise level in the sub-seismic band according to [Section 2.1](#). The residuals have been obtained after removing the tides and the air-pressure effect by least squares adjustments with ETERNA software ([Wenzel, 1996](#)) on 1 h sampling data. The amplitude spectra of the three sequences (that should respectively include any prograde, axial and retrograde mode) are plotted in [Fig. 14](#). The diurnal harmonics of the atmospheric mode S1 (from S3 to S8) and the main frequencies of the non-linear tides (MN4, M4, SN4, MS4 and MK4

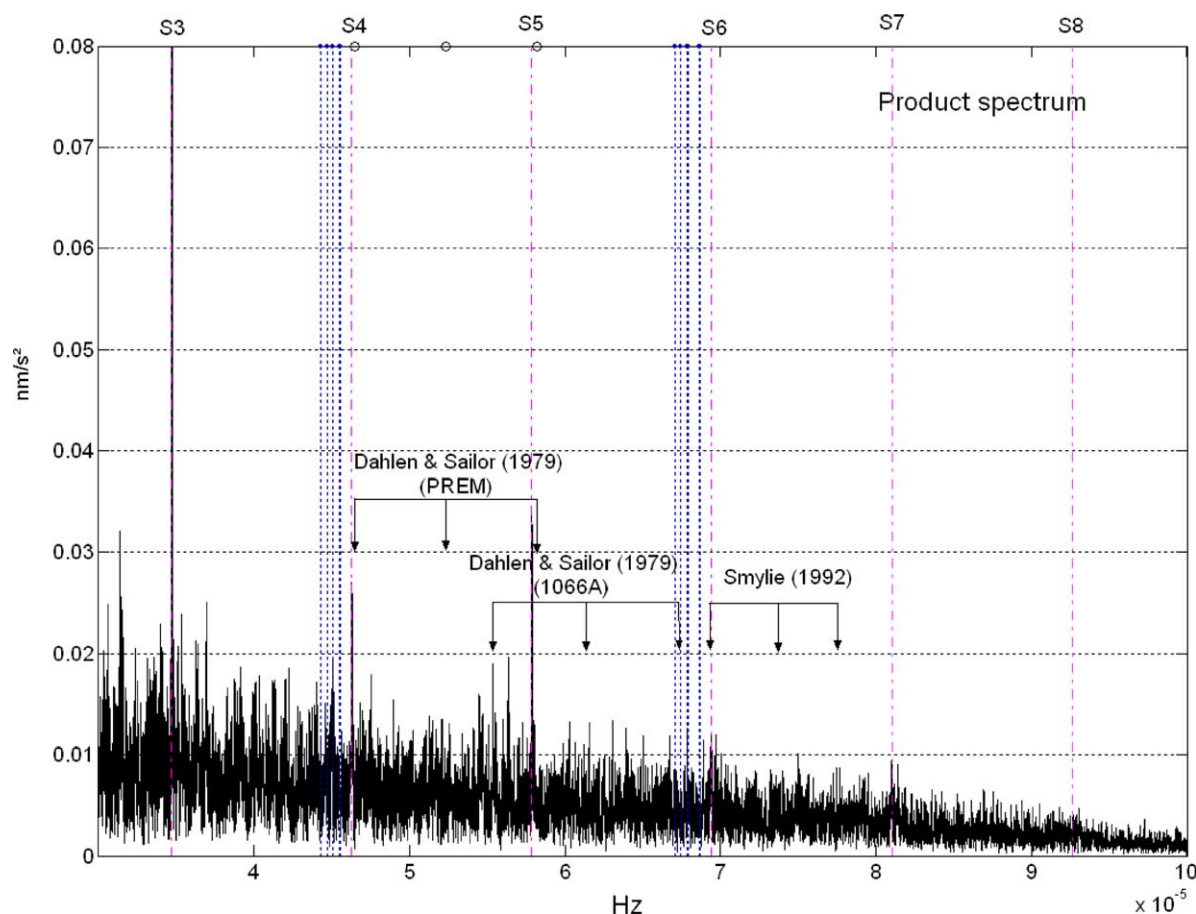


Fig. 15. Product spectrum of the prograde, axial and retrograde sequences after the multistation experiment. The theoretical Slichter frequencies computed by [Dahlen and Sailor \(1979\)](#) for the Earth models 1066 A and PREM, and the values that [Smylie \(1992\)](#) identified in SG observations to be the inner core translation, are indicated in vertical solid lines. The diurnal harmonics of S1 from S3 to S8 (vertical dashed and dotted lines) and the non-linear tides (vertical dotted lines) around 4 and 6 h are also indicated.

for the quart diurnal band; 2MN6, M6, MSN6, 2MS6, 2MK6, 2SM6 and MSK6 for the tidal band around 4 h) are also indicated.

After removing the diurnal harmonics and the non-linear tides, the product spectrum does not reveal any triplet above the noise level (see Fig. 15) close to that of the seismic solution (Dahlen and Sailor, 1979), either with a central period close to 4.5 h using model 1066A or to 5.3 h using model PREM. Similarly we did not find any enhancement of the triplet (central period close to 3.8 h) identified by Smylie (1992) in other SG records. Some unidentified peaks seem to be enhanced, in particular in the axial spectrum near 5.5×10^{-5} Hz (close to 5 h). Further work must be provided for the possible detection of a triplet. In particular, a scanning method based on some well-known splitting laws needs to be implemented. However such a stacking method may not be efficient enough if the mode is excited intermittently.

5. Conclusions

We have studied the noise levels of most SG stations from the GGP network in the seismic and the sub-seismic bands. The analysis of the normal modes after the 2001 $M_w = 8.4$ Peru earthquake has shown the detection of 1 ngal amplitude signals by integration of the signals over 1 week (164 h). Below 1 mHz SGs are better than the seismometers and can contribute to the study of the splitting of the gravest elastic normal modes. In particular, we have shown a nice observation for the splitting of ${}_0S_2$ into five individual singlets using the Strasbourg record after the 2001 Peru earthquake. We can also conclude that SGs are uniquely suited for the sub-seismic modes study. However, the 1 ngal level is hardly reached in that frequency band, even for the best SGs. We have tested a multistation analysis technique which takes advantage of the spatial and temporal character of the translational mode signals. The method performs very well on synthetic data. We have applied it to the common period of observation of five SG stations over 4 years. After removing the diurnal harmonics of the day and the residual tidal energy, there is no remaining triplet, which is in agreement with theoretical predictions or previous claimed detection.

The search for the Slichter translational mode in the sub-seismic band is a difficult task: we have shown that even for the best SG station (Moxa) a 1 ngal harmonic signal becomes distinguishable from the noise in a spectral estimate only when using at least 2 weeks of data (20 000 min samples). In the past some studies have tried to observe the Slichter triplet, but the detection has been ambiguous.

In the future an automatic scanning procedure will be implemented to detect any triplet corresponding to a specific splitting law in the power spectral densities of gravity residuals.

Acknowledgements

The authors are grateful to all the GGP station managers for providing their data sets. This study was supported by CNRS (Intérieur de la Terre).

References

- Banka, D., 1997. Noise levels of superconducting gravimeters at seismic frequencies. PhD thesis, GDMB-Informationgesellschaft mbH, Clausthal, Germany.
- Banka, D., Crossley, D., 1999. Noise levels of superconducting gravimeters at seismic frequencies. *Geophys. J. Int.* 139, 87–97.
- Buland, R., Berger, J., Gilbert, F., 1979. Observations from the IDA network of attenuation and splitting during a recent earthquake. *Nature* 277, 358–362.
- Crossley, D.J., 1988. The excitation of core modes by earthquakes. *Geophys. Monogr. Am. Geophys. Union* 46 (1), 41–50.
- Crossley, D.J., Hinderer, J., Legros, H., 1991. On the excitation, detection and damping of core modes. *Phys. Earth Planet. Inter.* 68, 97–116.
- Crossley, D., Hinderer, J., Casula, G., Francis, O., Hsu, H.T., Imanishi, Y., Jentzsch, G., Kääriäinen, J., Merriam, J., Meurers, B., Neumeyer, J., Richter, B., Shibuya, K., Sato, T., Van Dam, T., 1999. Network of superconducting gravimeters benefits a number of disciplines. *Eos. Trans. Am. Geophys. Union* 80 (11), 121, 125–126.
- Courtier, N., Ducarme, B., Goodkind, J., Hinderer, J., Imanishi, Y., Seama, N., Sun, H., Merriam, J., Bengert, B., Smylie, D.E., 2000. Global superconducting gravimeter observations and the search for the translational modes of the inner core. *Phys. Earth Planet. Inter.* 117, 3–20.
- Cummins, P., Wahr, J.M., Agnew, D.C., Tamura, Y., 1991. Constraining core undertones using stacked IDA gravity records. *Geophys. J. Int.* 106, 189–198.
- Dahlen, F.A., 1968. The normal modes of a rotating, elliptical Earth. *Geophys. J. R. Astron. Soc.* 16, 329–367.
- Dahlen, F.A., 1976. Models of the lateral heterogeneity of the Earth consistent with eigenfrequency splitting data. *Geophys. J. R. Astron. Soc.* 44, 77–105.

- Dahlen, F.A., Sailor, R.V., 1979. Rotational and elliptical splitting of the free oscillations of the Earth. *Geophys. J. R. Astron. Soc.* 58, 609–623.
- Dziewonski, A.M., Anderson, D.L., 1981. Preliminary reference Earth model (PREM). *Phys. Earth Planet. Int.* 25, 297–356.
- Freybourger, M., Hinderer, J., Trampert, J., 1997. Comparative study of superconducting gravimeters and broadband seismometers STS-1/Z in sub-seismic frequency bands. *Phys. Earth Planet. Inter.* 101, 203–217.
- Gilbert, F., Dziewonski, A.M., 1975. An application of normal mode theory to the retrieval of structural parameters and source mechanisms from seismic spectra. *Philos. Trans. Royal Soc. London, Ser. A* 278, 187–269.
- Hinderer, J., Crossley, D., Jensen, O., 1995. A search for the Slichter triplet in superconducting gravimeter data. *Phys. Earth Planet. Int.* 90, 183–195.
- Kobayashi, N., Nishida, K., 1998. Continuous excitation of planetary free oscillations by atmospheric disturbances. *Nature* 395, 357–360.
- Lindberg, C., 1986. Multiple taper spectral analysis of terrestrial free oscillations, Ph.D. Thesis, University of California, San Diego.
- Nawa, K., Suda, N., Fukao, Y., Sato, T., Tamura, Y., Shibuya, K., McQueen, H., Virtanen, H., Kääriäinen, J., 2000. Incessant excitation of the Earth's free oscillations: global comparison of superconducting gravimeter records. *Phys. Earth Planet. Int.* 120, 289–297.
- Peterson, J., 1993. Observations and Modelling of Seismic Background Noise. Open-File Report 93-332. U.S. Department of Interior, Geological Survey, Albuquerque, New Mexico.
- Ritzwoller, M., Lavelle, E.M., 1995. Three dimensional seismic models of the Earth's mantle. *Rev. Geophys.* 33, 1–66.
- Rosat, S., Hinderer, J., Crossley, D., 2002. A comparison of the seismic noise levels at various GGP stations. *Bull. Inf. Marées Terrestres* 135, 10689–10700.
- Slichter, L.B., 1961. The fundamental free mode of the Earth's inner core. *Proc. Natl. Acad. Sci. U.S.A.* 47, 186–190.
- Smylie, D.E., 1992. The inner core translational triplet and the density near Earth's center. *Science* 255, 1678–1682.
- Smylie, D.E., Hinderer, J., Richter, B., Ducarme, B., 1993. The product spectra of gravity and barometric pressure in Europe. *Phys. Earth Planet. Inter.* 80, 135–157.
- Suda, N., Nawa, K., Fukao, Y., 1998. Earth's background free oscillations. *Science* 279, 2089–2091.
- Tanimoto, T., Um, J., Nishida, K., Kobayashi, N., 1998. Earth's continuous oscillations observed on seismically quiet days. *Geophys. Res. Lett.* 25, 1553–1556.
- Van Camp, M., 1999. Measuring seismic normal modes with the GWR C021 superconducting gravimeter. *Phys. Earth Planet. Inter.* 116, 81–92.
- Wenzel, H.-G., 1996. The nanogal software: Earth tide data processing package ETERNA 3.30. *Bull. Inf. Marées Terrestres* 124, 9425–9439.
- Widmer-Schmidrig, R., 2002. What can superconducting gravimeters contribute to normal mode seismology? *Bull. Inf. Marées Terrestres* 135, 10701–10712.
- Woodhouse, J.H., 1988. The calculation of eigenfrequencies and eigenfunctions of the free oscillations of the Earth and the Sun. In: Doornbos, D.J. (Ed.), *Seismological Algorithms, Computational Methods and Computer Programs*, Academic Press, London, UK, 321–370.
- Woodhouse, J.H., Dahlen, F.A., 1978. The effect of a general aspherical perturbation on the free oscillations of the Earth. *Geophys. J. Royal Astron. Soc.* 53, 335–354.
- Zürn, W., Laske, G., Widmer-Schmidrig, R., Gilbert, F., 2000. Observation of Coriolis coupled modes below 1 mHz. *Geophys. J. Int.* 143, 113–118.
- Zürn, W., Widmer, R., 1995. On noise reduction in vertical seismic records below 2 mHz using local barometric pressure. *Geophys. Res. Lett.* 22, 3537–3540.

First observation of ${}_2S_1$ and study of the splitting of the football mode ${}_0S_2$ after the June 2001 Peru earthquake of magnitude 8.4

Severine Rosat, Jacques Hinderer, and Luis Rivera

IPGS-EOST (UMR CNRS-ULP 7516), Strasbourg Cedex, France

Received 1 August 2003; revised 3 October 2003; accepted 14 October 2003; published 11 November 2003.

[1] The recent Peru earthquake with a moment magnitude $M_w = 8.4$ on June 23, 2001 presents a good opportunity for the observation of the seismic gravest normal modes. For the longest periods, below 1 mHz Superconducting Gravimeters (SGs) have been shown to be less noisy than long-period seismometers. A stack based on the spatial and temporal properties of the modes of degree one in a spherical harmonic development applied to 164 h of common records at the Cantley, Canberra, Strasbourg, Sutherland and Vienna SG stations has led to the first clear observation of the ${}_2S_1$ long-period seismic modes with a central frequency close to 0.4 mHz. Moreover the spectrum of the SG record at the Strasbourg station confirms the benefit SGs can provide to normal mode seismology with the clear observation of the splitting of the fundamental mode ${}_0S_2$ into 5 fairly well resolved singlets with only one record. **INDEX TERMS:** 1213 Geodesy and Gravity: Earth's interior—dynamics (8115, 8120); 1294 Geodesy and Gravity: Instruments and techniques; 7255 Seismology: Surface waves and free oscillations. **Citation:** Rosat, S., J. Hinderer, and L. Rivera, First observation of ${}_2S_1$ and study of the splitting of the football mode ${}_0S_2$ after the June 2001 Peru earthquake of magnitude 8.4, *Geophys. Res. Lett.*, 30(21), 2111, doi:10.1029/2003GL018304, 2003.

1. Introduction

[2] Presently 20 superconducting gravimeters (SGs) are measuring the temporal variations of the Earth's gravity and their measurements are collected under the framework of the GGP (Global Geodynamics Project) global network [Crossley *et al.*, 1999]. Earthquakes are a source of vibration of the Earth that cause high-frequency variations (normal modes) of the Earth's gravity field. These modes are excited after an earthquake of magnitude greater than $M_w = 6.5$ [Widmer-Schmidrig, 2003] and can be observed from long-period seismometers and also from relative gravimeter data [Richter *et al.*, 1995]. A study of the noise levels of the SGs in the GGP network has shown [Rosat *et al.*, 2002] that for frequencies less than 1 mHz, SGs can reach better noise levels than most of the long-period seismometers. SGs can therefore contribute successfully to the study of the gravest normal modes [Freybourger *et al.*, 1997; Van Camp, 1999; Widmer-Schmidrig, 2003]. We highlight the unique contribution of SGs to long-period seismology through 1/the detection of the long-period seismic mode ${}_2S_1$ by combining five SGs data following the June 23, 2001 $M_w = 8.4$ Peru earthquake and 2/the

study of the splitting of the gravest fundamental normal mode ${}_0S_2$ at the French station in Strasbourg. ${}_0S_2$ and ${}_2S_1$ are the gravest spheroidal seismic normal modes. ${}_0S_2$ is called the football mode as the deformed shape alternates between that of an American football and a pumpkin. The entire Earth partakes in the motion. ${}_2S_1$ is the first overtone of ${}_1S_1$, the so-called Slichter mode [Slichter, 1961] which consists essentially of a rigid translation of the solid inner core relative to the fluid outer core and mantle. ${}_2S_1$ is a peculiar mode because it involves almost a rigid body translation of both the inner core and the outer core in the same direction.

[3] The improvement of 1D-density models can be achieved by the observation of Zeeman splitting (splitting due to rotation) of individual multiplets and Coriolis coupling between spheroidal and toroidal multiplets [Widmer-Schmidrig, 2003]. Zeeman splitting and Coriolis coupling are small signals which constrain the 1D-density profile much like the Earth's mass and moment of inertia. Rotational splitting is largest for low-frequency multiplets because of their vicinity to the Earth's rotation frequency. Zürn *et al.* [2000] pointed out that Coriolis coupling provides linear constraints on the density profile, very similar to Zeeman splitting. Incidentally, the SGs have contributed some of the best detections of the fundamental toroidal mode ${}_0T_2$ [Widmer-Schmidrig, 2003]. Besides, splitting of modes below 1 mHz is highly sensitive to the 3D-density structure of the Earth's mantle and core. Therefore, SGs are particularly suited to the study of the gravest seismic normal modes.

[4] The datasets are raw gravity records taken 5 hours after the earthquake and corrected for the tides by subtracting synthetic local tides, and for the local atmospheric pressure effect using a nominal constant admittance of $-3 \text{ nm/s}^2/\text{hPa}$. The pressure correction is necessary to improve the signal to noise ratio for frequencies less than 1 mHz [Zürn and Widmer, 1995; Van Camp, 1999; Rosat *et al.*, 2002].

2. The Degree One Mode ${}_2S_1$

[5] The normal spheroidal elastic mode ${}_2S_1$ has not yet been observed [e.g., Table 1 in Dahlen and Sailor, 1979; Table 2 in Crossley, 2003; the Reference Earth Model web site, <http://mahi.ucsd.edu/Gabi/rem.html>]. A close look at the spectra from Zürn *et al.* [1991, Figure 6] and Widmer-Schmidrig [2003, Figure 5] also reveals a small peak at the ${}_2S_1$ frequency. However, the authors did not discuss its possible presence and did not investigate the splitting. We use a stacking method, called the multi-station experiment, dedicated to the degree-one modes which was proposed by Courtier *et al.* [2000] for

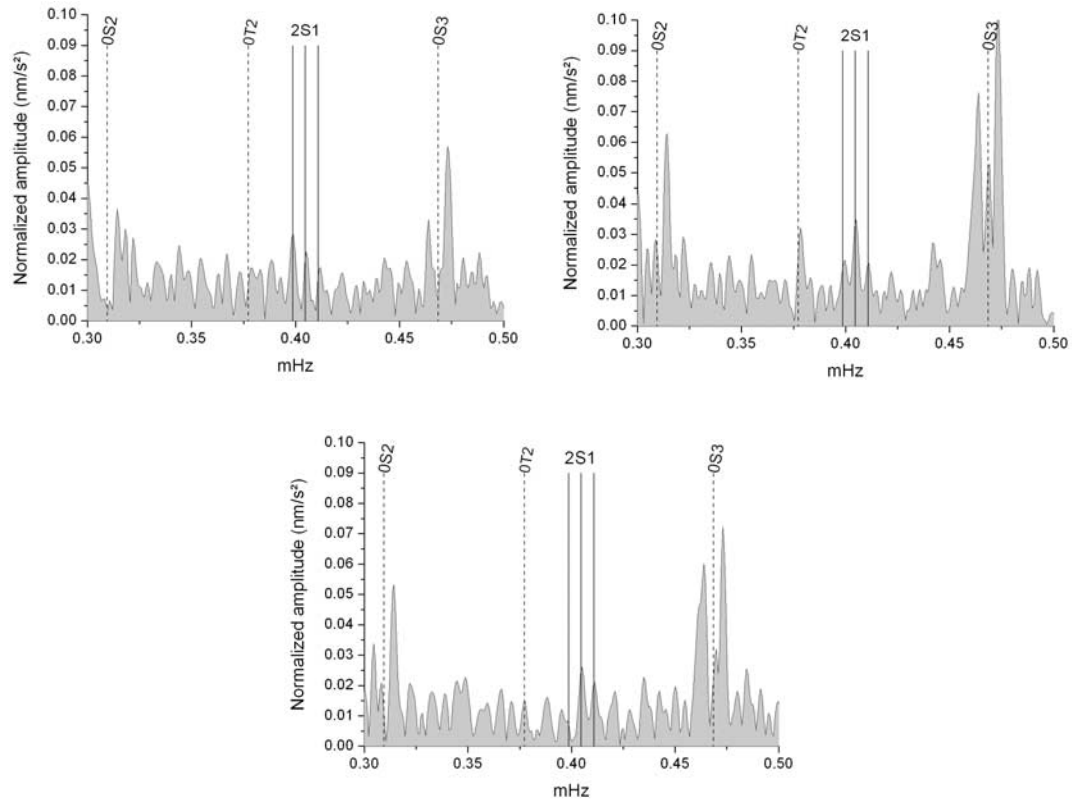


Figure 1. Amplitude spectra of the a) $m = -1$, b) $m = 0$ and c) $m = 1$ modes obtained from the multi-station analysis technique.

enhancing the search for the ${}_1S_1$ triplet (translation of the inner core) [Slichter, 1961] and recently used by Rosat *et al.* [2003]. This method is a specialization to the degree-one mode of a more general technique carried out by Cummins *et al.* [1991] which consists of a stack according to surface spherical harmonics.

3. The Multi-Station Analysis Technique

[6] The multi-station experiment takes into account the temporal and spatial properties of a degree-one spheroidal mode. The method was proposed in the search for the sub-seismic ${}_1S_1$ Slichter mode but can be applied to any mode of degree one in a spherical harmonic development. This stacking method leads to the enhancement of three modes which correspond to the three splitting modes of order $m = -1$, $m = 0$ and $m = 1$ which are respectively the prograde equatorial, axial and retrograde equatorial modes.

[7] Five records from the GGP SG stations, Cantley, Canberra, Strasbourg, Sutherland and Vienna, 164 h-long decimated to 10 s, have been used for the stack because of their low-noise levels in this band [Rosat *et al.*, 2002].

4. Results of the Stack

[8] The prograde, axial and retrograde modes extracted from the multi-station analysis are clearly enhanced in the amplitude spectra shown in Figures 1a ($m = -1$), 1b ($m = 0$) and 1c ($m = 1$). The peaks observed are at the predicted frequencies of the ${}_2S_1$ triplet. The axial combination enhances also the toroidal mode ${}_0T_2$ already observed by Zürn *et al.* [2000] and which is caused by Coriolis coupling between spheroidal modes.

[9] The observed eigenfrequencies of ${}_2S_1$ are in good agreement with the values we computed using a perturbation method to the first order in ellipticity and to the second order in rotation as Dahlen and Sailor [1979] did for PREM and 1066 A Earth models (cf. Table 1). Our computation uses

Table 1. Comparison of the Observed Frequencies of ${}_2S_1$ After The Multi-Station Experiment With the Predicted Values for the Earth Models PREM and 1066 A

	Observations and errors (mHz)	Model PREM (computed values in mHz) (this paper)	Model 1066 A (computed values in mHz) (this paper)
$m = -1$	$0.3986 \pm 5.5 \cdot 10^{-5}$	0.39875	0.398708
$m = 0$	$0.4049 \pm 7.3 \cdot 10^{-5}$	0.404727	0.404690
$m = 1$	$0.4111 \pm 5.9 \cdot 10^{-5}$	0.410948	0.410880

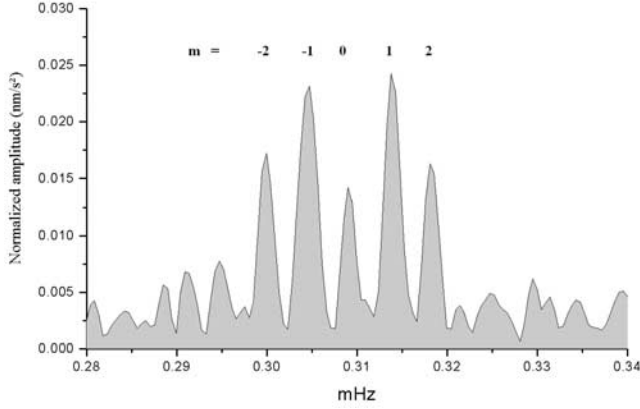


Figure 2. Observation of the 5 singlets of the fundamental mode ${}_0S_2$ with the SG C026 gravimeter at Strasbourg. The spectrum was performed using 274 h of SG data corrected for tides and pressure.

eigenfunctions obtained from MINOS code [Woodhouse, 1988].

5. Splitting of ${}_0S_2$

[10] Figure 2 corresponds to the amplitude spectrum using a 274 h-long signal which we found to be optimal for the study of ${}_0S_2$. Dahlen [1982] suggests that the optimal window length for frequency estimates is one Q-cycle. In our case the length of the window was limited by a second earthquake occurring 13 days after the main event. Notice the high resolution reached by the GWR C026 SG of Strasbourg sampled at 2 s: the 5 peaks of the fundamental mode of degree 2 ${}_0S_2$ are well separated.

[11] By fitting a synthetic Lorentzian resonance function [e.g., pp. 234–235 in Dahlen and Tromp, 1998] to each singlet of the spectrum, we can determine the 5 frequencies and their error bars. The observed frequencies with the SG C026 at Strasbourg are compared in Table 2 with the predicted values of ${}_0S_2$ computed for the Earth model 1066 A [Gilbert and Dziewonski, 1975] by Dahlen and Sailor [1979] following a perturbation method and by Rogister [2003] by integration of the equations to the second order in rotation and ellipticity. They are also compared with the values we computed for Earth model PREM [Dziewonski and Anderson, 1981] using the same method as for ${}_2S_1$ (paragraph 3), as well as with the values observed by Lindberg [1986] from 7 IDA records of the 1977 Indonesian event and Ritzwoller et al. [1986] after combining more than

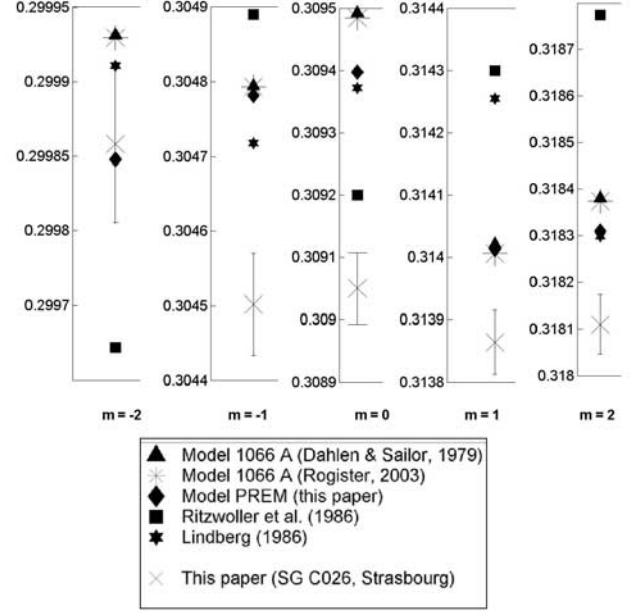


Figure 3. Comparison of the observed singlets of ${}_0S_2$ and their error bars from the SG C026 gravimeter at Strasbourg with the values observed by Ritzwoller et al. [1986], by Lindberg [1986] and with the predicted values for Earth models 1066A and PREM from various authors.

100 records. Notice on Figure 3 that the formal error bars obtained from our observations (see Table 2) are small and agree with the PREM values for $m = -2$ and 1. For $m = -1$, $m = 0$ and $m = 2$, our observations are smaller than the predicted and previously observed values. However, before concluding that the existing models need to be improved, a stack involving more SG records for this particular earthquake has to be investigated.

[12] We conclude that the splitting frequencies observed with the SG C026 at the Strasbourg station are in close agreement with the theoretical values computed for the Earth's models PREM and 1066 A either by a perturbation method or by a direct integration. This implies that SG data after a strong seismic event could help in constraining the lateral density structure of the Earth from the observations of long-period seismic modes [Ritzwoller and Lavelle, 1995].

6. Conclusion

[13] By a combination of five gravity records using an adapted stacking method, SGs have led to the detection of

Table 2. Comparison of the Observations With the Predicted Periods for the ${}_0S_2$ Multiplet

Model	1066 A Dahlen & Sailor (perturbation)	1066 A Rogister (2003) (integration)	PREM This paper (perturbation)	Ritzwoller et al. [1986] (Multiple event stripping using more than 100 records)	Lindberg [1986] (Stacking of 7 IDA records of 1977 Indonesian event)	This paper (Estimates from one SG C026 record at Strasbourg)
$m = -2$	0.2999310	0.2999293	0.2998479	$0.299722 \pm 1.4 \cdot 10^{-4}$	$0.299911 \pm 6.1 \cdot 10^{-5}$	$0.299858 \pm 5.3 \cdot 10^{-5}$
$m = -1$	0.3047944	0.3047935	0.3047817	$0.304890 \pm 4.1 \cdot 10^{-4}$	$0.304718 \pm 4.14 \cdot 10^{-4}$	$0.304502 \pm 6.8 \cdot 10^{-5}$
$m = 0$	0.3094921	0.3094837	0.3093972	$0.309200 \pm 2.7 \cdot 10^{-4}$	$0.309372 \pm 9.5 \cdot 10^{-5}$	$0.309050 \pm 5.7 \cdot 10^{-5}$
$m = 1$	0.3140210	0.3140058	0.3140127	$0.314300 \pm 2.7 \cdot 10^{-4}$	$0.314255 \pm 1.21 \cdot 10^{-3}$	$0.313864 \pm 5.1 \cdot 10^{-5}$
$m = 2$	0.3183800	0.3183734	0.3183099	$0.318774 \pm 1.0 \cdot 10^{-4}$	$0.318298 \pm 7.5 \cdot 10^{-5}$	$0.318110 \pm 6.4 \cdot 10^{-5}$

The frequencies are given in mHz.

the long-period seismic mode ${}_2S_1$. This first observational evidence of ${}_2S_1$ and its splitting will help to constrain Earth's models in the outer core and mantle. SGs also demonstrated their high resolution in the long-period seismic band through the observation of the 5 singlets of the gravest fundamental mode ${}_0S_2$ at a single station with the example of the Strasbourg instrument. A study including more records should be carried out to improve Earth's models. SGs are clearly useful instruments for the studies of long-period normal modes and thus are complementary to the long-period seismometers.

[14] **Acknowledgments.** The authors are grateful to the GGP station managers who have provided their datasets of the Peruvian earthquake. This study was supported by CNRS (Intérieur de la Terre). This is EOST contribution N°2003.39-UMR 7516.

References

- Courtier, N., B. Ducarme, J. Goodkind, J. Hinderer, Y. Imanishi, N. Seama, H. Sun, J. Merriam, B. Bengert, and D. E. Smylie, Global superconducting gravimeter observations and the search for the translational modes of the inner core, *Phys. Earth planet. Int.*, **117**, 3–20, 2000.
- Crossley, D., J. Hinderer, G. Casula, O. Francis, H. T. Hsu, Y. Imanishi, G. Jentzsch, J. Kääriäinen, J. Merriam, B. Meurers, J. Neumeyer, B. Richter, K. Shibuya, T. Sato, and T. Van Dam, Network of superconducting gravimeters benefits a number of disciplines, *Eos Trans. AGU*, **80**(11), 121/125–126, 1999.
- Crossley, D., Can a stably stratified layer in the core be detected using seismic normal modes or Earth rotation?, in *Earth's core: dynamics, structure, rotation*, edited by V. Dehant, K. C. Creager, S. Karato, and S. Zatman, *Geodynamics Series*, **31**, 241–250, 2003.
- Cummins, P., J. M. Wahr, D. C. Agnew, and Y. Tamura, Constraining core undertones using stacked IDA gravity records, *Geophys. J. Int.*, **106**, 189–198, 1991.
- Dahlen, F. A., The effect of data windows on the estimation of free oscillations parameters, *Geophys. J. R. Astron. Soc.*, **69**, 537–549, 1982.
- Dahlen, F. A., and R. V. Sailor, Rotational and elliptical splitting of the free oscillations of the Earth, *Geophys. J. R. Astron. Soc.*, **58**, 609–623, 1979.
- Dahlen, F. A., and J. Tromp, *Theoretical Global Seismology*, Princeton: Princeton Univ. Press., 1025 pp., 1998.
- Dziewonski, A. M., and D. L. Anderson, Preliminary reference Earth model (PREM), *Phys. Earth Planet. Inter.*, **25**, 297–356, 1981.
- Freybourger, M., J. Hinderer, and J. Trampert, Comparative study of superconducting gravimeters and broadband seismometers STS-1/Z in sub-seismic frequency bands, *Phys. Earth Planet. Inter.*, **101**, 203–217, 1997.
- Gilbert, F., and A. M. Dziewonski, An application of normal mode theory to the retrieval of structural parameters and source mechanisms from seismic spectra, *Phil. Trans. R. Soc. Lond. Ser. A*, **278**, 187–269, 1975.
- Lindberg, C., Multiple taper spectral analysis of terrestrial free oscillations, Ph.D. thesis, Univ. of California, San Diego, 1986.
- Richter, B., H.-G. Wenzel, W. Zürn, and F. Klopping, From Chandler wobble to free oscillations: Comparison of cryogenic gravimeters and other instruments in a wide period range, *Phys. Earth Planet. Inter.*, **91**, 131–148, 1995.
- Ritzwoller, M., G. Masters, and F. Gilbert, Observations of Anomalous Splitting and Their Interpretation in Terms of Aspherical Structure, *J. Geophys. Res.*, **91**(B10), 10,203–10,228, 1986.
- Ritzwoller, M., and E. M. Lavelle, Three-dimensional seismic models of the Earth's mantle, *Rev. Geophys.*, **33**, 1–66, 1995.
- Rogister, Y., Splitting of seismic free oscillations and of the Slichter triplet using the normal mode theory of a rotating, ellipsoidal Earth, *Phys. Earth planet. Int.*, in press, 2003.
- Rosat, S., J. Hinderer, and D. Crossley, A comparison of the seismic noise levels at various GGP stations, *Bull. Inf. Marées Terrestres*, **135**, 10,689–10,700, 2002.
- Rosat, S., J. Hinderer, D. Crossley, and L. Rivera, The Search for the Slichter Mode: Comparison of Noise Levels of Superconducting Gravimeters and Investigation of a Stacking Method, *Phys. Earth Planet. Inter.*, in press, 2003.
- Slichter, L. B., The fundamental free mode of the Earth's inner core, *Proc. Nat. Acad. Sci.*, **47**(2), 186–190, 1961.
- Van Camp, M., Measuring seismic normal modes with the GWR C021 superconducting gravimeter, *Phys. Earth Planet. Inter.*, **116**, 81–92, 1999.
- Widmer-Schmidrig, R., What can Superconducting Gravimeters contribute to normal mode seismology?, *Bull. Seism. Soc. Am.*, **93**(3), 1370–1380, 2003.
- Woodhouse, J. H., The Calculation of Eigenfrequencies and Eigenfunctions of the Free Oscillations of the Earth and the Sun, in *“Seismological Algorithms, Computational Methods and Computer Programs”*, edited by D. J. Doornbos, Academic, London, UK, 321–370, 1988.
- Zürn, W., H. G. Wenzel, and G. Laske, High quality data from LaCoste-Romberg gravimeters with electrostatic feedback: A challenge for superconducting gravimeters, *Bull. Inf. Marées Terrestres*, **110**, 7940–7952, 1991.
- Zürn, W., and R. Widmer, On noise reduction in vertical seismic records below 2 mHz using local barometric pressure, *Geophys. Res. Lett.*, **22**, 3537–3540, 1995.
- Zürn, W., G. Laske, R. Widmer-Schmidrig, and F. Gilbert, Observation of Coriolis coupled modes below 1 mHz, *Geophys. J. Int.*, **143**, 113–118, 2000.

S. Rosat, J. Hinderer, and L. Rivera, IPGS-EOST (UMR CNRS-ULP 7516), 5 rue Descartes, 67084 Strasbourg Cedex, France. (srosat@eost.u-strab.fr)

Table des figures

Fig. 1. Spectre des effets en gravité observables à la surface de la Terre (sauf peut être les modes du noyau, le triplet de Slichter et la FICN) avec des gravimètres supraconducteurs (Crossley et Hinderer, 1995).....	14
Fig. 2. Gravimètre supraconducteur C026 en opération à Strasbourg depuis juillet 1996.	15
Fig. 3. Coupe verticale de la partie capteur du gravimètre supraconducteur.	15
Fig. 4. Carte géographique du réseau mondial de gravimètres supraconducteurs regroupés au sein du projet GGP pour la période 1997-2003, incluant les nouveaux sites.	17

PARTIE I

Fig. I. 1 (a) Schéma d'un mode propre fondamental de vibration et de ses trois premières harmoniques : exemple d'une corde. (b) Exemple d'oscillations libres de la Terre générées par un séisme.	24
Fig. I. 2 Exemples de modes sismiques sphéroïdaux pour l'ordre $m = 0$. Les amplitudes ne sont pas respectées.....	28
Fig. I. 3 Exemples de modes sismiques toroïdaux pour l'ordre $m = 0$	29
Fig. I. 4 Schéma du splitting en amplitude spectrale d'un mode de degré un en $2l+1=3$ pics	30
Fig. II. 1 Variations radiales des fonctions propres en déplacement ${}_1U_1$ (radial), ${}_1V_1$ (transverse) (à gauche) et des tractions associées ${}_1R_1$ (radiale), ${}_1S_1$ (transverse) (à droite) du mode de Slichter. L'axe vertical s'étend de la surface jusqu'au centre de la Terre ; la discontinuité à 670 km, la limite noyau - manteau (CMB) et la frontière graine – noyau externe (ICB) sont indiquées.	34
Fig. II. 2 Période propre dégénérée (en heures) du mode de Slichter pour des modèles de Terre sphériques simplifiés constitués de trois couches homogènes et incompressibles, en fonction du saut de densité à l'interface graine- noyau externe. (Rogister, 2003).	36

PARTIE II

- Fig. I. 1** Les modèles de bruit haut (NHNM) et de bruit bas (NLNM) de Peterson constituent les limites supérieures et inférieures des niveaux de bruit des stations sismologiques. 51
- Fig. I. 2** Exemple d'enregistrement de la gravité brute à Strasbourg, station J9, pour un jour calme sismiquement (26/01/1998), en fonction du temps en secondes. 53
- Fig. I. 3** Résidus temporels de gravité après soustraction d'une marée synthétique et de l'effet de la pression atmosphérique via une admittance de $-3 \text{ nm/s}^2/\text{hPa}$ 54
- Fig. I. 4** Résidus temporels de gravité après soustraction d'un polynôme de degré 9 ajusté aux résidus de la figure (I. 3). 54
- Fig. I. 5** Densités spectrales de puissance des 19 stations GGP pour les 5 jours les plus calmes sur une année. L'unité utilisée est 1 dB par rapport à $1 \text{ (m/s}^2\text{)}^2/\text{Hz}$ 56
- Fig. I. 6** Densités spectrales de puissance dans la bande sismique des 19 stations GGP pour les 5 jours les plus calmes sur une année : agrandissement dans la bande des modes propres sismiques $120 \text{ s} - 600 \text{ s}$. L'unité utilisée est 1 dB par rapport à $1 \text{ (m/s}^2\text{)}^2/\text{Hz}$ 56
- Fig. I. 7** Densités spectrales de puissance pour les 5 jours les plus calmes de l'année 1998 à Esashi sur les enregistrements 1 s et 1 min . La PSD pour les données 1 min a été traduite de -20 dB 57
- Fig. I. 8** Densités spectrales de puissance sur les 5 jours calmes de l'année 1998 à Boulder. La PSD en bleue a été calculée sur les données une minute non corrigées de l'effet de pression atmosphérique et celle en noire correspond aux données une minute après correction de pression. 58
- Fig. I. 9** Courbes de bruit du sismomètre STS-1 de Schiltach, BFO (Black Forest Observatory), Allemagne. L'analyse en densité spectrale a été réalisée sur la période 18/07/1996-15/11/1999. En bleu est représentée la PSD sur un enregistrement du canal VHZ non corrigé de la pression et en vert la pression a été corrigée. En rouge, la PSD de l'enregistrement du canal BHZ est dessinée. Les niveaux de bruit de Peterson NLNM et NHNM sont représentés en tirets noirs. 59
- Fig. I. 10** Courbes de bruit à la station Echery (GEOSCOPE) en 1995. Les estimations de densité spectrale de puissance sont présentées pour les 3 canaux VLP (VH), LP (LH) et VBB (BH) et pour les composantes verticale (bleu), Nord/Sud (rouge) et Est/Ouest (vert). Les niveaux de bruit de référence de Peterson (1993) sont dessinés en tirets noirs. 59
- Fig. I. 11** Magnitudes de bruit sismique calculées dans la bande $200 \text{ s}-600 \text{ s}$ et dans la bande $340 \text{ s}-600 \text{ s}$ aux 19 stations GGP et à 2 stations sismologiques, Echery du réseau GEOSCOPE et BFO (Black Forest Observatory) du réseau IRIS/IDA. $_L$ et $_U$ désignent respectivement la sphère du bas et la sphère du haut des gravimètres supraconducteurs à double sphère installés à Moxa, Sutherland et Wettzell (à partir de l'année 2000). 61
- Fig. I. 12** Comparaison des densités spectrales de puissance estimées sur 5 jours calmes et sur une période continue de 15 jours à Strasbourg. La période centrale du triplet de Slichter estimée pour le modèle de Terre PREM est indiquée. Le modèle de bruit bas de Peterson sert de niveau de référence. Les PSD ont été lissées par multiplication d'une fenêtre de Parzen dans le domaine spectral de longueurs différentes dans les deux cas. 62

-
- Fig. I. 13** Densités spectrales aux 19 stations GGP sur la période de 15 jours consécutifs la moins bruitée. La PSD des données enregistrées avec l'ancien gravimètre supraconducteur T103 à Wettzell présente un niveau plus élevé que la PSD des nouvelles données acquises avec l'instrument CD029. 63
- Fig. I. 14** Zoom de la figure (I. 13) dans la bande 1 h – 6 h. Les PSD des 20 instruments aux 19 stations GGP coupent le niveau de référence NLNM à $T = 16$ min (Moxa) et $T = 4.6$ h (Brasimone). 64
- Fig. I. 15** Magnitudes de bruit généralisées à la bande 1 h – 6 h pour les 20 instruments des stations du réseau GGP. La magnitude de bruit du NLNM n'est plus à la référence zéro mais à la magnitude 3.3. 65
- Fig. I. 16** Magnitudes de bruit sub-sismiques (SSNM) en fonction des magnitudes de bruit sismiques (SNM) pour les 20 stations gravimétriques. Une corrélation positive apparaît, marquée par le regroupement des points autour d'une droite de pente positive. 65
- Fig. I. 17** Ecarts - types obtenus après analyses de marées avec le programme ETERNA aux 19 stations GGP. L'écart - type est calculé à partir des résidus de gravité dans le domaine temporel. La longueur des enregistrements utilisée pour chaque station est indiquée dans la partie inférieure du graphe... 67
- Fig. I. 18** Ecarts types obtenus par Ducarme et al. (2002) après analyse ETERNA pour l'ensemble des stations gravimétriques du réseau GGP. 68
- Fig. I. 19** Niveaux de bruit moyens estimés dans différentes bandes de fréquences. cpd signifie cycle par jour. Ces niveaux ont été obtenus par analyses avec ETERNA des données des 19 stations GGP à partir des spectres de Fourier. Les valeurs sont normalisées de sorte à être indépendantes de la longueur des enregistrements. 68
- Fig. I. 20** Densités spectrales de puissance des résidus obtenus après analyse ETERNA aux stations GGP. Les PSD ont été lissées avec une fenêtre de Parzen de 2001 points. 69
- Fig. I. 21** Densités spectrales de puissance des résidus de gravité dans la bande 12 h – 24 h aux stations GGP après analyse ETERNA. Les PSD ont été lissées avec une fenêtre de Parzen de 2001 points. 70
- Fig. I. 22** Magnitudes de bruit TNM aux stations GGP dans la bande de périodes comprises entre 14 h et 22 h. La valeur pour l'ancien instrument à Wettzell (gravimètre supraconducteur T103) est également indiquée. 71
- Fig. I. 23** Magnitudes de bruit (TNM) dans la bande des marées 14 h – 22 h en fonction des magnitudes de bruit sismiques (SNM). 71
- Fig. I. 24** Les magnitudes de bruit dans les bandes sismique (200s – 600s) SNM, sub-sismique (1h - 6h) SSNM et des marées (14h - 22h) TNM pour les 20 instruments installés aux 19 stations cryogéniques du réseau GGP. _L et _U désignent respectivement la sphère du bas et la sphère du haut d'un gravimètre supraconducteur à double sphère. 72
- Fig. I. 25** Moyenne pondérée des magnitudes de bruit dans les trois bandes de fréquences. Les stations sont classées par magnitude moyenne croissante. Les trois générations de gravimètre supraconducteur sont précisées. Les barres noires correspondent à la première génération (T), les grises à la génération de gravimètres compacts (C) et les barres blanches aux gravimètres à double sphère (MO_L : Moxa, sphère du bas, SU_L : Sutherland, sphère du bas et WE (CD029) : Wettzell, sphère du haut). 73

-
- Fig. II. 1** Sources dominantes du bruit sismique avec le modèle de bruit bas (NLNM) de Peterson (1993). Le NLNM est représenté en décibels par rapport à $1 \text{ (m/s}^2\text{)}^2/\text{Hz}$ (dessin de Widmer-Schnidrig, 2003)..... 88
- Fig. II. 2** Statistiques sur les PSD calculées pour chaque jour à différentes stations gravimétriques du réseau GGP. Les niveaux à 5%, au premier quart, à la médiane et aux trois quarts sont représentés. Le modèle de bruit bas de Peterson (NLNM, en rouge) est pris comme niveau de référence. Les PSD sont exprimées en dB par rapport à $1 \text{ (m/s}^2\text{)}^2/\text{Hz}$. Les stations analysées sont de haut en bas et de gauche à droite : Cantley, 1998 (Canada), Esashi, 1998 (Japon), Membach, 1998 (Belgique), Moxa, sur l'année 2000 (Allemagne), Strasbourg, 2001 (France), Vienne, 1998 (Autriche), Wetzell, 2000 (Allemagne) et Wuhan, 1998 (Chine). 91
- Fig. II. 3** Statistiques sur les densités spectrales de puissance journalières à Strasbourg sur quatre ans. Les niveaux à 5%, au premier quart, à la médiane et aux trois quarts sont représentés. Le modèle de bruit bas de Peterson (NLNM, en rouge) est pris comme niveau de référence. Les PSD sont exprimées en dB par rapport à $1 \text{ (m/s}^2\text{)}^2/\text{Hz}$ 92

PARTIE III

- Fig. I. 1** Spectres d'amplitude normalisés des signaux synthétiques aux stations Cantley (CA), Canberra (CB), Matsushiro (MA), Strasbourg (ST), Sutherland (SU) et Vienne (VI). Les traits verticaux indiquent les fréquences injectées..... 96
- Fig. I. 2** Résultats de la somme en harmoniques sphériques de surface sur des signaux synthétiques correspondant au degré un, aux stations Cantley, Canberra, Matsushiro, Strasbourg et Vienne. De haut en bas sont respectivement représentés les spectres pour (a) $m = -1$, (b) $m = 0$, et (c) $m = 1$. Les traits verticaux indiquent les fréquences injectées dans le signal synthétique..... 98
- Fig. I. 3** Résultats de la somme en harmoniques sphériques de surface sur des signaux synthétiques correspondant au degré un, aux stations Cantley, Canberra, Matsushiro, Strasbourg, Sutherland et Vienne. De haut en bas sont respectivement représentés les spectres pour (a) $m = -1$, (b) $m = 0$, et (c) $m = 1$. Les traits verticaux indiquent les fréquences injectées dans le signal synthétique..... 99
- Fig. I. 4** Définition des coordonnées sphériques (θ , ϕ) d'un point M de la surface terrestre. L'angle θ correspond à la colatitude et ϕ à la longitude. La composante $m = 0$ du triplet de Slichter est en $\cos\theta$, donc suivant l'axe axial z. Les deux autres composantes $m = -1$ et $m = 1$ sont en $\sin\theta$ donc se situent dans le plan équatorial (x, y). 102
- Fig. I. 5** Résultats de l'analyse multi- station sur des données synthétiques aux stations Cantley, Canberra, Matsushiro, Strasbourg et Vienne. De haut en bas sont respectivement représentés les spectres des séquences équatoriale prograde ($m = -1$), axiale ($m = 0$), équatoriale rétrograde ($m = 1$) et le spectre produit des trois séquences..... 104
- Fig. I. 6** Résultats de l'analyse multi- station sur des données synthétiques aux stations Cantley, Canberra, Matsushiro, Strasbourg, Sutherland et Vienne. De haut en bas sont respectivement représentés les spectres des séquences équatoriale prograde ($m = -1$), axiale ($m = 0$), équatoriale rétrograde ($m = 1$) et le spectre produit des trois séquences. 104
- Fig. II. 1** Spectre d'amplitude en nm/s^2 de l'enregistrement du gravimètre cryogénique de Strasbourg environ 7 h après le séisme du Pérou. La longueur d'enregistrement considérée est de 274 h. Une marée synthétique locale a été ôtée, ainsi que l'effet de la pression atmosphérique locale via une admittance barométrique de $-3 \text{ nm/s}^2/\text{hPa}$ 108
- Fig. II. 2** Spectre produit normalisé calculé pour les différents quintuplés qui respectent l'éclatement prédit par Dahlen et Sailor (1979) pour le modèle de Terre 1066A en fonction de la fréquence centrale du multiplet..... 109
- Fig. II. 3** Spectre d'amplitude en nm/s^2 de l'enregistrement du gravimètre cryogénique de Strasbourg environ 7 h après le séisme du Pérou semblable à la figure (II. I) avec, en traits verticaux, les fréquences détectées par le scan. 109
- Fig. II. 4** Spectre d'amplitude du signal synthétique à Cantley constitué de la somme de trois sinusoïdes d'amplitudes 10^{-2} nm/s^2 et de fréquences $6.9186 \cdot 10^{-5}$, $7.3767 \cdot 10^{-5}$, $7.7544 \cdot 10^{-5} \text{ Hz}$ injectées dans du bruit blanc d'écart type 0.5 nm/s^2 112
- Fig. II. 5** Produit P des résonances correctement splittées en fonction des fréquences. $P = S_p^2 S_a^2 S_r^2$ où S_p^2 , S_a^2 et S_r^2 correspondent respectivement aux valeurs de S_j^2 pour des fréquences correctement écartées selon la loi de splitting imposée. 113
- Fig. II. 6** (Haut) Spectre d'amplitude du signal synthétique à Cantley. Les traits verticaux indiquent le meilleur candidat détecté par la méthode de scanning. (Bas) Paramètre S_j^2 des résonances détectées en fonction des fréquences. 113

-
- Fig. III. 1** Fenêtres temps - fréquence utilisées dans (a) l'analyse temporelle (base standard), (b) l'analyse de Fourier, (c) l'analyse de Gabor et (d) l'analyse par ondelette et leur série temporelle correspondante dans les espaces temporel et fréquentiel (d'après Lau et Weng, 1995). 117
- Fig. III. 2** Ondelette de Morlet. (a) Fonction mère dans le domaine temporel. (b) Construction de l'ondelette de Morlet (tirets noirs) par modulation d'une sinusoïde (courbe grise) avec une gaussienne (courbe noire). (c) Ondelette dans le domaine fréquentiel. 120
- Fig. III. 3** Ondelette de Morlet à trois échelles différentes : de haut en bas, la fonction est dilatée, mais sa forme est invariante (par exemple il y a 5 extrema à chaque échelle). 120
- Fig. III. 4** Transformée en ondelettes de Morlet d'un signal périodique modulé en amplitude. La fréquence dominante apparaît comme une succession de paquets concentriques sur la fréquence $2.8 \cdot 10^{-4}$ Hz, correspondant bien à la fréquence fondamentale ω de la sinusoïde modulée en amplitude. Les traits épais aux extrémités du scalogramme et de la phase marquent la limite où les effets de bord deviennent importants. Le trait fin noir souligne les zones statistiquement significatives avec un niveau de confiance de 95%. L'ondelette de Morlet utilisée a une fréquence de (a) 0.01 Hz et (b) 0.02 Hz. 123
- Fig. III. 5** Transformée en ondelettes de Morlet d'un signal modulé en fréquence. De haut en bas, le signal, le scalogramme et la phase sont représentés. La transformée d'un tel signal apparaît comme une succession d'éléments oscillants formant des arches de minimum proche de $5 \cdot 10^{-4}$ Hz (soit une période de 0.5 h) pour augmenter à une fréquence de $6.5 \cdot 10^{-4}$ Hz (soit une période de 0.4 h). Le trait fin noir souligne les zones statistiquement significatives à 5% (niveau de confiance 95%). Les traits épais noirs aux extrémités du module et de la phase marquent la limite où les effets de bord deviennent importants. 124
- Fig. III. 6** Transformée en ondelettes de Morlet d'une brutale variation de fréquence. De haut en bas, le signal, le module et la phase sont représentés. La variation brutale de fréquence est soulignée par un décalage dans les fréquences d'environ $1.4 \cdot 10^{-4}$ Hz (2 h) à environ $2.8 \cdot 10^{-4}$ Hz (1 h) à $t \approx 0.2$ jour. Ce sont bien les périodes du signal synthétique respectivement avant et après $t \approx 0.2$ jour. La variation brutale de fréquence est caractérisée également dans la phase autour de $t \approx 0.2$ jour. Les traits épais noirs aux extrémités du module et de la phase marquent la limite où les effets de bord deviennent importants. Le trait fin noir souligne les zones statistiquement significatives à 5% (niveau de confiance 95%). 125
- Fig. III. 7** Transformée en ondelettes de Morlet d'une perturbation brutale du signal dans le temps. De haut en bas, le signal, le module et la phase sont représentés. La singularité est définie à $t = 0.25$ jour. Les traits épais noirs aux extrémités du module et de la phase marquent la limite où les effets de bord deviennent importants. A l'extrémité droite nous avons coupé le graphe, d'où l'absence de trait épais noir. Le trait fin noir souligne les zones statistiquement significatives à 5% (niveau de confiance de 95%). 126
- Fig. III. 8** Transformée en ondelettes de Morlet d'un signal harmonique amorti. De haut en bas, le signal, le module et la phase sont représentés. Le trait fin noir souligne les zones statistiquement significatives à 5% (niveau de confiance 95%). La zone considérée étant éloignée des bords, les limites où les effets de bord deviennent importants ne sont pas visibles. 127
- Fig. III. 9** Transformée en ondelettes de Morlet d'une somme de trois sinusoïdes de fréquences rapprochées. De haut en bas, le signal, le module et la phase sont représentés. Le trait fin noir souligne les zones statistiquement significatives à 5% (niveau de confiance 95%). Les amplitudes des trois sinusoïdes sont égales à 1, leurs fréquences sont respectivement $5.9 \cdot 10^{-5}$ Hz (4.687 h), $6.5 \cdot 10^{-5}$ Hz (4.255 h) et $7.1 \cdot 10^{-5}$ Hz (3.894 h), et le temps caractéristique τ d'amortissement du signal est d'un jour. La phase n'apporte qu'une très faible indication sur le signal. Par contre, le module met distinctement en évidence le triplet de fréquences. 128

- Fig. III. 10** Transformée en ondelettes de Morlet de la somme de trois sinusoïdes d'amplitudes 2, 1, 2 nm/s², d'amortissement un jour, et de fréquences $6.92 \cdot 10^{-5}$, $7.37 \cdot 10^{-5}$ et $7.75 \cdot 10^{-5}$ Hz qui correspondent aux fréquences de Slichter proposées par Courtier et al. (2000). Cette fonction source commence au temps $t_0 = 6$ jours. De haut en bas, le signal, le module et la phase sont représentés. Le trait fin noir souligne les zones statistiquement significatives à 5% (niveau de confiance 95%). La fonction génératrice est une ondelette de Morlet de fréquence (a) 0.01 Hz, (b) 0.1 Hz et (c) 0.2 Hz. 130
- Fig. III. 11** Transformée en ondelettes de Morlet de la somme de trois sinusoïdes d'amplitudes 2, 1 et 2 nm/s², d'amortissement 1 jour et de fréquences respectives $6.92 \cdot 10^{-5}$, $7.37 \cdot 10^{-5}$ et $7.75 \cdot 10^{-5}$ Hz qui correspondent aux fréquences de Slichter proposées par Courtier et al. (2000). Ce triplet de fréquences a été injecté, au temps initial $t = 83$ jours, dans les résidus 1 min corrigés à Strasbourg à partir d'un an d'enregistrement sur l'année 2000. De haut en bas, le signal, le module et la phase sont représentés. Le trait fin noir souligne les zones statistiquement significatives à 5% (niveau de confiance 95%). 131
- Fig. III. 12** Transformée en ondelettes de Morlet de la somme de trois sinusoïdes d'amplitudes 2 nm/s², d'amortissement 1 jour et de fréquences $6.92 \cdot 10^{-5}$, $7.37 \cdot 10^{-5}$ et $7.75 \cdot 10^{-5}$ Hz qui correspondent aux fréquences de Slichter proposées par Courtier et al. (2000). Ce triplet de fréquences a été injecté, au temps initial $t = 83$ jours, dans les résidus 1 min corrigés à Strasbourg à partir d'un an d'enregistrement sur l'année 2000. De haut en bas, le signal, le module et la phase sont représentés. Le trait fin noir souligne les zones statistiquement significatives à 5% (niveau de confiance de 95%). 132
- Fig. III. 13** Spectres de Fourier en amplitude pour différents signaux synthétiques. (1) signal modulé en amplitude, (2) modulation de fréquence, (3) changement brutal de fréquence, (4) changement brutal en temps (5) triplet de fréquences et (6) triplet de fréquences injecté dans un vrai signal de gravité résiduelle enregistrée à Strasbourg (cas correspondant à la figure (III. 11)). 133
- Fig. III. 14** (Gauche) Parties réelle et imaginaire (a) d'un signal harmonique amorti de fréquence propre f_0 et (b) de son spectre. (Droite) Module au carré (a) du signal harmonique et (b) de son spectre. 134
- Fig. III. 15** Schéma explicatif des paramètres de l'ondelette génératrice. Les droites de pente K sont dessinées pour différentes valeurs de K : K_1 supérieure à α^*/f^* , K_2 et K_3 inférieures à α^*/f^* 136
- Fig. III. 16** Transformée en ondelettes « sinus amorti » d'une sinusoïde amortie de fréquence principale $f_0 = 3 \cdot 10^{-5}$ Hz avec un temps caractéristique de décroissance τ d'un jour. De haut en bas, le signal, le module et la phase de la transformée en ondelettes « sinus amorti » avec (a) $K = 0.01$, (b) $K = 0.1$ et (c) $K = 0.5$ sont représentés. 138
- Fig. III. 17** Transformée en ondelettes « sinus amorti » d'un signal périodique modulé en amplitude. De haut en bas, le signal, le module et la phase sont représentés. La fréquence dominante apparaît comme une succession de paquets concentriques sur la fréquence $2.8 \cdot 10^{-4}$ Hz, correspondant bien à la fréquence fondamentale ω de la sinusoïde. Les traits épais aux extrémités du module et de la phase marquent la limite où les effets de bord deviennent importants (la plus grande largeur correspond à τ). Le paramètre K a été respectivement fixé à (a) 0.5 et (b) 2. 140
- Fig. III. 18** Transformée en ondelettes « sinus amorti » d'un signal modulé en fréquence. De haut en bas, le signal, le module et la phase sont représentés. La transformée d'un tel signal apparaît comme une succession d'éléments oscillants formant des arches de minimum proche de $5 \cdot 10^{-4}$ Hz (soit une période de 0.5 h) pour augmenter à une fréquence de $6.5 \cdot 10^{-4}$ Hz (soit une période de 0.4 h). Le paramètre K a été respectivement fixé à (a) 0.5 et (b) 2. L'augmentation de K permet de mieux faire ressortir la forme du signal injecté. Sur la phase, l'information est marquée par des traits verticaux qui ondulent. 141

- Fig. III. 19** Transformée en ondelettes « sinus amorti » d'une brutale variation de fréquence. De haut en bas, le signal, le module et la phase sont représentés. La variation brutale de fréquence est soulignée par un décalage dans les fréquences d'environ $1.4 \cdot 10^{-4}$ Hz (2 h) à environ $2.8 \cdot 10^{-4}$ Hz (1 h) à $t = 0.2$ jour. Ce sont bien les périodes du signal synthétique respectivement avant et après $t = 0.2$ jour. La variation brutale de fréquence est caractérisée également dans la phase par un gradient temporel élevé autour de $t = 0.2$ jour. Le paramètre K a été respectivement fixé à (a) 0.5 et (b) 2..... 142
- Fig. III. 20** Transformée en ondelettes « sinus amorti » d'une perturbation brutale du signal dans le temps. De haut en bas, le signal, le module et la phase sont représentés. La singularité est définie à $t = 0.25$ jour. Le trait épais noir à l'extrémité du module et de la phase marque la limite où les effets de bord deviennent importants. Nous sommes éloignés de la fin du signal, c'est pourquoi la limite des effets de bord à droite n'est pas visible. Le paramètre K a été respectivement fixé à (a) 0.5 et (b) 2..... 143
- Fig. III. 21** Transformée en ondelettes « sinus amorti » d'une somme de trois sinusoïdes de fréquences rapprochées. De haut en bas, le signal, le module et la phase sont représentés. Les amplitudes des trois sinusoïdes sont égales à 1, leurs fréquences sont respectivement $5.9 \cdot 10^{-5}$ Hz, $6.5 \cdot 10^{-5}$ Hz et $7.1 \cdot 10^{-5}$ Hz, et le temps caractéristique τ d'amortissement est d'un jour. La phase apporte une indication plus marquée sur le début du signal. Le module met en évidence le triplet de fréquences. Le paramètre K a été respectivement fixé à (a) 0.05 et (b) 0.2. 145
- Fig. III. 22** Transformée en ondelettes « sinus amorti » de la somme de trois sinusoïdes d'amplitudes 2, 1, 2 nm/s², d'amortissement 1 jour et de fréquences $6.92 \cdot 10^{-5}$, $7.37 \cdot 10^{-5}$ et $7.75 \cdot 10^{-5}$ Hz qui correspondent aux fréquences de Slichter proposées par Courtier et al. (2000). Le signal synthétique commence au temps $t_0 = 6$ jours. De haut en bas, le signal, le module et la phase sont représentés. Le paramètre K a été respectivement fixé à (a) 0.5, (b) 0.05 et (c) 0.005. 147
- Fig. III. 23** Transformée en ondelettes « sinus amorti » avec $K = 0.05$ de la somme de 3 sinusoïdes d'amplitudes 2, 1 et 2 nm/s², d'amortissement 1 jour et de fréquences $6.92 \cdot 10^{-5}$, $7.37 \cdot 10^{-5}$ et $7.75 \cdot 10^{-5}$ Hz qui correspondent aux fréquences de Slichter proposées par Courtier et al. (2000). Ce triplet a été injecté au temps $t = 83$ jours dans les résidus 1 min à Strasbourg d'un an d'enregistrement sur l'année 2000. De haut en bas, le signal et le module sont représentés. 148
- Fig. III. 24** Transformée en ondelettes « sinus amorti » avec $K = 0.05$ de la somme de 3 sinusoïdes d'amplitudes 2 nm/s², d'amortissement 1 jour et de fréquences $6.92 \cdot 10^{-5}$, $7.37 \cdot 10^{-5}$ et $7.75 \cdot 10^{-5}$ Hz qui correspondent aux fréquences de Slichter proposées par Courtier et al. (2000). Ces fréquences ont été injectées à $t = 83$ jours dans les résidus 1 min à Strasbourg d'un an d'enregistrement sur l'année 2000. De haut en bas, le signal et le module sont représentés. 148
- Fig. III. 25** Transformée en ondelettes « sinus amorti » (gauche) et valeurs maximales pour chaque fréquence du scalogramme (droite) des séquences (a) prograde, (b) axiale et (c) rétrograde issues de l'analyse multi – station aux stations Cantley, Canberra, Matsushiro, Strasbourg et Vienne, des synthétiques constitués de la somme de trois sinusoïdes d'amplitude 0.05 nm/s², de temps caractéristique 6 jours et de fréquences $6.92 \cdot 10^{-5}$, $7.37 \cdot 10^{-5}$ et $7.75 \cdot 10^{-5}$ Hz qui correspondent aux fréquences de Slichter proposées par Courtier et al. (2000). Ce triplet de fréquences a été injecté au temps initial $t = 4$ jours dans un bruit blanc d'écart type 0.5 nm/s². Le paramètre K utilisé est de 0.02. 151
- Fig. III. 26** Transformée en ondelettes « sinus amorti » (gauche) et valeurs maximales pour chaque fréquence du scalogramme (droite) des séquences (a) prograde, (b) axiale et (c) rétrograde issues de l'analyse multi – station aux stations Cantley, Canberra, Matsushiro, Strasbourg, Sutherland et Vienne, des synthétiques constitués de la somme de trois sinusoïdes d'amplitude 0.05 nm/s², de temps caractéristique 6 jours et de fréquences $6.92 \cdot 10^{-5}$, $7.37 \cdot 10^{-5}$ et $7.75 \cdot 10^{-5}$ Hz qui correspondent aux fréquences de Slichter proposées par Courtier et al. (2000). Ce triplet de fréquences a été injecté au temps initial $t = 4$ jours dans un bruit blanc d'écart type 0.5 nm/s². Le paramètre K utilisé est de 0.02..... 152

PARTIE IV

- Fig. I. 1** Fonctions propres normalisées du mode sismique ${}_0S_2$ (MINOS). U, V, P, R et S désignent respectivement le déplacement radial, le déplacement transverse, la perturbation du potentiel, la contrainte radiale et la contrainte transverse..... 156
- Fig. I. 2** Fonctions propres normalisées du mode sismique ${}_2S_1$ (MINOS). U, V, P, R et S désignent respectivement le déplacement radial, le déplacement transverse, la perturbation du potentiel, la contrainte radiale et la contrainte transverse..... 157
- Fig. I. 3** Influence de la correction de l'effet de la pression atmosphérique locale sur le spectre de l'enregistrement du sismomètre STS-1 à Matsushiro et du SG à Strasbourg après le séisme du Pérou de 2001. Dans le spectre en grisé, la pression a été ôtée via une admittance barométrique constante de $-3 \text{ nm/s}^2/\text{hPa}$ 158
- Fig. I. 4** Spectres d'amplitude sur 164 h d'enregistrement du sismomètre STS-1 (en haut) et du gravimètre supraconducteur (en bas) à Canberra (Australie) après le séisme du Pérou de 2001 159
- Fig. I. 5** Spectres d'amplitude sur 274 h d'enregistrement du sismomètre STS-1 (en haut) et du gravimètre supraconducteur (en bas) à Matsushiro (Japon) après le séisme du Pérou de 2001. 159
- Fig. I. 6** Spectre d'amplitude normalisé à Strasbourg sur 164 h d'enregistrement du SG après le séisme du Pérou. 160
- Fig. I. 7** Spectre d'amplitude normalisé à Strasbourg sur 274 h d'enregistrement du SG après le séisme du Pérou. 161
- Fig. I. 8** Spectre d'amplitude à Strasbourg (ST) sur 274 h d'enregistrement du SG après le séisme du Pérou. Zoom sur le mode fondamental ${}_0S_2$ 161
- Fig. I. 9** Spectres d'amplitude normalisés en nm/s^2 sur 274 h d'enregistrement de SG après le séisme du Pérou aux stations GGP de Canberra (Australie), Esashi (Japon), Moxa (Allemagne) et Ny-Alesund (Norvège). Zoom sur le mode fondamental ${}_0S_2$ 162
- Fig. I. 10** Spectre normalisé de l'excitation à Canberra du mode ${}_0S_2$ après le séisme du Pérou prédite par la théorie pour un modèle de Terre hydrostatique en rotation..... 163
- Fig. I. 11** Comparaison des fréquences des singlets de ${}_0S_2$ et leurs barres d'erreur observées avec des SG (avec le SG de Strasbourg seul et avec le résultat après sommation de cinq observations de SG) avec les valeurs observées par Ritzwoller et al. [1986], par Lindberg [1986] avec des sismomètres longue période et avec les valeurs prédites par différents auteurs pour les modèles de Terre 1066A et PREM..... 166
- Fig. I. 12** Valeurs de Q mesurées pour les cinq singlets. Les cercles solides correspondent à nos estimations après le séisme du Pérou à l'aide des données du SG C026 de Strasbourg (Roult et al., 2004, en préparation). Les triangles sont les valeurs obtenues par Tanimoto (1990) après les séismes de Sumbawa (1977), à partir de données de gravimètres relatifs à ressort du réseau IDA, pour $m = -2, 0$ et 2 , et du Chili (1960), à l'aide de l'enregistrement d'un extensomètre, pour $m = -1$ et 1 . Les carrés sont les facteurs de qualité prédits par la théorie pour le modèle de Terre PREM anisotrope..... 167

- Fig. I. 13** Détermination du facteur de qualité Q pour (a) le singlet $m = -2$ du mode ${}_0S_2$ en utilisant 26 séries de durée 240 h, décalées de 3 h, (b) le singlet $m = -1$ du mode ${}_0S_2$ en utilisant 9 séries de durée 240 h décalées de 3 h, (c) le singlet l'ordre $m = 0$ du mode ${}_0S_2$ en utilisant 18 séries de durée 240 h décalées de 3 h, (d) le singlet $m = 1$ du mode ${}_0S_2$ en utilisant 30 séries de durée 240 h décalées de 3 h et (e) le singlet $m = 2$ du mode ${}_0S_2$ en utilisant 30 séries de durée 240 h décalées de 3 h. Le graphe du haut correspond à la variation des résonances en amplitudes ajustées au pic en fonction du temps. Au milieu, la moyenne des périodes de chaque série est dessinée en pointillés noirs, la période observée à Strasbourg est en trait continu bleu et la valeur estimée pour le modèle PREM anisotrope est représentée en trait continu rouge. La courbe noire correspond aux périodes instantanées (périodes des maxima). Le graphe du bas correspond à la fonction $y(t)Q = \pi T(t) \log(A(t)/A_{\max})$, en trait continu noir, la droite ajustée par moindres carrés de pente Q est en pointillés noirs et la valeur théorique de Q estimée pour le modèle PREM anisotrope est indiquée en trait continu rouge. (Roult et al., 2004, en préparation). .. 171
- Fig. I. 14** Transformée en ondelettes de Morlet du spectre des résidus à Strasbourg après le séisme du Pérou. L'ondelette de Morlet génératrice a une fréquence de (a) 1 Hz, (b) 4 Hz. Les résidus de gravité ont été analysés sur 274 h après le séisme. 173
- Fig. I. 15** Transformée en ondelettes « sinus amorti » du spectre des résidus à Strasbourg après le séisme du Pérou. Le paramètre K utilisé a une valeur de 0.01. Les résidus de gravité ont été analysés sur 274 h après le séisme. 174
- Fig. I. 16** Spectres d'amplitude sur 96 h d'enregistrement après le séisme du Pérou à Strasbourg et Sutherland. Les fréquences propres de ${}_2S_1$ prédites par la théorie sont indiquées en pointillés..... 176
- Fig. I. 17** Spectres d'amplitude sur 164 h d'enregistrement après le séisme du Pérou à Strasbourg et Sutherland. Les fréquences propres de ${}_2S_1$ prédites par la théorie sont indiquées en pointillés..... 176
- Fig. I. 18** Spectres d'amplitudes normalisés des séquences (a) prograde ($m = -1$), (b) axiale ($m = 0$) et (c) rétrograde ($m = 1$) issues de l'analyse multi- station de cinq enregistrements de SG des stations de Cantley, Canberra, Strasbourg, Sutherland et Vienne, sur 164 h de données après le séisme du Pérou. 177
- Fig. I. 19** Comparaison des fréquences des singlets de ${}_2S_1$ et leurs barres d'erreur observées après l'analyse multi - station de cinq observations de SG à Cantley, Canberra, Strasbourg, Sutherland et Vienne, avec les valeurs prédites pour les modèles de Terre 1066A et PREM. Les erreurs sont des erreurs d'ajustement par moindres carrés d'une fonction de résonance de Lorentz sur le pic spectral. Les barres d'erreur obtenues en fonction du rapport signal sur bruit (Dahlen, 1976) sont suffisamment larges pour englober l'ensemble des valeurs théoriques et ne sont donc pas représentées. 178
- Fig. I. 20** Spectre produit des séquences prograde ($m = -1$), axiale ($m = 0$) et rétrograde ($m = 1$) issues de l'analyse multi- station de cinq enregistrements de SG des stations de Cantley, Canberra, Strasbourg, Sutherland et Vienne, sur 164 h de données après le séisme du Pérou. Les traits verticaux indiquent les fréquences prédites par la théorie. 179
- Fig. I. 21** Energie spectrale des triplets obéissant à une loi de splitting quadratique en fonction de la fréquence centrale du triplet..... 180

-
- Fig. I. 22** Transformée en ondelettes de Morlet du spectre des résidus à Sutherland sur 96 h après le séisme du Pérou. L'ondelette de Morlet utilisée a une fréquence de 1 Hz..... 181
- Fig. I. 23** Transformée en ondelettes de Morlet du spectre des résidus à Strasbourg sur 274 h après le séisme du Pérou. L'ondelette de Morlet utilisée a une fréquence de 2 Hz..... 181
- Fig. I. 24** Transformée en ondelettes « sinus amorti » du spectre des résidus à Strasbourg sur 274h après le séisme du Pérou. Le paramètre K utilisé est de 0.01..... 181
- Fig. I. 25** Transformée en ondelettes « sinus amorti » des séquences (a) prograde, (b) axiale et (c) rétrograde de l'analyse multi – station effectuée sur les résidus de gravité aux stations Cantley, Canberra, Strasbourg, Sutherland et Vienne, 164 h après le séisme du Pérou. Le paramètre de l'ondelette a une valeur $K = 0.01$ 182
- Fig. II. 1** Exemple de données à la station Cantley sur l'année 2001. Le graphe du haut correspond aux variations de pression atmosphérique locale en hPa. Celui du bas représente les résidus, après analyse ETERNA, des variations temporelles de la gravité en nm/s^2 187
- Fig. II. 2** Spectres d'amplitude normalisés des variations temporelles (a) de pression atmosphérique locale et (b) de gravité résiduelle, enregistrées à la station Cantley sur l'année 2001. Les traits pointillés verticaux indiquent les fréquences de l'onde diurne S1 et de ses harmoniques de S2 à S8. 188
- Fig. II. 3** Spectres d'amplitude normalisés des séquences prograde, axiale et rétrograde, issues de l'analyse multi - station sur les données 1 min des résidus de gravité aux stations Cantley, Canberra, Matsushiro, Strasbourg et Sutherland. Les valeurs identifiées par Smylie (1992) sont indiquées par les segments verticaux rouges. En traits pointillés bleus, nous avons indiqué les principales ondes de marée et en tirets pointillés magenta, les harmoniques de l'onde thermique S1 (de S3 à S6). 189
- Fig. II. 4** Spectre produit des séquences prograde, axiale et rétrograde, issues de l'analyse multi - station sur les données 1 min des résidus de gravité aux stations Cantley, Canberra, Matsushiro, Strasbourg et Sutherland. Les fréquences de Slichter prédites par Dahlen et Sailor (1979) pour les modèles de Terre PREM et 1066A et calculées par Rieutord (2002) pour le modèle BUSSE (Busse, 1974) sont indiquées. Les valeurs identifiées par Smylie (1992) sont également pointées. En traits pointillés, nous avons indiqué les principales ondes de marée et en tirets verticaux, les harmoniques de l'onde thermique S1 (de S3 à S8). 190
- Fig. II. 5** Résultats de la recherche de triplets pour les modèles de Terre (a) PREM, (b) 1066A et (c) pour les valeurs observées par Courtier et al. (2000). Les traits pointillés indiquent les fréquences des ondes de marée et les tirets verticaux celles des harmoniques de l'onde diurne S1. Les tirets horizontaux correspondent au niveau de bruit moyen (médiane), à l'écart-type et à deux fois l'écart-type dans le cas (b). 192
- Fig. II. 6** Transformée en ondelettes « sinus amorti » (a) des résidus de gravité, (b) des variations de pression atmosphérique locale à Strasbourg sur l'année 1999. Zoom sur la période comprise entre les jours de l'année 358 et 365, et entre les fréquences 0.05 mHz et 0.1 mHz..... 195

-
- Fig. II. 7** Transformée en ondelettes « sinus amorti » (a) des résidus de gravité, (b) des variations de pression atmosphérique locale à Syowa sur l'année 1999. Zoom sur la période comprise entre les jours de l'année 358 et 365, et entre les fréquences 0.05 mHz et 0.1 mHz..... 196
- Fig. II. 8** Transformée en ondelettes « sinus amorti » des variations de gravité à Membach sur l'année 1999. Agrandissement sur la période comprise entre les jours de l'année 51 et 57 et entre les fréquences 0.05 mHz et 0.1 mHz. Le paramètre K utilisé est de 0.05..... 197
- Fig. II. 9** Transformée en ondelettes « sinus amorti » des variations de gravité à Matsushiro sur l'année 1999. Agrandissement sur la période comprise entre les jours 51 et 57 et entre les fréquences 0.05 mHz et 0.1 mHz. Le paramètre de l'ondelette utilisé a une valeur $K = 0.05$ 197
- Fig. II. 10** Transformée en ondelettes « sinus amorti » des résidus de gravité à Canberra sur l'année 1999. Agrandissement sur la période comprise entre les jours 199 et 205 et entre les fréquences 0.05 mHz et 0.1 mHz..... 198
- Fig. II. 11** Transformées en ondelettes « sinus amorti » des séquences (a) prograde, (b) axiale et (c) rétrograde issues de l'analyse multi – station appliquée aux données une minute sur l'année 2001 des stations Cantley, Canberra, Matsushiro, Strasbourg et Sutherland..... 200
- Fig. II. 12** Transformées en ondelettes « sinus amorti » des séquences (a) prograde, (b) axiale et (c) rétrograde issues de l'analyse multi – station appliquée aux données une minute sur l'année 2001 des stations Cantley, Canberra, Matsushiro, Strasbourg et Sutherland. Agrandissement entre les 60^{ème} et 75^{ème} jour de l'année 2001 des scalogrammes de la figure (II. 11). 201

Liste des tableaux

Première partie, Chapitre II

Tableau II. 1 Périodes en heure du triplet de Slichter prédites par différents auteurs pour cinq modèles de Terre et périodes observées par Smylie (1992) et Courtier et al. (2000) à l'aide de données de gravimètres supraconducteurs.....	41
Tableau II. 2 Amplitude d'excitation prédite pour chaque singlet pour trois sources sismiques et pour deux modèles de Terre (Smith, 1976).	42
Tableau II. 3 Amplitudes de l'excitation par un séisme du triplet de Slichter calculées pour trois sources sismiques pour le modèle de Terre PREM (Crossley, 1992).....	42

Quatrième partie, Chapitre I

Tableau I. 1 Fréquences propres de ${}_0S_2$ estimées à partir des observations et prédites pour les modèles de Terre PREM et 1066 A par différents auteurs. Les erreurs sur l'estimation des fréquences à partir des données de Strasbourg et du stack de 5 SG sont des erreurs formelles d'ajustement par moindres carrés d'une fonction de Lorentz.	164
Tableau I. 2 Différentes estimations des erreurs sur les fréquences propres de ${}_0S_2$ observées après le séisme du Pérou avec le SG C026 de Strasbourg.	165
Tableau I. 3 Comparaison des fréquences de ${}_2S_1$ estimées à partir des résultats de l'analyse multi-station avec les valeurs que nous avons calculées pour les modèles de Terre PREM isotrope et 1066A. Les erreurs de la deuxième colonne ont été calculées à partir du rapport signal sur bruit.....	178

BIBLIOGRAPHIE

- Agnew, D. et Berger, J., 1978.** Vertical seismic noise at very low frequencies, *J. Geophys. Res.*, **83**, 5420-5424.
- Alexandrescu, M., Gibert, D., Hulot, G., Le Mouél, J.L. et Saracco, G., 1995.** Detection of geomagnetic jerks using wavelet analysis, *J. Geophys. Res.*, **100**, 12557 -12572.
- Alexandrescu, M., Gibert, D., Hulot, G., Le Mouél, J.L. et Saracco, G., 1996.** Worldwide wavelet analysis of geomagnetic jerks, *J. Geophys. Res.*, **101**, 21975-21994.
- Astiz, L. et Creager, K., 1995.** Noise study for the federation of digital seismic stations, *FDSN Station Book*, www.fdsn.org/FDSNstation.htm.
- Banka, D., 1997.** Noise levels of superconducting gravimeters at seismic frequencies, *PhD thesis*, GDMB-Informationgesellschaft mbH, Clausthal, Germany.
- Banka, D. et Crossley, D.J., 1999.** Noise levels of superconducting gravimeters at seismic frequencies, *Geophys. J. Int.*, **139**, 87-97.
- Beauduin, R., 1996.** Etude du bruit de fond sismique à l'aide des données GEOSCOPE et des données de l'expérience OFM/SISMOBS, Thèse de l'Université Paris VII.
- Beauduin, R., Lognonné, P., Montagner, J.P., Cacho, S., Karczewski, J.F. et Morand, M., 1996.** The effects of the atmospheric pressure changes on seismic signals or how to improve the quality of a station, *Bull. Seismol. Soc. Am.*, **86**, 6, 1760-1769.
- Berger, J., Bolton, H., Davis, P., Ekstrom G. et Hutt, C., 2003.** The GSN Noise Model: Estimates of the Least Ambient Earth Noise From the IRIS Global Seismographic Network, *AGU fall meeting*, San Francisco, USA.
- Bethoux, N., Ouillon, G. et Nicolas, M., 1998.** The instrumental seismicity of the western Alps : spatio-temporal patterns analysed with the wavelet transform, *Geophys. J. Int.*, **135**, 177-194.
- Bolt, B.A. et Qamar, A., 1970.** Upper bound to the density jump at the boundary of the Earth's inner core, *Nature*, **228**, 148-150.
- Boy, J.-P., Llubes, M., Hinderer, J. and Florsch, N., 2003a.** A comparison of tidal ocean loading models using superconducting gravimeter data, *J. Geophys. Res.*, **108**, 2193, doi:10.1029/2002JB002050.
- Boy, J.-P., Llubes, M., Ray, R., Hinderer, J., Florsch, N., Rosat, S., Lyard, F. and Letellier, T., 2003b.** Non-linear Oceanic Tides Observed by Superconducting Gravimeters in Europe, *J. of Geodyn.*, submitted.
- Buland, R., Berger, J. et Gilbert, F., 1979.** Observations from the IDA network of attenuation and splitting during a recent earthquake, *Nature*, **277**, 358-362.

-
- Busse, F.H., 1974.** On the free oscillation of the Earth's inner core, *J. Geophys. Res.*, **79**, 753-757.
- Chree, C., 1889.** The equations of an isotropic elastic solid in polar and cylindrical coordinates, their solution and applications, *Trans. Camb. Phil. Soc.*, **14**, 250-369.
- Courtier, N., Ducarme, B., Goodkind, J., Hinderer, J., Imanishi, Y., Seama, N., Sun, H., Merriam, J., Bengert, B. et Smylie, D.E., 2000.** Global superconducting gravimeter observations and the search for the translational modes of the inner core, *Phys. Earth Planet. Inter.*, **117**, 3-20.
- Crossley, D.J., 1988.** The excitation of core modes by earthquakes. In: D.E. Smylie and R. Hide (Editors), *Structure and Dynamics of Earth's Deep Interior. Geophys. Monogr. Am. Geophys. Union*, **46** (1): 41-50.
- Crossley, D.J., 1992.** Eigensolutions and seismic excitation of the Slichter mode triplet for a fully rotating Earth model, *EOS*, **73**, 60.
- Crossley, D., 2003.** Can a stably stratified layer in the core be detected using seismic normal modes or Earth rotation?, in *Earth's core: dynamics, structure, rotation*, eds V. Dehant, K.C. Creager, S. Karato and S. Zatman, *Geodynamics Series*, **31**, 241-250.
- Crossley, D. et Hinderer, J., 1995.** Global Geodynamic Project – GGP: Status report 1994. In *CONSEIL DE L'EUROPE: Cahiers du Centre Européen de Géodynamique et de Séismologie*, **11**, 244-274.
- Crossley, D., Rochester, M. et Peng, Z., 1992.** Slichter modes and Love numbers, *Geophys. Res. Lett.*, **19**, 1679-1682.
- Crossley, D.J., Jensen, O. et Hinderer, J., 1995.** Effective barometric admittance and gravity residuals, *Phys. Earth Planet. Inter.*, **90**, 221-241.
- Crossley, D., Hinderer, J., Casula, G., Francis, O., Hsu, H.T., Imanishi, Y., Jentzsch, G., Kääriäinen, J., Merriam, J., Meurers, B., Neumeyer, J., Richter, B., Shibuya, K., Sato, T., Van Dam, T., 1999.** Network of superconducting gravimeters benefits a number of disciplines, *EOS*, **80**, **11**, 121/125-126.
- Cummins, P., Wahr, J. M., Agnew, D. C. et Tamura, Y., 1991.** Constraining core undertones using stacked IDA gravity records, *Geophys. J. Int.*, **106**, 189-198.
- Dahlen, F.A., 1968.** The normal modes of a rotating, elliptical Earth, *Geophys. J. R. Astron. Soc.*, **16**, 329-367.
- Dahlen, F.A., 1969.** The normal modes of a rotating, elliptical Earth II, Near-resonance multiplet coupling, *Geophys. J. R. Astron. Soc.*, **18**, 397-436.
- Dahlen, F.A., 1976.** Models of the lateral heterogeneity of the Earth consistent with eigenfrequency splitting data, *Geophys. J. R. Astron. Soc.*, **44**, 77-105.

-
- Dahlen, F.A., 1982.** The effect of data windows on the estimation of free oscillations parameters, *Geophys. J. R. Astron. Soc.*, **69**, 537-549.
- Dahlen, F.A. et Sailor, R.V., 1979.** Rotational and elliptical splitting of the free oscillations of the Earth, *Geophys. J. R. Astron. Soc.*, **58**, 609-623.
- Dahlen, F.A. et Tromp, J., 1998.** Theoretical Global Seismology, Princeton: Princeton Univ. Press., Princeton, NJ, 1025 pp.
- Daubechies, I., 1992.** Ten Lectures on Wavelets, *Soc. For Ind. And Appl. Math.*, Philadelphia, Pa., 357 pp.
- Denis, C., 1974.** Oscillations de configurations sphériques auto- gravitantes et applications à la Terre, *Thèse de doctorat*, Université de Liège, France.
- Ducarme, B. and Vandercoilden, L., 2000.** First results of the GGP data bank at ICET, *Bull. Inf. Marees Terr.*, **132**, 10291-10298.
- Ducarme, B., Sun, H.-P. and Xu, J.-Q., 2002.** New investigation of Tidal Gravity Results from the GGP Network, *Bull. Inf. Marées Terrestres*, **136**, 10761-10776.
- Dziewonski, A. M. et Anderson, D. L., 1981.** Preliminary reference Earth model (PREM), *Phys. Earth Planet. Int.*, **25**, 297-356.
- Eckart, C., 1960.** Hydrodynamics of Oceans and Atmospheres, Pergamon, New York, 52-63.
- Ekström, G., 2001.** Time domain analysis of the Earth's background seismic radiation, *J. Geophys. Res.*, **106**, 26, 483-494.
- Ekström, G. et al., 2001.** Harvard Seismology Research: Seismic noise, Time evolution of long-period noise levels at FDSN stations: IRIS GSN (Global Seismographic Network) and additional stations.
(<http://www.seismology.harvard.edu/~ekstrom/Projects/WQC/temporal.html>)
- Fix, J E, 1972.** Ambient earth motion in the period range from 0.1 to 2560 sec, *Bull. Seism. Soc. Am.*, **62**, 1753-1760.
- Florsch, N., Hinderer, J. and Legros, H., 1995.** Identification of quarter diurnal waves in superconducting gravimeter data, *Bull. Inf. Marées Terrestres*, **122**, 9189-9198.
- Florsch, N. et Hinderer, J., 2000.** Bayesian estimation of the Free Core Nutation parameters from the analysis of precise tidal gravity data, *Phys. Earth Planet. Int.*, **117**, 21-35.
- Florsch, N., Llubes, M., Longuevergne, L. et Hinderer, J., 2003.** Contribution of Rhine water table changes to the superconducting gravimeter measurements in Strasbourg (France), *IUGG, meeting of IAG Section V*, Sapporo, Japon.

-
- Foufoula-Georgiou, E. et Kumar, P., 1995.** Wavelets in geophysics, Academic Press, 373 pages.
- Francis, O., Niebauer, T. M., Sasagawa, G., Klopping, F. et Gschwind, J., 1998.** Calibration of a superconducting gravimeter by comparison with an absolute gravimeter FG5 in Boulder, *Geophys. Res. Lett.*, **25**, 7, 1075-1078.
- Frantii, G. E., Willis, D. E., et Wilson, J. T., 1962.** The spectrum of seismic noise, *Bull. Seism. Soc. Am.*, **52**, 113-121.
- Freybourger, M., Hinderer, J. et Trampert, J., 1997.** Comparative study of superconducting gravimeters and broadband seismometers STS-1/Z in subseismic frequency bands, *Phys. Earth planet. Int.*, **101**, 203-217.
- Gaillot, P., 2000.** Ondelettes continues en Sciences de la Terre, *Thèse de doctorat*, Univ. Toulouse III.
- Gibert, D., Holschneider, M. et Le Mouél, J.L., 1998.** Wavelet analysis of the Chandler wobble, *J. Geophys. Res.*, **103**, 27069-27089.
- Gilbert, F. et Dziewonski, A.M., 1975.** An application of normal mode theory to the retrieval of structural parameters and source mechanisms from seismic spectra, *Phil. Trans. Roy. Soc. Lond.*, Ser. A, **278**, 187-269.
- Goodkind, J.M., 1999.** The superconducting gravimeter, *Review of Scientific Instruments*, **70**, 11, 4131-4152.
- Grossman, A. et Morlet, J., 1984.** Decomposition of hardy functions into square integrable wavelets of constant shape, *SIAM J. Math. Anal.*, **15**, 723-736.
- Gubbins, D., Masters, T.G., et Jacobs., J.A., 1979.** Thermal evolution of the Earth's core, *Geophys. J. R. Astronut. Soc.*, **59**, 57-99.
- Hagelberg, C. et Helland, J., 1995.** Thin-line detection in meteorological radar images using wavelet transforms, *Am. Meteor. Soc.*, **12**, 3, 633-642.
- Haurwitz, B. et Cowley, A.D., 1973.** The diurnal and semi-diurnal barometric oscillations, global distribution and annual variation, *Pageoph.*, **102**, 193-222.
- Hinderer, J., Florsch, N., Mäkinen, J., Legros, H. et Faller, J. E., 1991.** On the calibration of a superconducting gravimeter using absolute gravity measurements, *Geophys. J. Int.*, **106**, 491-497.
- Hinderer, J., Crossley, D. et Jensen, O., 1995.** A search for the Slichter triplet in superconducting gravimeter data, *Phys. Earth Planet. Int.*, **90**, 183-195.
- Hinderer, J. et Crossley, D., 2000.** Time variations in gravity and inferences on the Earth's structure and dynamics, *Surveys in Geophysics*, **21**, 1-45.

-
- Hinderer, J., Rosat, S., Crossley, D., Amalvict, M., Boy, J.-P. et Gegout, P., 2002.** Influence of different processing methods on the retrieval of gravity signals from GGP data, *Bull. Inf. Marées Terrestres*, **135**, 10653-10668.
- Jensen, O.G., Hinderer, J. et Crossley, D.J., 1995a.** Search for the Slichter mode triplet and seismic core modes in superconducting gravimeter records from the June 9, 1994 Bolivian earthquake, *paper presented at the E.U.G. VIII*, Strasbourg.
- Jensen, O.G., Hinderer, J. and Crossley, D.J., 1995b.** Noise limitations in the core-mode band of superconducting gravimeter data, *Phys. Earth Planet. Int.*, **90**, 169-181.
- Jobert, N., et Roullet, G., 1976.** Periods and damping of free oscillations observed in France after 16 earthquakes, *Geophys. J. R. Astr. Soc.*, **45**, 155-176.
- Khintchine, A.J., 1934.** Korrelationstheorie des Stationären Stochastischen Prozesse, *Math. Ann.*, **109**, 604-615.
- Kobayashi, N. et Nishida, K., 1998.** Continuous excitation of planetary free oscillations by atmospheric disturbances. *Nature*, **395**, 357-360.
- Koper, K.D. et Pyle, M.L., 2003.** Observations of PKiKP/PcP amplitude ratios and implications for Earth structure at the boundaries of the liquid core, *J. Geophys. Res.*, submitted.
- Lamb, H., 1882.** On the vibrations of an elastic sphere, *Proc. Lond. Math. Soc.*, **13**, 189-212.
- Lindberg, C., 1986.** Multiple taper spectral analysis of terrestrial free oscillations, *Ph-D Thesis*, University of California, San Diego.
- Loper, D.E., 1978.** Some thermal consequences of a gravitationally powered dynamo, *J. Geophys. Res.*, **83**, 5961-5970.
- Loper, D.E. et Roberts, P.H., 1981.** A study of conditions at the inner core boundary of the Earth, *Phys. Earth Planet. Int.*, **24**, 302-307.
- Loyer, S., Hinderer, J., & Boy, J.P., 1999.** Determination of the gravimetric factor at the Chandler period from Earth's orientation data and superconducting gravimetry observations, *Geophys. J. Int.*, **136**, 1-7.
- Masters, G. et Gubbins, D., 2003.** On the resolution of density within the Earth, *Phys. Earth Planet. Int.*, **140**, 159-167.
- Mendiguren, J., 1973.** Identification of free oscillation spectral peaks for 1970 July 31, Colombian deep shock using the excitation criterion, *Geophys. J. Roy. Astron. Soc.*, **33**, 281-321.
- Merriam, J.B., 1995.** Non-linear tides observed with the superconducting gravimeter, *Geophys. J. Int.*, **123**, 529-540.

-
- Meyer, Y., Jaffard, S. et Rioul, O., 1987.** L'analyse par ondelettes, *Pour la science* (French edition of Scientific American), **11**, 28-37.
- Moreau, F. 1996.** Méthodes de traitement de données géophysiques par transformée en ondelettes, *Thèse de doctorat*, Univ. Rennes I, 177 pp.
- Moreau, F., Gilbert, D., Holschneider, M. et Saracco, G., 1997.** Wavelet analysis of potential fields, *Inverse Probl.*, **13**, 165-178.
- Nawa, K., Suda, N., Fukao, Y., Sato, T., Aoyama, Y. et Shibuya, K., 1998.** Incessant excitation of the Earth's free oscillations, *Earth Planet. Space*, **136**, 3-8.
- Nawa, K., Suda, N., Fukao, Y., Sato, T., Tamura, Y., Shibuya, K., McQueen H., Virtanen, H. et Kääriäinen, J., 2000.** Incessant excitation of the Earth's free oscillations: global comparison of superconducting gravimeter records, *Phys. Earth planet. Int.*, **120**, 289-297.
- Nishida, K. et Kobayashi, N., 1999.** Statistical features of Earth's continuous free oscillations, *J. Geophys. Res.*, **104**, 28741-28750.
- Nishida, K., Kobayashi, N. et Fukao, Y., 2000.** Resonant oscillations between the solid Earth and the atmosphere, *Science*, **287**, 2244.
- Nishida, K., Kobayashi, N. et Fukao, Y., 2002.** Origin of Earth's ground noise from 2 to 20 mHz, *Geophys. Res. Lett.*, **29**, 52-1-52-4.
- Peterson, J., 1993.** Observations and modelling of seismic background noise, Open-File Report 93-332, U.S. Department of Interior, Geological Survey, Albuquerque, New Mexico.
- Poisson, S.D., 1829.** Mémoire sur l'équilibre et le mouvement des corps élastiques, *Mém. Acad. Roy. Sci. Inst. France*, **8**, 357-570.
- Qinwen, Xi, 1989.** The precision of the development of the tidal generating potential and some explanatory notes, *Bull. Inf. Marées Terrestres*, **105**, 7396-7404.
- Richter, B., Wenzel, H.-G., Zürn, W. and Klopping, F., 1995.** From Chandler wobble to free oscillations: comparison of cryogenic gravimeters and other instruments in a wide period range, *Phys. Earth Planet. Int.*, **91**, 131-148.
- Rieutord, M., 2002.** Slichter modes of the Earth revisited, *Phys. Earth Planet. Int.*, **131**, 269-278.
- Rieutord, M. et Valdettaro, L., 1997.** Inertial waves in a rotating spherical shell, *J. Fluid Mech.*, **341**, 77-99.
- Ritzwoller, M., Masters, G. and Gilbert, F., 1986.** Observations of Anomalous Splitting and Their Interpretation in Terms of Aspherical Structure, *J. Geophys. Res.*, **91** (B10), 10203-10228.

-
- Ritzwoller, M. et Lavelly, E.M., 1995.** Three-dimensional seismic models of the Earth's mantle, *Reviews of Geophysics*, **33**, 1-66.
- Register Y., 2003.** Splitting of seismic free oscillations and of the Slichter triplet using the normal mode theory of a rotating, ellipsoidal Earth, *Phys. Earth Planet. Int.*, **140**, 169-182.
- Rosat, S., Hinderer, J. et Crossley, D., 2002.** A comparison of the seismic noise levels at various GGP stations, *Bull. Inf. Marées Terrestres*, **135**, 10689-10700.
- Rosat, S., Hinderer, J., Crossley, D. et Rivera, L., 2003a.** The search for the Slichter mode: comparison of noise levels of superconducting gravimeters and investigation of a stacking method, *Phys. Earth Planet. Int.*, **140**, 183-202.
- Rosat, S., Hinderer, J. and Rivera, L., 2003b.** First observation of 2S1 and study of the splitting of the football mode OS2 after the June 2001 Peru event of magnitude 8.4, *Geophys. Res. Lett.*, **30**, 21, 2111.
- Rosat, S., Hinderer, J., Crossley, D. and Boy, J.P., 2004.** Performance of superconducting gravimeters from long-period seismology to tides, *J. of Geodyn.*, submitted.
- Roult, G., 1975.** Attenuation of seismic waves of very low frequency, *Phys. Earth Planet. Int.*, **10**, 159-166.
- Roult, G. et Crawford, W., 2000.** Analysis of 'background' free oscillations and how to improve resolution by subtracting the atmospheric pressure signal, *Phys. Earth Planet. Int.*, **121**, 325-338.
- Roult, G. et Clévéde, E., 2000.** New refinements in attenuation measurements from free-oscillation and surface-wave observations, *Phys. Earth Planet. Int.*, **121**, 1-37.
- Roult, G., Rosat, S., Hinderer, J., Millot-Langet, R. et Clévéde, E., 2004.** New observations of Q quality factors of a few gravest normal modes from the Global Geodynamics Project (GGP), *en préparation*.
- Sailhac, P., 1999.** Analyse multi - échelle et inversion de données géophysiques en Guyane Française, *Thèse de Doctorat*, Institut de Physique du Globe de Paris, 259 pp.
- Sato, T., Nawa, K., Shibuya, K., Tamura, Y., Ooe, M., Kaminuma, K. et Aoyama, Y., 1997.** Polar motion effect on gravity observed with a superconducting gravimeter at Syowa station, Antarctica, in Segawa et al., eds., IAG Symposia, **vol. 117**, *Gravity, Geoid, and Marine Geodesy*, Springer-Verlag, Berlin, 99-106.
- Schneider, W.F.F., 1998.** An integrated wavelet concept of physical geodesy, *J. Geodesy*, **72**, 259-281.

-
- Schuster, A., 1898.** On the investigation of Hidden Periodicities with Applications to a Supposed Twenty-Six-Day Period of Meteorological Phenomenon, *Terr. Mag.*, **3**, 13-41.
- Simons, M., Solomon, S.C. et Hager, B.H., 1997.** Localization of gravity and topography : constraints on the tectonics and mantle dynamics of Venus, *Geophys. J. Int.*, **131**, 24-44.
- Slichter, L. B., 1961.** The fundamental free mode of the Earth's inner core, *Proc. Nat. Acad. Sci.*, **47** (2), 186-190.
- Smith, M.L., 1974.** The scalar equations of infinitesimal elastic-gravitational motion for a rotating, slightly elliptical earth, *Geophys. J. R. Astr. Soc.*, **37**, 491-526.
- Smith, M.L., 1976.** Translational Inner Core Oscillations of a Rotating, Slightly Elliptical Earth, *J. Geophys. Res.*, **81** (17), 3055-3065.
- Smylie, D.E., 1992.** The Inner Core Translational Triplet and the Density Near Earth's Center, *Science*, **255**, 1678-1682.
- Smylie, D.E., 1999.** Viscosity near Earth's solid inner core, *Science*, **284**, 461.
- Smylie, D.E. et Jiang, 1993.** Core oscillations and their detection in superconducting gravimeter records, *J. Geomagn. Geoelectr.*, **45**, 1347-1369.
- Smylie, D.E., Hinderer, J., Richter, B. et Ducarme, B., 1993.** The product spectra of gravity and barometric pressure in Europe, *Phys. Earth Planet. Int.*, **80**, 135-157.
- Smylie, D.E. et McMillan, D.G., 2000.** The inner core as a dynamic viscometer, *Phys. Earth Planet. Int.*, **117**, 71-79.
- Souriau, A. et Souriau, M., 1989.** Ellipticity and density at the inner-core boundary from sub-critical PKiKP and PcP data, *Geophys. J.*, **98**, 39-54.
- Stutzmann, E., Roullet, G. et Astiz, L., 2000.** GEOSCOPE station noise levels, *Bull. Seism. Soc. Am.*, **90** (3), 690-701.
- Suda, N., Nawa, K. et Fukao, Y., 1998.** Earth's background free oscillations, *Science*, **279**, 2089-2091.
- Takeuchi, H., 1950.** On the earth tide of the compressible Earth of variable density and elasticity, *Trans. Am. Geophys. Un.*, **31**, 651-689.
- Tanimoto, T., 1990.** Lateral variation of Q from singlet modal Q measurements of ${}_0S_2$, *Geophys. Res. Lett.*, **17**, 6, 669-672.
- Tanimoto, T., 1997.** Excitation of normal modes by atmospheric turbulence: source of long period noise, *Geophys. J. Int.*, **136** (2), 395-402.

-
- Tanimoto, T., 2003.** Ringing of solid Earth caused by ocean-solid Earth interaction, *Geophys. Res. Abstracts*, **5**, 01476, EGS 2003.
- Tanimoto, T. et Um, 1999.** Cause of continuous oscillations, *J. Geophys. Res.*, **104**, 28723-28739.
- Torrence, C. et Compo, G.P., 1998.** A practical guide to wavelet analysis, *Bull. Amer. Meteor. Soc.*, **79**, 61-78.
- Van Camp, M., 1999.** Measuring seismic normal modes with the GWR C021 superconducting gravimeter, *Phys. Earth Planet. Int.*, **116**, 81-92.
- Warburton, R.J. et Goodkind, J.M., 1977.** The influence of barometric pressure variations on gravity, *Geophys. J. R. Astron. Soc.*, **48**, 281-292.
- Wenzel, H.-G., 1996.** The nanogal software: Earth tide data processing package ETERNA 3.30. *Bull. Inf. Marées Terrestres*, **124**, 9425-9439.
- Widmer, R., 1991.** The large-scale structure of the deep Earth as constrained by free oscillation observations, *PhD-thesis*, Univ. California, San Diego, USA.
- Widmer-Schmidrig, R., 2003.** What can Superconducting Gravimeters contribute to normal mode seismology?, *Bull. Seism. Soc. Am.*, **93** (3), 1370-1380.
- Widmer, R., Masters, G. et Gilbert, F., 1988.** Paper presented at the 17th International Conference on Mathematical Geophysics, Blanes, Spain, June 1988.
- Wiener, N., 1930.** Generalized harmonic analysis, *Acta Math.*, **55**, 117-258.
- Woodhouse, J.H., 1988.** The Calculation of Eigenfrequencies and Eigenfunctions of the Free Oscillations of the Earth and the Sun, in: *D.J. Doornbos (ed.) "Seismological Algorithms, Computational Methods and Computer Programs"*, Academic Press, London, UK, 321-370.
- Woodhouse, J.H. and Dahlen, F.A., 1978.** The effect of a general aspherical perturbation on the free oscillations of the Earth, *Geophys. J. Roy. Astron. Soc.*, **53**, 335-354.
- Zürn, W., Wenzel, H.G. and Laske, G., 1991.** High quality data from LaCoste-Romberg gravimeters with electrostatic feedback: a challenge for superconducting gravimeters, *Bull. Inf. Marées Terrestres*, **110**, 7940-7952.
- Zürn, W. et Widmer, R., 1995.** On noise reduction in vertical seismic records below 2 mHz using local barometric pressure, *Geophys. Res. Lett.*, **22**, 3537-3540.
- Zürn, W., Laske, G., Widmer-Schmidrig, R. et Gilbert, F., 2000.** Observation of Coriolis coupled modes below 1 mHz, *Geophys. J. Int.*, **143**, 113-118.